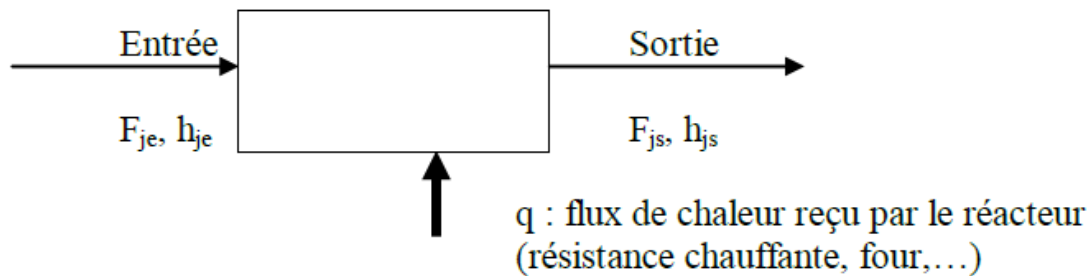


Notions de bilans thermiques dans les réacteurs idéaux

1. BILANS DANS LES REACTEURS IDEAUX

1.1. Réacteur ouvert en régime permanent :



$$q + w = F_S h_S - F_E h_E$$

(W=0)

$$Fh = \sum_{\text{actifs}} F_j h_j + \sum_{\text{inertes}} F_I h_I$$

$$q = \sum F_{js} h_{js} - \sum F_{jE} h_{jE} + F_I (h_{IS} - h_{IE})$$

$$h_{jE} = h_{jS} + (h_{jE} - h_{jS})$$

$$q = \sum h_{js} \underbrace{(F_{js} - F_{jE})}_{v_j F_o (X_S - X_E)} - \sum F_{jE} (h_{jE} - h_{jS}) + F_I (h_{IS} - h_{IE})$$

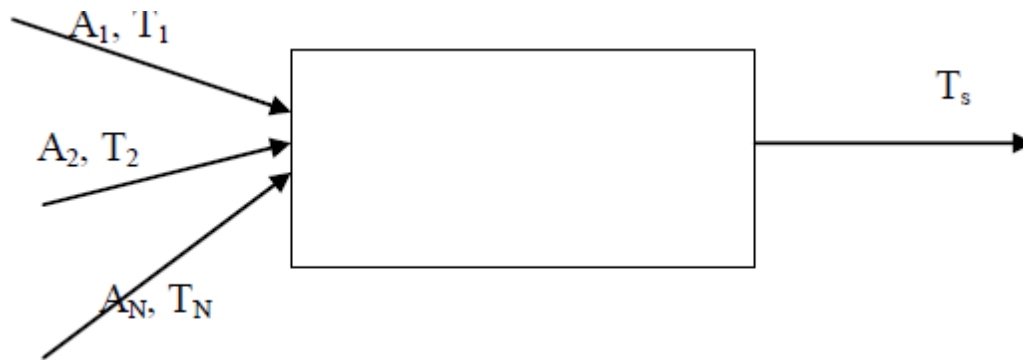
$$\sum h_{js} (F_{js} - F_{jE}) = F_o (X_S - X_E) \sum v_j h_{jS} = F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S)$$

$\Delta H_R(T_S)$: Chaleur de réaction à T_S .

$$q = F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) - \sum F_{jE} (h_{jE} - h_{jS}) + F_I (h_{IS} - h_{IE})$$

$$h_{iS} = h_{iE} + \int_{T_E}^{T_S} C_{p_i} dT \quad \text{s'il n'y a pas de changement d'état}$$

T_{iE} : température d'entrée du composé i.



$$q = F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) + \sum F_{jE} \int_{T_{jE}}^{T_S} C_{pj} dT + F_I \int_{T_{IE}}^{T_S} C_{pI} dT$$

* si $T_{jE} = \dots = T_E$

$$q = F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) + \left[\sum F_{jE} \tilde{C}_{pj} + F_I \tilde{C}_{pI} \right] (T_S - T_E)$$

$$\text{avec } \tilde{C}_{pi} = \frac{1}{(T_S - T_E)} \int_{T_E}^{T_S} C_{pi} dT$$

$$\Delta H_R(T_S) = \Delta H_R(T_{ref}) + \int_{T_{ref}}^{T_S} \Delta C_p dT \quad \Delta C_p = \sum v_j C_{pj}$$

$$q = F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) + F_o \Gamma_{PE} (T_S - T_E)$$

puissance
calorifique
reçue par
le système

chaleur
absorbée
par la
réaction

échauffement du
mélange à la
traversée du réacteur

$$F_o \Gamma_{PE} = \sum F_{jE} \tilde{C}_{pj} + F_I \tilde{C}_{pI}$$

* si les températures d'entrée sont différentes :

$$q = F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) + \sum_{j+I} F_{jE} \tilde{C}_{pi} (T_S - T_{jE})$$

(actifs + inertes)

1.2 Réacteur adiabatique (q=0)

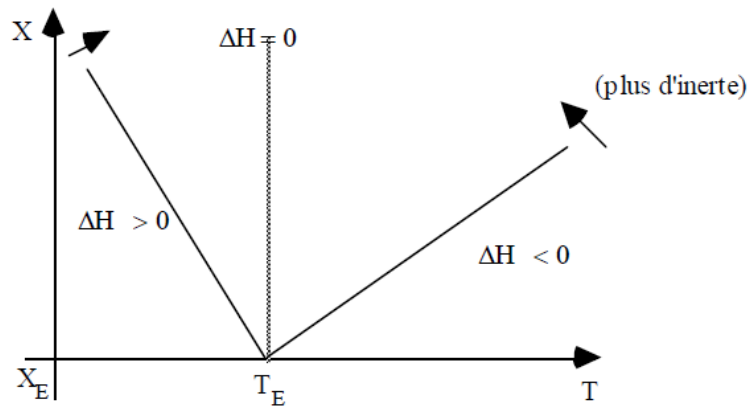
Le réacteur n'a aucun échange thermique avec l'extérieur : pas de chauffage, ni de refroidissement.

$$-F_o (X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) = F_o \Gamma_{PE} (T_S - T_E)$$

$$X_S - X_E = \frac{F_o \Gamma_{PE}}{F_o (-\Delta H_R(T_S))} (T_S - T_E)$$

$$X_S - X_E = \frac{\sum F_{jE} \tilde{C}_{pj} + F_I \tilde{C}_{pI}}{\underbrace{-F_o (\Delta H_R(T_{ref}) + \tilde{\Delta C}_p (T_S - T_{ref}))}_{\text{varie peu avec la température} \approx \text{constant}}} (T_S - T_E)$$

On a donc une relation quasi-linéaire entre X et T ; le signe de la pente de cette droite est déterminé par le signe de $(-\Delta H_R)$ qui est au dénominateur.



1.2.1 CAS DU RAC (Rég. permanent)

Bilan matière :

$$F_o(X_S - X_E) = r_S(X_S, T_S) V$$

Bilan thermique :

$$q = F_o(X_S - X_E) \Delta H_R(T_S) + F_o \Gamma_{PE}(T_S - T_E)$$

1.2.2 CAS DU R. P (Rég. permanent)

Bilan matière :

$$F_o dX = r(T, X) . dV$$

Bilan thermique :

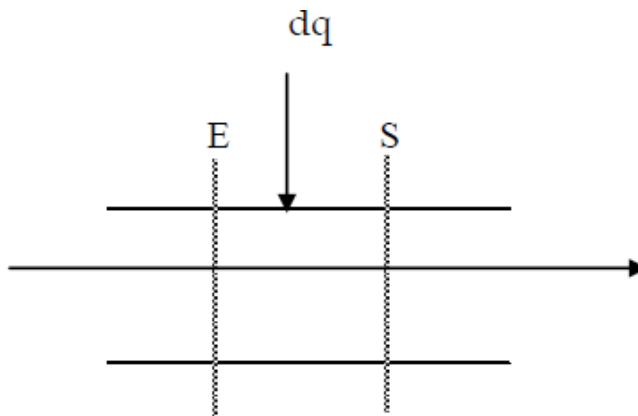
$$q = F_o(X_S - X_e) \Delta H_R(T_S) + F_o \Gamma_{PE}(T_S - T_E)$$

Cette expression du flux de chaleur traduit un échange à la paroi (par double enveloppe par exemple) avec:

h : coefficient de transfert thermique en paroi en $W / (m^2 . ^\circ K)$;

a : aire spécifique d'échange en m^2 / m^3 réacteur ;

Tp : température de paroi, supposée uniforme ;



$$dq = F_o dX \cdot \Delta H_R(T) + F_o \Gamma_p dT$$

$$dq = h_a (\Gamma_p - T) dV \quad \Gamma_p = \sum F_j C_{pj} + F_I C_{pI}$$

$$= \sum F_{jE} C_{pj} + F_I C_{pI} + F_o X \Delta C_p$$

$$\rightarrow X(V), T(V)$$

L'objectif est d'obtenir les profils de concentrations et température le long du réacteur.

1.3 REACTEUR FERME

Réacteur à pression constante

$$W=0$$

$$\boxed{q = \frac{dH}{dt}} \quad H = H_R + \sum n_j h_j + n_I h_I$$

réacteur actifs inertes

$$q = \frac{dH}{dt} = \frac{dH_R}{dt} + \sum n_j \frac{dh_j}{dt} + \sum h_j \frac{dn_j}{dt} + n_I \frac{dh_I}{dt}$$

$$\frac{dH_R}{dt} = m_R C_{pR} \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dh_j}{dt} = C_{pj} \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dn_j}{dt} = v_j n_o \frac{dX}{dt} = v_j r V$$

$$q = \left(m_R C_{pR} + \sum n_j C_{pj} + n_I C_{pI} \right) \frac{dT}{dt} + \underbrace{\sum h_j v_j}_{\Delta H_R(T)} \cdot n_o \frac{dX}{dt}$$

$q = \left(m_R C_{pR} + \sum n_j C_{pj} + n_I C_{pI} \right) \frac{dT}{dt} + \Delta H_R(T) n_o \frac{dX}{dt}$		
puissance calorifique reçue par le système	échauffement du réacteur et de son contenu	chaleur absorbée par la réaction

Là encore, on a choisi l'avancement généralisé, mais on peut facilement faire intervenir le taux de conversion en écrivant :

$$n_o \frac{dX}{dt} = n_{A0} \frac{dX_A}{dt}$$

Nous allons maintenant détailler chacun des termes de l'expression encadrée.

$$q = \left(m_R C_{pR} + n_o \Gamma_p \right) \frac{dT}{dt} + \Delta H_R(T) \cdot n_o \frac{dX}{dt}$$

$$\rightarrow n_o \Gamma_p = \sum n_j C_{pj} + n_I C_{pI} = \sum \left(n_{jo} + v_j n_o X \right) C_{pj} + n_I C_{pI}$$

$$= \sum n_{jo} C_{pj} + n_I C_{pI} + n_o X \Delta C_p$$

$$\rightarrow \Delta H_R(T) = \Delta H_R(T_{ref}) + \int_{T_{ref}}^T \Delta C_p \cdot dT$$

$$\rightarrow rV = n_o \frac{dX}{dt} \quad \text{bilan matière}$$

$$\rightarrow q = 0 \quad \text{adiabatique}$$

$$q = hA(T_p - T) \quad \text{échange à la paroi}$$

par intégration $\rightarrow X(t)$ et $T(t)$

1.4 REACTEUR ADIABATIQUE

- Réacteur ouvert (régime perm.)

$$\rightarrow \text{bilan matière} \quad r = F(X, T)$$

$$\rightarrow \text{bilan thermique} \quad q = 0$$

$$-F_o X \Delta H_R(T_S) = F_o \Gamma_{PE}(T_S - T_E)$$

$$X = \frac{F_o \Gamma_{PE}}{(-F_o \Delta H_R(T_S))} (T_S - T_E)$$

int ersec tion - iso τ
 - adiabatique

La courbe iso- τ traduit le bilan matière, et la droite adiabatique, le bilan thermique.