

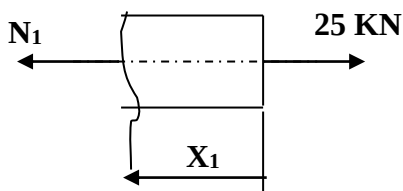
SOLUTION SERIE 1 R.D.M

Exercice 1

Charge : forces de 40 kN, 36 kN et 25 kN.

Pour mettre en évidence les efforts internes de la structure on utilise la méthode des sections qui consiste à sectionner des tronçons avec un argument constant de l'effort normal dans le tronçon en question.

Exemple, toutes les sections droites de la poutre situées entre l'extrémité droite et la section à une dimension de 400 mm possède le même argument de l'effort normal.

Tronçon I ($0 \leq X_1 \leq 400$)

à l'équilibre on a :

$$N_1 = 25 \text{ KN}$$

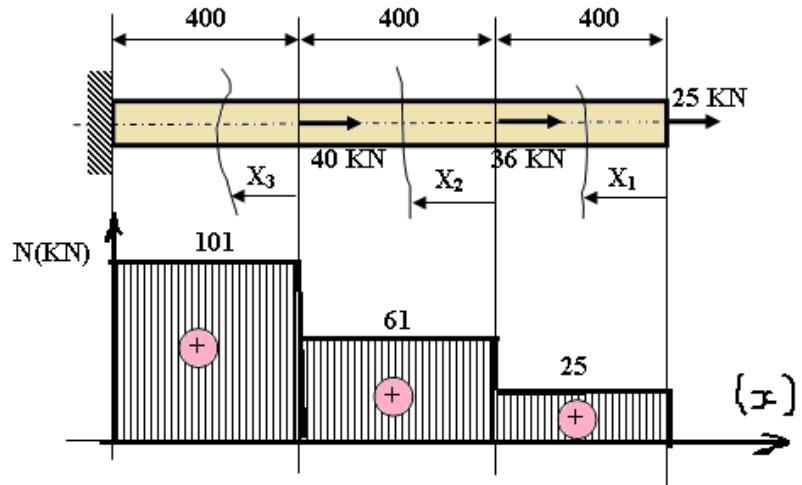
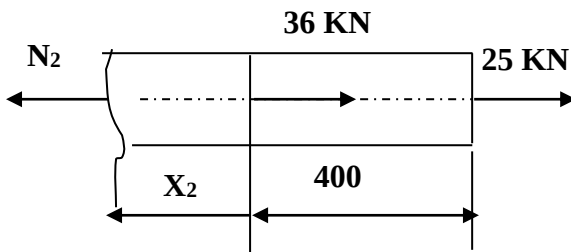
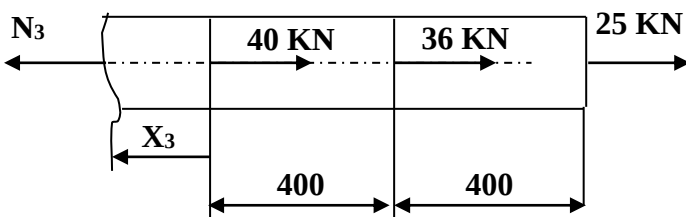


Diagramme des efforts normaux

Tronçon II ($0 \leq X_2 \leq 400$)

$$N_2 = 25 + 36 = 61 \text{ KN}$$

Tronçon III ($0 \leq X_3 \leq 400$)

$$N_3 = 25 + 36 + 40 = 101 \text{ KN}$$

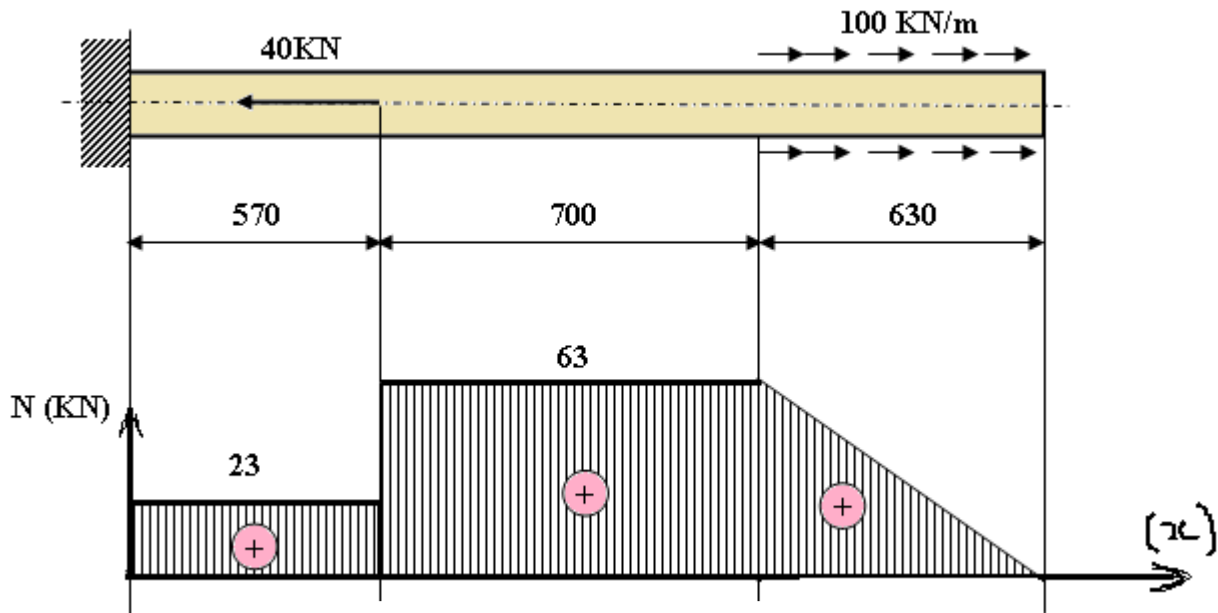
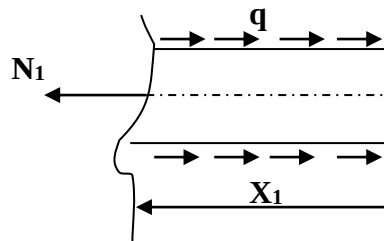
Exercice 2**Charge : force concentrée de 40 KN et charge répartie longitudinalement 100 KN/m**

Diagramme des efforts normaux :

Tronçon I ($0 \leq X_1 \leq 630$)

$$q = 100 \frac{\text{KN}}{\text{m}} = 100 \cdot 10^{-3} \frac{\text{KN}}{\text{mm}} = 0,1 \frac{\text{KN}}{\text{mm}}$$

à l'équilibre du tronçon on a :

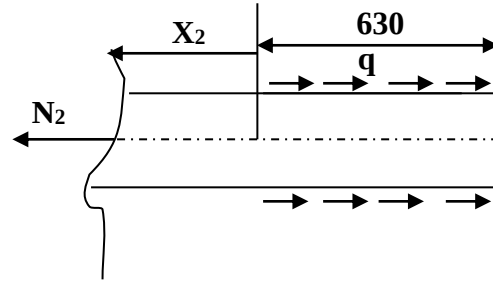
$$q X_1 - N_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = q X_1$$

Etudions les bornes de X_1 :

pour $X_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = 0$

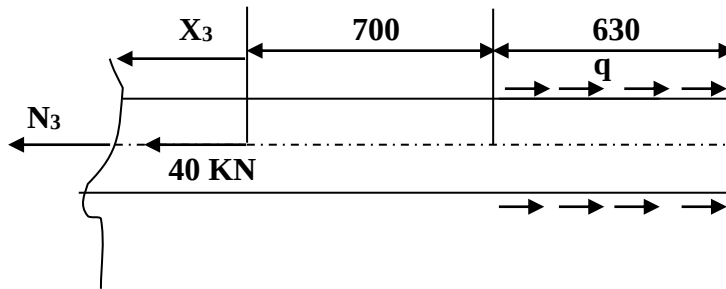
pour $X_1 = 630 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad N_1 = q \cdot 630 = 0,1 \cdot 630 = 63 \text{ KN}$

Tronçon II ($0 \leq X_2 \leq 700$)



$$N_2 = q \cdot 630 = 0,1 \cdot 630 = 63 \text{ KN}$$

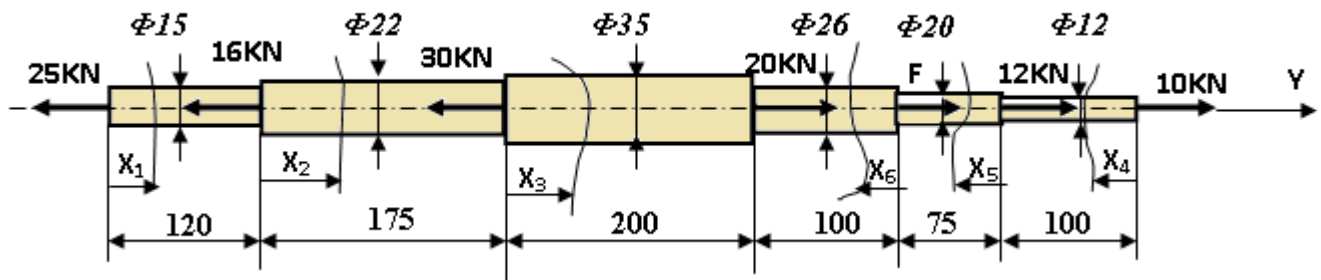
Tronçon III ($0 \leq X_3 \leq 570$)



$$N_3 = q \cdot 630 - 40 = 0,1 \cdot 630 - 40 = 23 \text{ KN}$$

Exercice 3

1. Equilibre statique

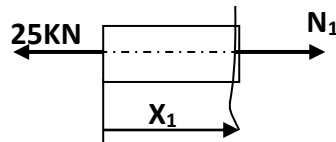


$$\sum Y = 10 + 12 + F + 20 - 30 - 16 - 25 = 0$$

$$\Rightarrow F = 71 - 42 = 29 \text{ KN}$$

2. Les diagrammes des efforts normaux et des contraintes :

Tronçon I ($0 \leq X_1 \leq 120$)

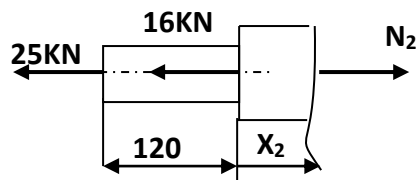


$$N_1 = 25 \text{ KN}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{S_1} = \frac{25}{176,71} = 141,47 \text{ N/mm}^2$$

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi 15^2}{4} = 176,71 \text{ mm}^2$$

Tronçon II ($0 \leq X_2 \leq 175$)

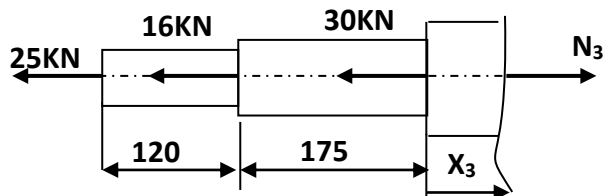


$$N_2 = 25 + 16 = 41 \text{ KN}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{S_2} = \frac{41}{380,13} = 107,85 \text{ N/mm}^2$$

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi 22^2}{4} = 380,13 \text{ mm}^2$$

Tronçon III ($0 \leq X_3 \leq 200$)

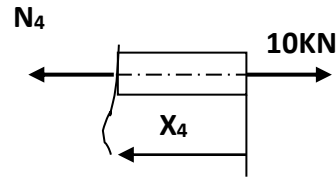


$$N_3 = 25 + 16 + 30 = 71 \text{ KN}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{S_3} = \frac{71}{706,85} = 100,44 \text{ N/mm}^2$$

$$S_3 = \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{\pi 30^2}{4} = 706,85 \text{ mm}^2$$

Tronçon IV ($0 \leq X_4 \leq 100$)

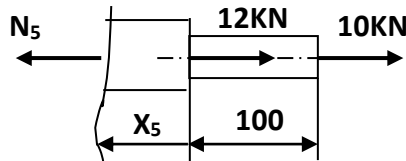


$$N_4 = 10 \text{ KN}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{S_4} = \frac{10}{113,09} = 88,42 \text{ N/mm}^2$$

$$S_4 = \frac{\pi d_4^2}{4} = \frac{\pi 12^2}{4} = 113,09 \text{ mm}^2$$

Tronçon V ($0 \leq X_5 \leq 75$)

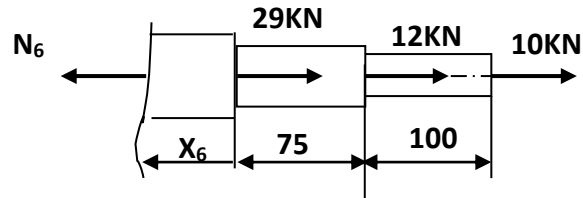


$$N_5 = 10 + 12 = 22 \text{ KN}$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{S_5} = \frac{22}{314,15} = 70,03 \text{ N/mm}^2$$

$$S_5 = \frac{\pi d_5^2}{4} = \frac{\pi 20^2}{4} = 314,15 \text{ mm}^2$$

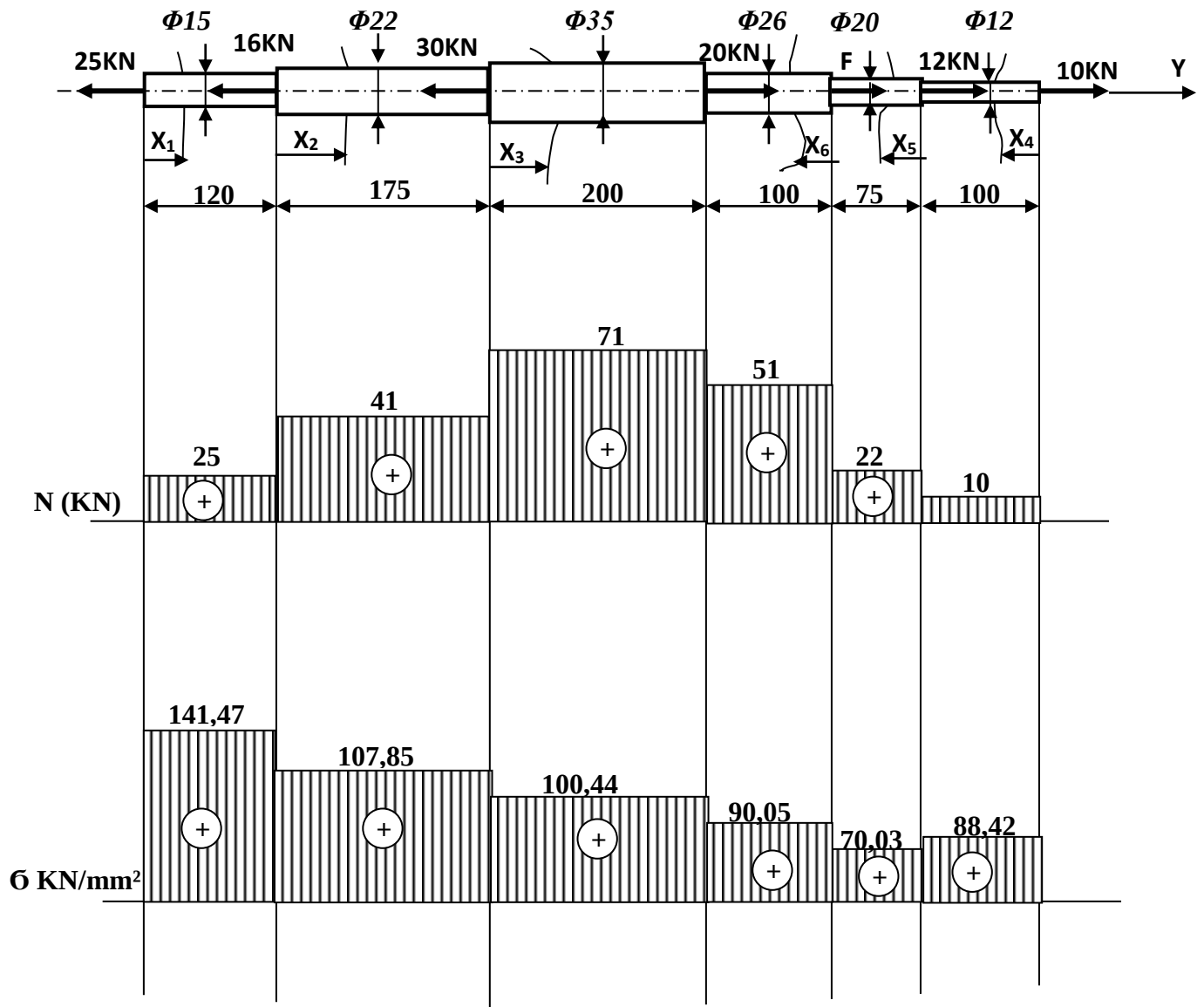
Tronçon VI ($0 \leq X_6 \leq 75$)



$$N_6 = 10 + 12 + 29 = 51 \text{ KN}$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{S_6} = \frac{51}{530,92} = 90,05 \text{ N/mm}^2$$

$$S_6 = \frac{\pi d_6^2}{4} = \frac{\pi 26^2}{4} = 530,92 \text{ mm}^2$$



Exercice 3

a) Graphe contrainte σ - déformation ε .

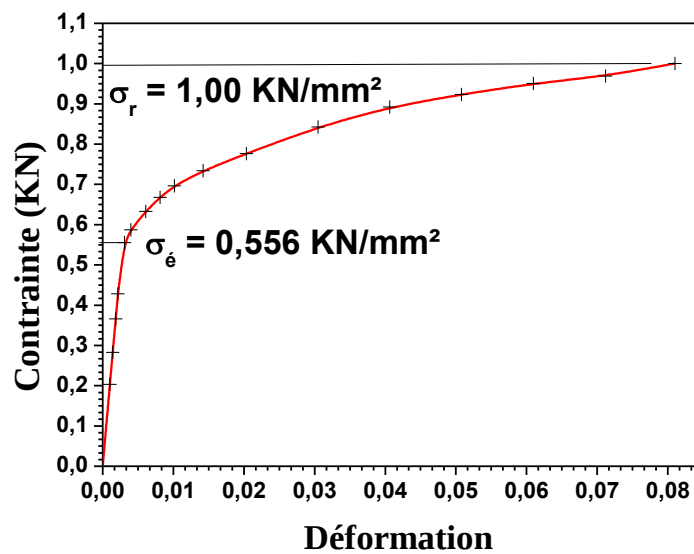
Pour tracer ce graphe il faut diviser les forces par la section initiale et les allongements par la longueur initiale :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta L}{L_0}$$

Avec $S_0 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(17,68^2)}{4} = 245,5 \text{ mm}^2$ et $L_0 = 25 \text{ mm}$

On obtient :

ε	σ (KN/mm ²)
0	0
0,00102	0,20353635
0,0014	0,28290766
0,00184	0,36620825
0,00214	0,42829077
0,00304	0,55638507
0,00404	0,58781925
0,00608	0,63261297
0,00812	0,66797642
0,01016	0,69626719
0,0142	0,73398821
0,02032	0,77642436
0,03048	0,84243615
0,04064	0,89194499
0,0508	0,92337917
0,06096	0,95088409
0,0712	0,96895874
0,081	1,00



Selon le graphe la limite de rupture est atteinte pour une déformation $\varepsilon = 0,081$ et elle est de **1,00 KN/mm²**
La limite élastique est atteinte pour une déformation $\varepsilon = 0,0034$ et elle vaut **0,556 KN/mm²**

Le de Young est calculé à partir de la courbe linéaire de Hooke où la contrainte est proportionnelle à la déformation :

$$\sigma = E\varepsilon \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \text{soit} \quad E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$$

$$E_1 = \frac{[(0,28290766) - (0,20353635)]10^3}{(0,0014) - (0,00102)} = 208871,86 \text{ N/mm}^2$$

$$E_2 = \frac{[(0,36620825) - (0,28290766)]10^3}{(0,00184) - (0,0014)} = 189319,52 \text{ N/mm}^2$$

$$E_3 = \frac{[(0,4289077) - (0,36620825)]10^3}{(0,00214) - (0,00184)} = 208998,16 \text{ N/mm}^2$$

$$E_m = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{3} = 202396,51 \text{ N/mm}^2$$

Soit $E \simeq 2,024 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

L'allongement pour cent A% est donné par:

$$A\% = 100 \frac{L_u - L_0}{L_0} = 100 \frac{26,75 - 25}{25} = 7\%$$

Le coefficient de striction est donné par :

$$Z\% = 100 \frac{S_u - S_0}{S_0} = 100 \frac{211,49 - 245,5}{245,5} = -13,85\%$$

$$S_u = \frac{\pi(D_u^2)}{4} = \frac{\pi(16,41)^2}{4} = 211,49 \text{ mm}^2$$

EXERCICE 4

1) Détermination des efforts dans les barres

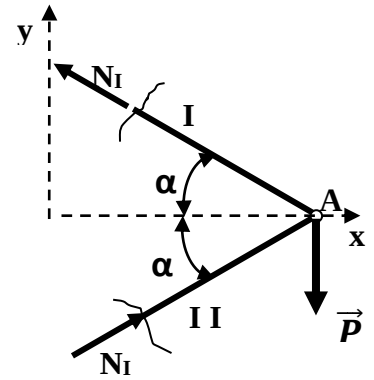
Equations d'équilibre :

$$\sum X = -N_I \cos \alpha + N_{II} \cos \alpha = 0$$

$$\sum Y = N_I \sin \alpha + N_{II} \sin \alpha - P = 0$$

$$\Rightarrow N_I = N_{II} = N$$

$$\Rightarrow 2N \sin \alpha - P = 0 \Rightarrow N = \frac{P}{2 \sin \alpha} = P = 10^3 \text{ N}$$

En utilisant la condition de résistance on obtient : $\sigma_{max} \leq [\sigma]$

La barre I est soumise à une traction :

$$\sigma_{max} = \frac{N_I}{S_I} \leq [\sigma_t]_I \Rightarrow S_I \geq \frac{N_I}{[\sigma_t]_I} = \frac{10^3}{10^3} = 1 \text{ cm}^2$$

- La barre II est soumise à une compression:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{II}}{S_{II}} \leq [\sigma_c]_{II} \Rightarrow S_{II} \geq \frac{N_{II}}{[\sigma_c]_{II}} = \frac{10^3}{10^2} = 10 \text{ cm}^2$$

2) Allongements

Selon la loi de Hooke

$$\Delta L_I = \frac{N L_I}{E_I S_I} ; \quad \Delta L_{II} = \frac{N L_{II}}{E_{II} S_{II}}$$

Avec $L_I = L_{II} = a$ (triangle ABC equilateral)

$$\Delta L_I = \frac{N a}{E_I S_I} = \frac{10^3 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^6 \cdot 1} = 0,05 \text{ cm} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\Delta L_{II} = \frac{N a}{E_{II} S_{II}} = \frac{10^3 \cdot 10^2}{10^6} = 0,1 \text{ cm} = 1 \text{ mm}$$

EXERCICE 6**1- Aspect statique**

$$\sum F_x = 0$$

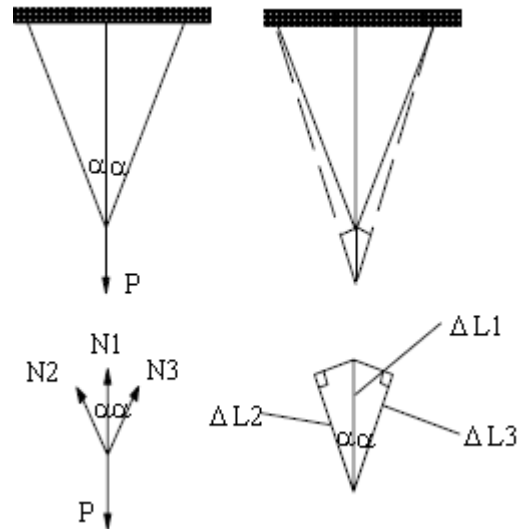
$$N_2 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = N_3 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha - P = 0$$

$$\Rightarrow N_1 + 2N_2 \cos \alpha = P \quad (2)$$

**2- Aspect géométrique**

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_1 \cos \alpha$$

3- Aspect physique:

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{ES} \quad \text{et} \quad \Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{ES}$$

En substituant dans (3), on obtient

$$\frac{N_2 L_2}{ES} = \frac{N_1 L_1}{ES} \cos \alpha \Rightarrow N_2 L_2 = N_1 L_1 \cos \alpha$$

4- Synthèse et résolution des équations

On élimine N_3 de (2) $\Rightarrow N_1 + 2N_2 \cos \alpha = P$

$$\text{de (5) on tire } N_1 = N_2 \frac{L_2}{L_1 \cos \alpha}$$

et en combinant (6) et (7) on aura alors

$$\Rightarrow N_1 = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \quad \text{et} \quad N_2 = N_3 = \frac{P \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha}$$

Application numérique $P = 10^3$ KN et $\alpha = 30^\circ$