Module : Modélisation (MMC) *Avril* 2020
Master 1 de Mathématique Appliquée

Devoir No 2
(A rendre dans 15j)

Excercice 1.
On considère la transformation homogène (cisaillement) définie, à l'instant t, par :

$$x_1 = X_1 + \alpha t X_2, \quad x_2 = X_2 + \alpha t X_1, \quad x_3 = X_3, \quad \alpha > 0$$

– 1- Déterminer le tenseur $F(t)$ de la transformation.
– 2- Calculer le tenseur des dilatations $C(t)$ et ses directions principales .
– 3- Calculer le tenseur des petites déformations $\varepsilon(t)$ sachant que αt est petit.

Excercice 2. (Déformation de la gomme)
Soit $l > 0$ et $\Omega_0 = [0, l]^3$, la gomme avant déformation.
Considérons la transformation (non homogène) $\phi : \Omega_0 \to \Omega$ défnie par

$$x = \phi(X) \;\Leftrightarrow\; x_1 = 2X_1; \quad x_2 = X_2; \quad X_3 = X_3 + X_1^2$$

Soit trois points de Ω_0 : $A = (\frac{l}{2}, 0, \frac{l}{2})$; $\quad B = (\frac{l}{2} + \delta l, 0, \frac{l}{2})$; $\quad C = (\frac{l}{2}, 0, \frac{l}{2} + \delta l)$
et A', B', C' leurs image dans Ω.
– 1- Calculer $C(A)$ tenseur de Cauchy au point A
– 2- Si δl est petit par rapport l, calculer approximativement la longueur de $A'B'$.
– 3- Calculer $\sin\gamma$, $\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha$, $\alpha = angle(A'B', A'C')$
– 4- Calculer le volume de Ω (la gomme après déformation).

Excercice 3.
Considérons le champ de vitesse (eulerien)

$$V_1 = V_2 = 0, \quad V_3(x, t) = 1 - \beta x_1^2; \quad \beta > 0$$

– 1- Calculer $D(x, t)$ le tenseur du taux de déformation
– 2- Calculer le vecteur tourbillon $\omega(x, t)$
– 3- Calculer la trajectoire issue de $X = (X_1, X_2, X_3)$,
écrire l'équation du mouvement $x = \phi(X, t)$
– 4- Donner l'expression de $V^L(X, t)$ vitesse de Lagrange.