Asservissement d'une grandeur physique
(cas des asservissements linéaires continus)

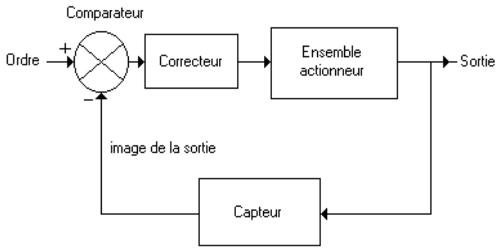
Dans la plupart des processus industriels, mais aussi dans bon nombre de procédés expérimentaux complexes, il est indispensable de maîtriser certains paramètres physiques.

Exemples:
- Contrôler le débit d'une source électrique malgré les fluctuations imposées par sa charge.
- Contrôler les variations de vitesse d'un moteur.
- Température à réguler sans intervention humaine (corps humain, habitation…).
- Réglages fins automatisés dans une expérience d'optique.

Structure d'un système asservi:

Pour cela, on va être amené à concevoir des dispositifs dans lesquels un capteur rend compte de la sortie du système qui va devoir s'aligner sur ce que l'on a demandé en entrée. On a donc un système bouclé (réaction de la sortie sur le signal d'entrée).

On peut alors représenter le système par:



L'ordre donné en entrée est comparé avec l'image de la sortie fournie par le **capteur**. Le signal obtenu en sortie du **comparateur** (appelé souvent signal d'erreur ε) va permettre de commander la chaîne d'action composée de deux éléments principaux, le **correcteur** et **l'ensemble actionneur**.

Le rôle du correcteur est d'adapter le signal d'erreur afin d'obtenir une réponse optimale de l'actionneur. Les critères choisis peuvent être divers: précision, rapidité, stabilité…Nous verrons que ces derniers sont souvent antagonistes ce qui demande de faire des compromis. La forme du correcteur va dépendre des critères choisis…

L'actionneur est chargé de réaliser l'action demandée par l'ordre d'entrée, à partir du signal de sortie du correcteur. C'est en général l'élément qui apporte la puissance pour l'action.

remarque: Par analogie avec le comportement humain, on peut assimiler l'ensemble (comparateur-correcteur) au cerveau alors que l'ensemble actionneur est constitué de l'ensemble (muscle-outil)…Dans un bon asservissement, il faut donc de la cervelle et du muscle…☺…dans des proportions qui dépendent de l'action souhaitée…Le capteur peut être l'œil, l'oreille, le nez, la peau…

Définitions:
- Quand la grandeur de sortie suit une grandeur d'entrée qui varie dans le temps, on parle d'**asservissement** (asservissement de vitesse, de position…).
- Quand la grandeur de sortie suit une grandeur d'entrée constante, on parle plutôt de **régulation** (régulation de température, de pression…).

Rq : certaines parties ont été traitées précédemment (notamment la transformée de Laplace et les problèmes de stabilité…). Elles ne sont rappelées ici que pour assurer une logique au texte. Lors du cours, ces parties seront survolées très rapidement, sauf demande explicite sur des points précis.

I. Formalisation des problèmes d'asservissements linéaires continus

I.1.Définition:

Un système linéaire est un système pour lequel les relations entre les grandeurs d'entrée et les grandeurs de sortie peuvent se mettre sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles linéaires à coefficients constants (si le système n'est pas rigoureusement linéaire, on arrive tout de même souvent à le linéariser autour d'un point de fonctionnement…).

I.2. Transformée de Laplace:

La résolution des équations différentielles devient vite fastidieuse dans le cas de systèmes complexes. C'est pourquoi on a recours à la transformée de Laplace qui permet de transformer les équations différentielles en opérations algébriques plus simples.

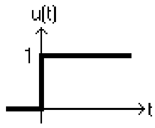
I.2.1. Définition.

• Considérons une fonction f de la variable réelle t supposée nulle pour les valeurs négatives de t. La transformée de Laplace de f, notée F est une fonction de la variable complexe p définie par

$$F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-p.t}.f(t).dt$$

Cette fonction n'est définie que pour les valeurs de p telles que l'intégrale converge…

• rq: Les fonctions étudiées dans le cas des asservissements sont causales (nulles pour des valeurs de t négatives). Toutes les fonctions causales peuvent se mettre sous la forme du produit d'une fonction par l'échelon de Heaviside u(t).



I.2.2. Propriétés.

• unicité.

• linéarité.

• Si L représente l'action "transformée de Laplace" et si F(p) est la transformée de Laplace de f(t), alors, on a les relations suivantes:

$$\boxed{L[f(a.t)] = \frac{1}{a}.F(\frac{p}{a})} \qquad \boxed{L[f(t-\tau)] = e^{-\tau.p}.F(p)} \qquad \boxed{L[e^{-\omega.t}.f(t)] = F(p+\omega)}$$

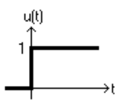
$$\boxed{L(\frac{df(t)}{dt}) = p.F(p) - f(0^-)} \qquad \boxed{L\left[\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right] = p^2.F(p) - p.f(0^-) - f'(0^-)} \qquad \boxed{L\left[\int_0^t f(x).dx\right] = \frac{F(p)}{P}}$$

remarque: Les trois dernières relations sont fondamentales pour représenter les systèmes à asservir par leur fonction de transfert. Elles permettent aussi de résoudre des équations différentielles.

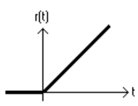
Produit de convolution: $\boxed{L\left[\int_0^{+\infty} f(\tau).g(t-\tau).d\tau\right] = F(p).G(p)}$

I.2.3. Transformée de Laplace de signaux particuliers.

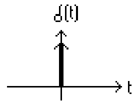
• *échelon u(t)* : $\boxed{L[u(t)] = \frac{1}{p}}$



• *fonction rampe* : $r(t) = a.t.u(t)$ $\boxed{L[r(t)] = \frac{a}{p^2}}$



• *Impulsion de Dirac* δ(t) (nulle partout sauf en 0 et telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) = 1$) : $\boxed{L[\delta(t)] = 1}$



I.2.4. Théorèmes importants :

• *Théorème de la valeur initiale:*

$$\boxed{\lim_{t\to 0}(f(t)) = \lim_{p\to\infty}(p.F(p))}$$

• *Théorème de la valeur finale :*

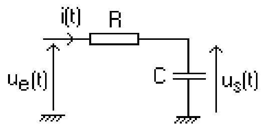
$$\boxed{\lim_{t\to \infty}(f(t)) = \lim_{p\to 0}(p.F(p))}$$

remarque: nous verrons que le second théorème est très utile pour prévoir la précision des systèmes asservis.

I.2.5. Fonction de transfert:

Définition: Lorsque l'on cherche à représenter un système physique (Circuit RLC, système mécanique amorti avec ressort…), on arrive souvent à le linéariser et à relier entre elles les grandeurs importantes par une équation différentielle ou un système d'équations différentielles. Plutôt que de chercher à le résoudre directement, on peut utiliser la transformée de Laplace, ce qui va permettre de trouver une relation fractionnelle entre l'entrée et la sortie. Cette relation est la **fonction de transfert**.

Exemple: Considérons un circuit RC intégrateur.



Ce système peut être décrit par l'équation différentielle suivante:

$$u_e(t) = R.i(t) + u_s(t) = R.C.\frac{du_s(t)}{dt} + u_s(t)$$

Si on suppose la capacité initialement déchargée ($u_s(0^-)=0$), alors, en utilisant la transformée de Laplace, on obtient la relation:

$U_e(p) = R.C.p.U_s(p) + U_s(p)$ ce qui peut être mis sous la forme $\boxed{\dfrac{U_s(p)}{U_e(p)} = \dfrac{1}{1+R.C.p}}$

Cette relation est la fonction de transfert du système.

Remarque: Pour l'instant, nous n'avons fait aucune hypothèse sur la forme de $u_e(t)$…Cette façon de définir la fonction de transfert est donc beaucoup plus générale que celle qui ne concerne que les systèmes en régime sinusoïdal forcé ($p = j.\omega$)…

Applications:

• réponse à un échelon.

Si $u_e(t)=E.u(t)$ ($u(t)$ = échelon de Heaviside), alors $U_e(p) = 1/p$. Dans ce cas, on a

$$U_s(p) = \frac{E}{p}.\frac{1}{1+R.C.p}$$

que l'on peut décomposer en fraction rationnelle ce qui donne

$$U_s(p) = E.(\frac{1}{P} + \frac{-R.C}{1+R.C.p}) = E.(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1/R.C})$$

et en identifiant:

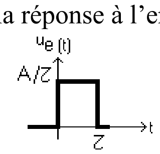
$$u_s(t) = E.u(t) - E.e^{-t/R.C}.u(t) = E.u(t).\left[1 - e^{-t/R.C}\right]$$

Ce qui est bien le résultat attendu…

• réponse à une impulsion de Dirac.

Dans ce cas, la transformée de Laplace de la réponse est la fonction de transfert du système, car $U_e(p) = 1$ V/s.

• on peut arriver au même résultat en étudiant la réponse à l'entrée suivante et en faisant tendre τ vers 0.



Alors, $u_e(t) = (A/\tau).u(t) - (A/\tau).u(t-\tau)$ soit $U_e(p) = \dfrac{A/\tau}{p}.(1 - .e^{-\tau.p})$

Connaissant la fonction de transfert, on en déduit que $U_s(p) = \frac{A/\tau}{p} \cdot \frac{1}{1+R.C.p} \cdot (1 - .e^{-\tau.p})$

et en identifiant $u_s(t) = (A/\tau).u(t).\left[1 - e^{-t/R.C}\right] - (A/\tau).u(t-\tau).\left[1 - e^{-(t-\tau)/R.C}\right]$

II. Recherche de la fonction de transfert d'un système à asservir.

Nous verrons par la suite que pour asservir un système de façon convenable, il est nécessaire de connaître certaines de ses caractéristiques, afin d'élaborer un correcteur qui permettra d'obtenir des réponses plus satisfaisantes (rapidité de la réponse, précision…). Pour cela, deux approches (souvent complémentaires) sont possibles.

On peut soit élaborer un modèle physique de la chaîne à commander (modèle de connaissance), soit tester directement la réponse de cette dernière à des signaux particuliers et en déduire une forme approchée de la fonction de transfert (modèle de comportement). On se moque alors de ce qu'il y a dans le système… Néanmoins, la première approche permet de comprendre le rôle des différents paramètres, ce qui la rend indispensable lorsque l'on cherche à réaliser une optimisation.

II.1. Représentation des systèmes au moyen de modèles physiques.

C'est l'approche la plus satisfaisante pour le physicien, mais ce n'est pas toujours la plus efficace. En effet, elle est longue à mettre en œuvre et elle est dépendante des imperfections des modèles et de l'identification… Néanmoins, elle peut se révéler utile pour commander des systèmes complexes car elle permet d'avoir une idée approchée du rôle des différents paramètres… Le modèle obtenu est appelé **modèle de connaissance**…

II.1.1. Principe.

Cette approche nécessite de connaître les caractéristiques physiques du système à commander. On obtient alors des systèmes d'équations différentielles que l'on va éventuellement devoir linéariser autour de points de fonctionnement. Au moyen de la transformée de Laplace, on peut alors remonter à la fonction de transfert du système.

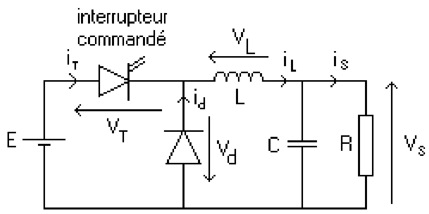
Cette approche est longue à mettre en œuvre, car il faut mesurer un à un les paramètres du modèle…Elle n'est pas toujours très fiable. En effet, on est à la merci des erreurs de mesures lors de l'identification. De plus, un modèle est toujours une image (plus ou moins) simplifiée du réel…

Néanmoins, si elle est bien conduite, elle va permettre de prévoir le comportement du système et éventuellement de le modifier pour optimiser certains paramètres, afin de rendre la commande plus facile et plus performante…

II.1.2. Exemple d'une alimentation régulée (réalisée à partir d'un hacheur).

Le hacheur est un convertisseur d'énergie qui permet de réaliser une conversion du continu fixe vers du continu variable. Dans notre exemple, nous allons nous intéresser au cas particulier d'un hacheur série dont on peut commander le rapport cyclique.

• Aspect statique (principe de fonctionnement du hacheur série).



La charge est constituée par la résistance R. Les éléments L et C forment un filtre dont le but est de limiter l'ondulation résultant du découpage sur la tension et le courant de sortie. Si ces éléments sont correctement calculés, on peut supposer que i_s et v_s sont continus (on néglige l'ondulation résiduelle).L'ensemble (filtre + charge) peut être composé différemment, mais nous raisonnerons sur cet exemple par la suite.

Le cycle de fonctionnement, de période de hachage T (T=1/f), comporte deux étapes.

• Lors de la première, on rend le transistor (interrupteur commandé) passant et la diode, polarisée en inverse, est bloquée. Cette phase dure de 0 à α.T, avec α compris entre 0 et 1. α est appelé rapport cyclique.

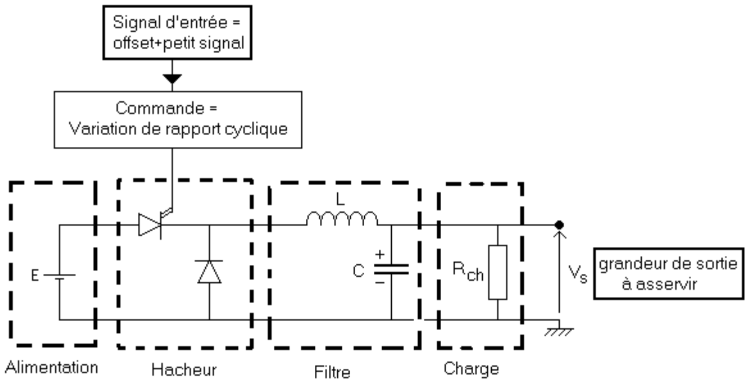
• Lors de la seconde, on bloque le transistor. La diode devient passante. Cette phase dure de αT à T.

Globalement, dans des conditions optimales de fonctionnement, on a

$$V_S = \alpha.E$$

• Principe de la commande.

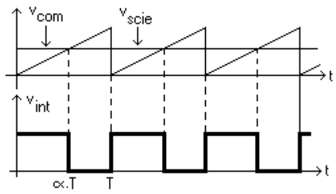
Nous allons nous intéresser au cas d'un hacheur série décrit au paragraphe précédent



- On suppose que les ondulations de courant sont négligeables (inductance suffisamment forte et fréquence de hachage élevée), ce qui justifie de raisonner en valeur moyenne. On suppose alors que

$V_s = \alpha.E$ où α est le rapport cyclique proportionnel à la tension de commande.

- Pour obtenir α, on compare la tension d'entrée (v_{com} = tension de commande) à un signal en dents de scie (V_{scie}) généré par la partie commande du hacheur. Le fruit de la comparaison est le signal de commande (V_{int}) envoyé sur les transistors (IGBT ou MOS).



Si la dent de scie est de pente λ, alors on a

$$\lambda.\alpha.T = v_{com} \quad \text{soit} \quad \alpha = \frac{v_{com}}{\lambda.T}$$

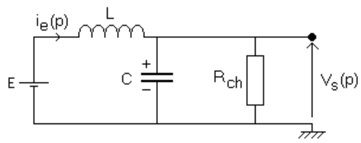
- La relation entre v_{com} et V_s peut donc se mettre sous la forme d'un gain statique G_0 avec

$$G_0 = \frac{E}{\lambda.T}$$

• Aspect dynamique de la commande du hacheur.

Pour commander notre système, nous allons supposer que la tension E délivrée par l'alimentation stabilisée est constante et que le paramètre d'entrée susceptible de varier est le rapport cyclique α (on va faire fluctuer la tension v_{com} d'entrée). Suivant l'état de l'interrupteur commandé, le hacheur va se présenter comme l'un des deux circuits suivants :

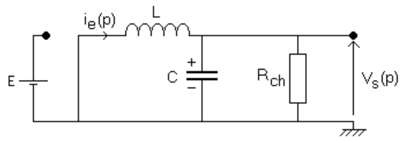
• *Lors du premier, sur l'intervalle de temps [0 ;αT]* , le transistor est passant et la diode est bloquée. On se retrouve donc avec un circuit dans l'état suivant :



Ce qui nous conduit aux équations suivantes :

$$E = L.p.i_e(p) + V_s(p) \quad (1) \qquad \text{et} \qquad i_e(p) = C.p.V_s(p) + \frac{V_s(p)}{R_{ch}} \quad (2)$$

• *Lors du second, sur l'intervalle de temps [αT ;T]*, le transistor est bloqué et la diode passante ce qui correspond à un nouveau circuit :



On en déduit les deux équation suivantes :

$$0 = L.p.i_e(p) + V_s(p) \quad (3) \qquad \text{et} \qquad i_e(p) = C.p.V_s(p) + \frac{V_s(p)}{R_{ch}} \quad (4)$$

• *Modèle moyen :* En supposant que la fréquence de découpage est très grande devant les fréquences caractéristiques du système et les évolutions de l'entrée α, on peut supposer que le comportement de ce dernier correspond à la moyenne temporelle des deux circuits. La réponse obtenue est celle que l'on obtient en faisant la moyenne temporelle de (1) et (3) puis la moyenne de (2) et (4). On est donc ramené à deux nouvelles équations :

$$\alpha(p).E = L.p.i_e(p) + V_s(p) \qquad \text{et} \qquad i_e(p) = C.p.V_s(p) + \frac{V_s(p)}{R_{ch}}$$

d'où la réponse :

$$\frac{V_s(p)}{\alpha(p)} = \frac{E}{1 + \frac{L}{R_{ch}}.p + L.C.p^2} = \frac{A}{1 + 2m\frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

Nous verrons que cette réponse est celle d'un système passe-bas du second ordre de caractéristiques suivantes

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \qquad \text{et} \qquad m = \frac{1}{2.R_{ch}}.\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Le fait d'avoir suivi cette démarche nous permet , par exemple, de comprendre que pour obtenir un système suffisamment amorti (m >1), il va falloir travailler avec une résistance de charge assez faible (forte charge) et une inductance la plus forte possible… On prévoit ainsi l'incidence des différents paramètres sur le comportement global du système…

II.2. Modélisation par une approche de type "boîte noire".

Cette fois, on se contente de savoir quelles sont les entrées et quelles sont les sorties. On envoie des signaux de test sur les entrées (créneaux, sinusoïde…) et l'étude des sorties nous conduit à un modèle mathématique du système. On parle alors de **modèle de comportement**. Cette méthode ne permet pas de remonter à des fonctions de transfert d'un grande complexité, mais elle se révèle souvent suffisante pour identifier des systèmes simples… Il faut noter qu'une modélisation préalable du système rend ce type d'identification plus simple….

II.2.1. Système du premier ordre.

Le gain d'un tel système va s'écrire de la façon suivante :

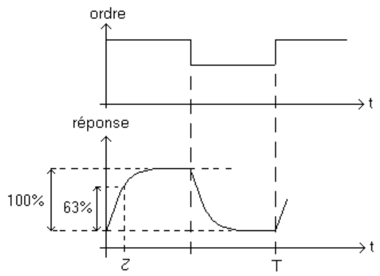
$$G(p) = \frac{G_0}{1 + \tau.p}$$

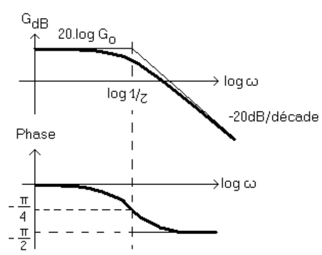
G_0 et τ sont les paramètres caractéristiques du modèle (τ est la constante de temps).

• *réponse à un échelon :* la constante de temps est donnée par le temps de réponse à 63% et le gain statique est obtenu en faisant le rapport des amplitudes (réponse/ordre) quand le système a atteint son régime permanent.

• *réponse fréquentielle :*

Le diagramme de Bode donne une réponse en amplitude décroissante (-20 dB/décade) si on se place suffisamment au-delà de la coupure. La phase décroît de 0 vers $-\pi/2$. On notera que la coupure à –3dB correspond à un déphasage de $-\pi/4$ de la sortie sur l'entrée du système. Le critère de phase est le plus précis pour repérer cette fréquence particulière (bien plus précis que des critères liés à l'amplitude…).





II.2.2. Système du second ordre.

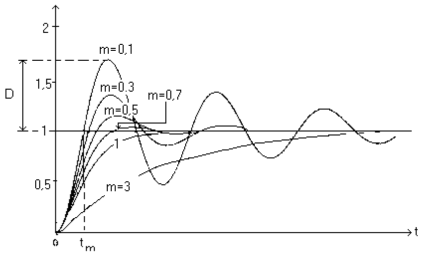
Le gain d'un système du second ordre peut s'écrire de la façon suivante

$$G(p) = \frac{G_0}{1 + 2.m.\frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

G_0, m et ω_0 sont les paramètres caractéristiques (m est le coefficient d'amortissement).

• *Cas de la réponse à un échelon.*

Sur la figure suivante, on représente $G(p)/G_0$ en fonction du temps pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement.



• si m >1 : pas de dépassement.

• si $1 > m > 1/\sqrt{2}$: dépassement sans pseudo-oscillations.

• si $m < 1/\sqrt{2}$: dépassement et pseudo-oscillations.

Quand le système présente un dépassement, on peut l'identifier en mesurant **le dépassement** (D en %) et en mesurant **le temps de montée t_m** (durée pour atteindre une première fois 100% de la réponse asymptotique).

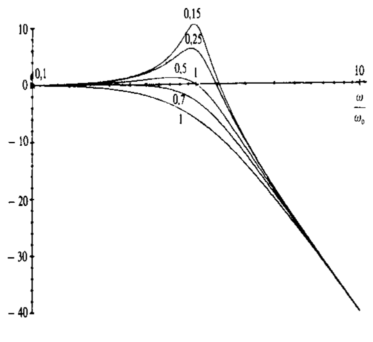
m	$t_m.\omega_0$	D (%)
0,1	1,68	73
0,15	1,74	62
0,2	1,81	53
0,25	1,88	44
0,3	1,97	37
0,35	2,06	31
0,4	2,16	25
0,45	2,28	21
0,5	2,42	16
0,55	2,58	12,6
0,6	2,77	9,5
0,65	3,00	6,8
0,7	3,29	4,6
0,75	3,66	2,84
0,8	4,16	1,52
0,85	4,91	0,63
0,90	6,17	0,15
0,95	9,09	0,01

rq : Ce tableau donne m directement et ω_0 est obtenu à partir de t_m par la formule suivante

$$\omega_0 = \frac{1}{t_m.\sqrt{1-m^2}}.(\pi - \text{Arc}\cos(m))$$

•*Cas de la réponse fréquentielle.*

$$G(j.\omega) = \frac{1}{1 + 2.j.m.\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j.\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$



On constate que le Bode d'amplitude se situe sous le diagramme asymptotique quand m est supérieur à 1 alors qu'il est au dessus dans le cas contraire. On observe même une pseudo résonance quand m < 0,707 (penser au cas du sacro-saint circuit RLC et à la résonance de tension qui n'est observée que pour des valeurs assez faibles de résistance…). On peut également vérifier que les constantes de temps ne seront **séparables** que lorsque **m sera supérieur à 1** (pas de pseudo-résonance).

II.2.3. Cas d'un système présentant un retard (exemple parmi d'autres…).

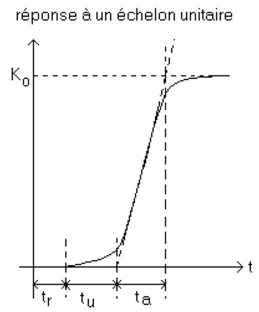
Quand le système présente un retard, que la réponse est apériodique et ne comporte qu'un point d'inflexion, on peut avoir recours à la méthode de Strejc.

L'objectif est de représenter le système par un modèle approché de type

$$G = \frac{K_0.e^{-\tau.p}}{(1+T.p)^n}$$

K_0, n, τ et T sont les paramètres à déterminer.

Pour cela, on envoie l'échelon en entrée et on déduit les paramètres de la réponse en relevant les paramètres t_r, t_u et t_a.



On détermine K_0 en faisant le rapport entre la valeur statique de la réponse en sortie et celle de l'échelon d'entrée. T et n sont déterminés à partir du tableau suivant

n	1	2	3	4	5	6
t_u/t_a	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493
t_a/T	1	2,718	3,695	4,463	5,119	5,699

Si on obtient directement une valeur exacte de n, alors $t_r=\tau$. Sinon, on prend la valeur n entière directement inférieure et on calcule à partir du tableau une valeur t'_u. On aura alors

$$\tau = t_r.(t_u - t'_u)$$

Il existe bon nombre de méthodes de ce genre, toutes aussi empiriques, qui permettent d'obtenir une identification convenable pour des systèmes particuliers…

III. Critères à remplir pour réaliser un bon asservissement et correcteurs associés.

Pour qu'un asservissement soit correct, il faut tout d'abord qu'il assure la stabilité du système…c'est une condition impérative. Ceci étant fait, on cherchera souvent à ce qu'en régime permanent, la sortie du système tende exactement vers ce qui est demandé en entrée (précision). On peut aussi s'imposer que la sortie tende le plus vite possible vers ce qui est demandé en entrée (rapidité). Pour atteindre ces objectifs, il va falloir introduire, dans la chaîne directe, un élément qui va permettre au système de mieux réagir aux sollicitations d'entrée (en fonction des critères choisis). Cet élément sera appelé correcteur. Suivant les impératifs (qui varient d'un asservissement à l'autre), on peut réaliser différents correcteurs.

III.1. Critères de qualité d'un asservissement.

III.1.1 Stabilité.

C'est un **critère impératif** ! On ne cherche pas à fabriquer des oscillateurs !

• *Présentation du problème :*

Il existe plusieurs façons d'aborder la notion de stabilité. On peut notamment retenir qu'un système sera dit stable (au sens strict), si

- une entrée constante conduit à une sortie constante.
- s'il est soumis à une impulsion de Dirac en entrée, il doit, après un transitoire, tendre vers sa position initiale de repos.

On peut donc considérer qu'un système est stable ou non et s'arrêter là. Néanmoins, cette distinction n'est pas suffisante. En effet , un système peut évoluer au cours du temps (dérive thermique, variation de la charge….), ce qui peut modifier son comportement et donc éventuellement conduire à un fonctionnement instable. C'est pour éviter ce genre d'inconvénient que l'on définit souvent une **marge de stabilité** pour les systèmes stables (robustesse de la stabilité). C'est le cas notamment de la marge de phase que nous présenterons plus tard.

On verra que les systèmes à fort gain dans la chaîne directe sont souvent susceptibles d'être le siège d'instabilités.

• *critères de stabilité :*

Nous allons présenter quelques techniques pour aborder la stabilité d'un système. Il faut noter qu'il en existe bien d'autres…

Critère algébrique

Pour qu'un système linéaire soit stable au sens strict, il faut que sa fonction de transfert **en boucle fermée** ne comporte pas de pôle à partie réelle positive ou nulle. Tous les pôles doivent donc être à partie réelle strictement négative.

Pour illustrer cette façon d'aborder le problème, nous allons nous intéresser à un système dont la fonction de transfert est une fraction rationnelle à numérateur constant et on supposera, pour simplifier, qu'elle ne comporte pas de pôle double. On envoie une impulsion de Dirac en entrée. La transformée de Laplace de la réponse est égale à celle de la fonction de transfert qui, compte tenu des hypothèses faites, peut se mettre sous la forme

$$T(p) = \frac{k}{\sum_{i=0}^{n} \beta_i . p^i} = \frac{k'}{\prod_{i=0}^{n} (p - p_i)} = \sum_i \frac{\alpha_i}{p - p_i}$$

La réponse temporelle en sortie s(t) peut donc s'écrire sous la forme

$$s(t) = \sum_i \alpha_i . e^{p_i . t} . u(t)$$

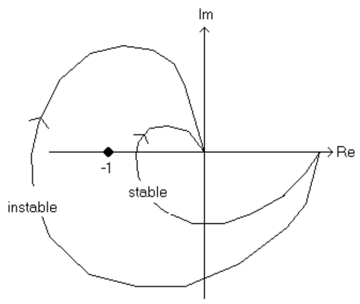
Si certains pôles p_i sont à partie réelle positive, on constate que la réponse s(t) sera amenée à diverger quand t va tendre vers l'infini. Dans le cas de pôles à partie réelle nulle, il se peut que le système oscille.

Critère géométrique

Dans ce cas, on s'intéresse à la fonction de transfert en **boucle ouverte** (FTBO) ce qui va nous permettre de voir si la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) est stable ou non.

On trace le lieu géométrique défini par la FTBO en prenant p=jω et on regarde la position de ce lieu par rapport au point –1.

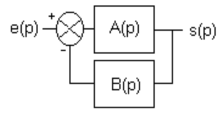
Si en parcourant le lieu pour des ω croissants, on laisse ce point sur la gauche, le système sera stable (critère du revers).



rq : Ce critère n'est pas rigoureux, mais est largement suffisant pour les fonctions de transfert ayant un sens physique. Il existe des fonctions de transfert qui le mettent en défaut, mais elles ne correspondent pas à des systèmes que nous erons amenés à étudier… Si on veut être rigoureux, on peut utiliser le **critère de Nyquist**, mais ce dernier est bien complexe pour ce que nous allons chercher à faire…

rq : Pour un système stable, les risques d'instabilité augmentent quand le lieu se rapproche de –1 (à cause d'une dérive thermique par exemple).

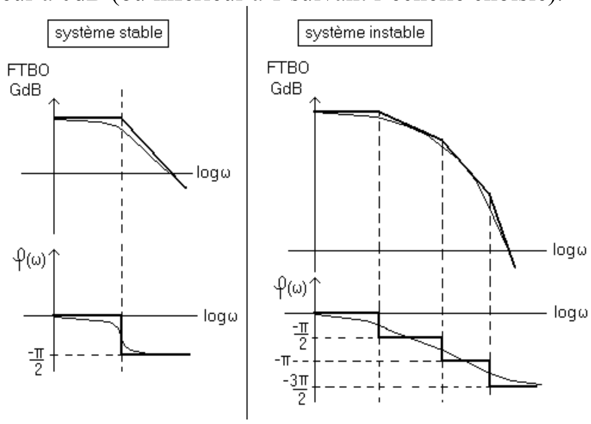
rq : Pour mieux comprendre pourquoi on s'intéresse à la FTBO, on peut se rappeler la structure d'un système bouclé et la forme de sa fonction de transfert.



A(p).B(p) représente la FTBO et T(p) la FTBF. Soit $T(p) = \dfrac{A(p)}{1 + A(p).B(p)}$

Les évolutions de A(p).B(p) autour de -1, vont influer sur la forme des pôles de la FTBF...

rq : Le diagramme de Bode de la FTBO permet également de juger de la stabilité, au même titre que le critère du revers. Dans ce cas, on dit que le système est stable quand le diagramme de bode de la FTBO présente une phase de π pour un gain inférieur à 0dB (ou inférieur à 1 suivant l'échelle choisie).



Degré de stabilité – marge de phase

Quand un système est stable il est intéressant de définir un critère permettant de quantifier l'écart de ses caractéristiques avec des caractéristiques instables. Pour cela, on peut par exemple définir la marge de phase, i.e. la différence qui existe entre la phase de la FTBO et la valeur de -180° quand le module vaut 1.

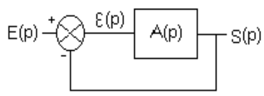
rq : On rappelle qu'il faut que la phase du système soit inférieure à -180° à cet instant.

rq : En pratique, on cherche souvent à s'assurer une marge de phase de 45° (i.e. une phase de FTBO de –135° quand le module vaut 1).

III.1.2 Précision.

Obtenir une bonne précision consiste à faire en sorte que la sortie du système finisse par tendre vers une valeur la plus proche possible de l'entrée.

On va supposer que le système se présente sous la forme suivante



Cela revient à dire que l'on cherche à **minimiser le signal d'erreur $\varepsilon(t)$** quand t tend vers l'infini. En général, on a accès à la fonction de transfert. Il est, par conséquent, plus simple de travailler en variable de Laplace. C'est pourquoi on va utiliser le **théorème de la valeur finale** défini précédemment, soit

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \to 0} p.\varepsilon(p)$$

Le système sera donc réellement précis quand

$$\lim_{p \to 0} p.\frac{E(p)}{1 + A(p)} = 0$$

Il faut noter que la précision dépend de la nature du signal d'entrée.

Exemples :

• Considérons un système du premier ordre en boucle ouverte tel que

$$A(p) = \frac{K}{1 + \tau.p}$$

On attaque ce système par un signal échelon. On a donc

$$E(p) = \frac{a}{p}$$

Dans ce cas l'erreur au bout d'un temps suffisamment long sera de la forme

$$\varepsilon_\infty = \frac{a}{1+K}$$

Pour diminuer cette erreur, on peut chercher à augmenter K, mais on risque alors de rendre le système instable si ce dernier n'est pas un « vrai premier ordre ».

- Supposons maintenant que le système soit tel que

$$A'(p) = \frac{1}{p}.\frac{1}{1+\tau.p}$$

Dans ce cas, si on applique un signal échelon en entrée, on aura une erreur ε qui tend vers 0 au bout d'un temps suffisamment long.

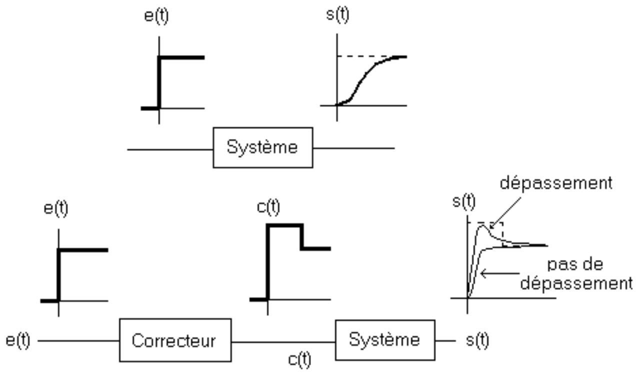
rq : La fonction de transfert A'(p) peut être vue comme le produit de A(p) par 1/p. Ce dernier terme correspond à une intégration, opération que l'on peut réaliser avec un étage correcteur.

A'(p) peut donc correspondre à un système du premier ordre A(p) que l'on aurait corrigé par un étage intégrateur afin de supprimer l'erreur statique ε_∞.

III.1.3 Rapidité.

Cette fois on s'intéresse à la durée nécessaire pour que le système atteigne le régime permanent. La rapidité est liée à la valeur des paramètres du système (un système physique est en général d'autant plus rapide que sa bande passant est élevée…on peut par exemple penser à un système du premier ordre pour s'en convaincre). Pour améliorer la rapidité du système, on va devoir agir sur le signal d'entrée…ce sera le rôle du correcteur, qui va en général augmenter l'amplitude du signal au moment de la transition…

amélioration de la rapidité par utilisation d'un correcteur



L'inconvénient est que cela peut conduire à un dépassement…c'est alors à l'utilisateur de faire un compromis entre avantages et inconvénients afin d'optimiser son asservissement…

rq : augmenter la rapidité d'un système revient à augmenter sa bande passante (donc à diminuer ses constantes de temps !).

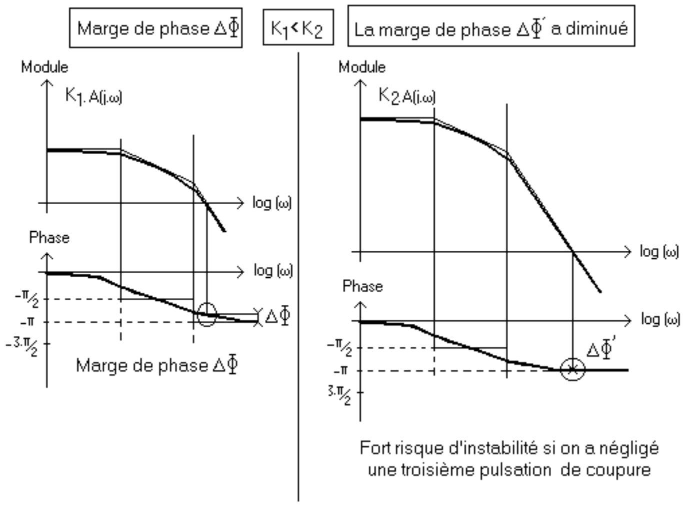
III.2. Fonctions principales réalisée par les correcteurs.

Nous allons voir que, suivant leur structure, les correcteurs analogiques les plus simples réalisent souvent des fonctions de type « proportionnelle », « intégrale », « dérivée » ou une combinaison de certaines d'entre elles. On peut envisager d'autres actions (retard, …) mais elles ne seront pas traitées par la suite.

III.2.1. L'action proportionnelle.

- Une action proportionnelle permet de substituer, en entrée de la chaîne d'action, le signal $\varepsilon(t)$ à un signal $K\varepsilon(t)$ où K est un simple gain réel. Son rôle sera de dilater l'effet de l'erreur pour que le système réagisse de façon plus violente (comme si l'erreur était plus importante qu'elle n'est en réalité). Le risque d'un gain trop fort est l'apparition de dépassements qui peuvent être préjudiciables (surintensité mortelle pour le système électronique, ou dépassement de position d'un bras de robot à proximité d'un mur ou d'une personne…).
- Un gain trop élevé peut donc contribuer à rendre un système plus instable. On peut donner l'exemple d'un système modélisé par un filtre passe-bas du second ordre associé à un gain K. L'augmentation de K va

contribuer à diminuer la marge de phase du système (théoriquement inconditionnellement stable). Si le système comporte en fait une coupure supplémentaire négligée dans le modèle, il risque fort de devenir instable…



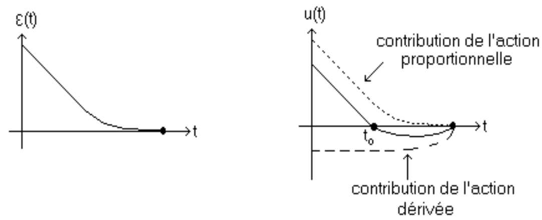
III.2.2. L'action dérivée.

Cette action va permettre de fournir, en entrée du processus à commander, un signal qui va dépendre du signe et de la vitesse de variation de l'erreur ε.

Supposons que l'on veuille positionner un objet très proche d'un mur sans risque de choc avec ce dernier (bras de robot, navire qui accoste (Cf [1] tome 1)…). Si on a recours à une action proportionnelle dérivée, le signal u(t), construit par le correcteur à partir de ε(t) sera de la forme

$$u(t) = K.\left[\varepsilon(t) + T_d.\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]$$

On peut alors mettre en parallèle les deux signaux et essayer d'expliquer leurs allures respectives.



On constate que, dans un premier temps, l'action proportionnelle est prépondérante (c'est elle qui va permettre une convergence rapide vers une erreur faible). Cependant, dans le cas d'une simple action proportionnelle, on aurait risque de dépassement (imaginer un bateau qui se rapproche d'un quai sans pouvoir inverser la rotation des hélices…il s'écraserait sur le quai entraîné par son inertie…).

A partir de t_0, le signal u(t) qui commande le processus s'inverse et c'est l'action dérivée qui devient prépondérante (même si elle décroît en amplitude). Cette action va tempérer l'action proportionnelle et ainsi permettre une approche en douceur, sans dépassement de la position souhaitée. La conjonction des deux actions permet donc une convergence rapide (action proportionnelle) et stable (action dérivée qui évite un dépassement).

III.2.3. L'action intégrale.

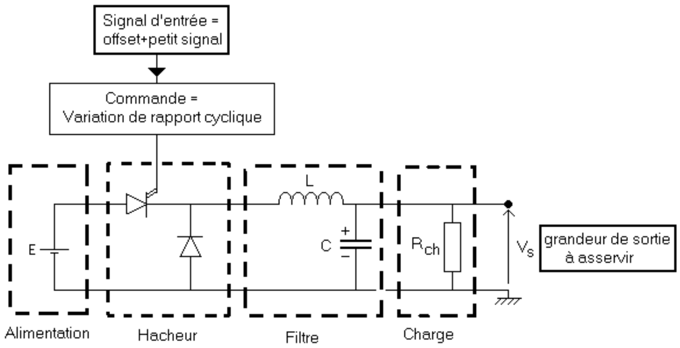
On attend souvent d'une action intégrale de supprimer une erreur statique (Cf exemple du III.1.2). Tant qu'une erreur statique ε subsiste, elle va être intégrée ce qui va conduire à un signal en sortie du correcteur (entrée de la chaîne d'action) de plus en plus important. Le système va donc agir pour limiter l'erreur.

La commande intégrale peut être considérée comme progressive mais persévérante (Cf [1]). Un automobiliste qui appuie sur l'accélérateur jusqu'à atteindre la vitesse désirée et maintenant l'accélérateur afin de conserver une vitesse constante réalise une action proportionnelle intégrale.

IV. Exemple : asservissement de la tension délivrée par une alimentation de puissance.

Nous allons maintenant essayer de mettre en pratique les concepts développés lors des paragraphes précédents. Pour cela, nous allons chercher à réaliser une alimentation de tension dont la valeur de sortie est asservie à un signal de commande. On verra que ce genre de système permet notamment de rendre la tension de sortie insensible aux éventuelles variations de la source qui nous apporte l'énergie. Nous allons commencer par identifier le système (en vérifiant l'incidence des différents paramètres pour vérifier que cela concorde avec notre modèle). Une fois l'identification réalisée, nous allons boucler en insérant différents correcteurs judicieusement calculés. Pour chacun d'entre eux, on cherchera à quantifier les différentes améliorations apportées.

L'ensemble présente la structure suivante :



IV.1. Identification du système.

IV.1.1. Présentation de la boucle ouverte et commentaires sur les différents éléments :

- On va alimenter un hacheur série non réversible en courant par une alimentation stabilisée de tension de sortie à priori fixée (elle peut par exemple représenter un pont redresseur à diode branché sur le réseau). La sortie du hacheur est filtrée pour pouvoir avoir une tension continue en sortie.
- L'alimentation stabilisée délivrant E doit pouvoir fournir 3 à 5 A sous 30V. On travaillera à 30 V et on règlera le rhéostat de charge en sortie pour que le courant moyen qui le traverse soit compris soit compris entre 2 et 4 A quand le rapport cyclique du hacheur est à sa valeur maximale (déconnecter la commande et faire l'essai en manuel. On remarquera que la valeur du courant dans la charge est disponible sur un capteur associé au hacheur. Avant toute manipulation, on vérifiera que l'alimentation a été limitée à une valeur maximale de 5A…
- Le signal d'entrée du système est l'entrée de commande du rapport cyclique du hacheur. En effet, pour une telle structure en conduction continue (niveau de courant de sortie assez haut) permet d'obtenir, en statique, une tension de sortie continue $V_s=\alpha.E$, si E est la tension délivrée par l'alimentation stabilisée. On peut donc agir sur V_s en jouant sur α (paramètre électronique aisément commandable).
- L'ensemble (L,C) permet de filtrer les ondulations de tension et de courant en sortie du hacheur, ce qui permet de récupérer une tension continue aux bornes de la résistance de charge. L'inductance sera réalisée avec une bobine Leybold (250 spires – 5A) associée à un circuit magnétique fermé. On veillera à **ne pas modifier la structure du noyau magnétique** durant l'expérience car cette dernière a une incidence notable sur la valeur de l'inductance et par conséquent sur la réponse du système. La capacité est une capacité polarisée (attention à la polarisation !) de 220µF.
- La charge est constituée par un rhéostat 38Ω/5A (un 50Ω/5A ou un 72Ω/4A peuvent également convenir). On jouera sur sa valeur afin de montrer que cette dernière influe sur le coefficient d'amortissement du système.

IV.1.2. Réalisation pratique de l'identification :

- On va réaliser un signal en créneaux avec offset (offset de quelques volts et amplitude des créneaux voisine de 1V). Dans tous les cas, ce signal doit rester compris entre 0 et 10 V (en dehors de cette plage, le hacheur réagit comme si l'entrée valait 0 ou 10 V suivant les cas). La fréquence va être choisie pour que l'attaque du système par un créneau permette d'atteindre le régime permanent. A priori, on ne sait pas quel est le résultat, on doit donc essayer différentes fréquences…
- Si le système est très amorti, sa réponse ressemblera énormément à celle d'un système du premier ordre. Pour identifier, on relèvera le gain et le temps de réponse à 63% en utilisant les curseurs de l'oscilloscope. On obtient alors le modèle de comportement suivant :

$$G_{BO}(p) = \frac{K}{1+\tau.p}$$

La modélisation nous a montré que le système était en réalité du second ordre, mais cette approximation est justifiée lorsque les pulsations de coupure sont assez écartées (cas des systèmes très fortement amortis, lorsque l'on a m >> 1). Cependant, on verra, lors du calcul des correcteurs que le comportement « second ordre » réapparaît dès que l'on cherche à rendre le système plus rapide…

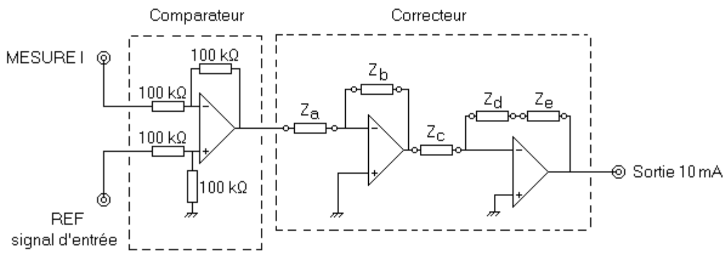
• Dans le cas d'un système peu amorti, l'existence d'un dépassement interdit dès le départ la modélisation par un premier ordre. On va donc mesurer le dépassement et en déduire les caractéristiques du système.

rq : Quand il n'y a pas de dépassement, pour déterminer si le système est plutôt premier ordre ou plutôt second ordre, on peut regarder la pente à l'origine lors de la réponse à un créneau. Si cette pente semble non nulle, on modélise par un premier ordre. Si elle est nulle, on modélise alors plutôt par un second ordre.

rq : Dans la plupart des systèmes physiques, une étude de plus en plus poussée des paramètres conduit en général à faire apparaître de nouvelles fréquences de coupure, de plus en plus élevées, des retards… Dans la pratique, quand les constantes de temps sont assez éloignées les unes des autres et que le système n'est sollicité que par des harmoniques de basse fréquence, on peut se contenter, sans risques excessifs, de ne conserver que les coupures concernées par les harmoniques du signal d'entrée. On se contente alors d'un modèle du premier ordre si seule la première coupure est concernée, du second ordre si le signal d'entrée sollicite la seconde coupure…etc.

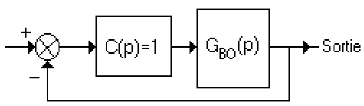
IV.2. Bouclage et calcul de différents correcteurs – améliorations observées.

Tous les correcteurs seront réalisés avec la boîte ENSC235. Cette boîte comprend le comparateur (soustracteur à amplificateur opérationnel) et deux amplificateurs câblés en inverseur permettant de réaliser des correcteurs à gain positif, dont la forme dépend des impédances choisies.



IV.2.1. Bouclage simple (correcteur proportionnel de gain de 1).

On prend Z_a=Z_b=Z_c=Z_d=10kΩ et Z_e est un fil. Le correcteur réalise alors un gain de 1. La structure du système bouclé est alors la suivante :



• Si on utilise notre modèle approché de système du premier ordre, on s'attend à obtenir les caractéristiques suivantes pour la boucle fermée

$$G_{BF}(p)=\frac{\dfrac{K}{1+\tau.p}}{1+1.\dfrac{K}{1+\tau.p}}=\frac{\dfrac{K}{1+K}}{1+\dfrac{\tau}{1+K}.p}=\frac{K_1}{1+\tau_1.p}$$

Expérimentalement :

- On mesure le nouveau gain et la nouvelle constante de temps du système et on compare au résultat du calcul. On observe la pente à l'origine de la réponse (début de la montée).
- On observe l'allure du signal en sortie du correcteur. On regarde si le signal obtenu correspond à un fonctionnement linéaire du système.

• Dans le cas où l'on a réalisé une modélisation au second ordre, on peut essayer de mesurer le nouveau temps de montée à 100 % (premier passage) et comparer à ce qui était théoriquement attendu…

IV.2.2. Bouclage simple (correcteur proportionnel de gain de K_c).

Cette fois, l'un des deux amplificateurs du correcteur est monté en inverseur de gain supérieur à 1 (augmenter par exemple Z_d).

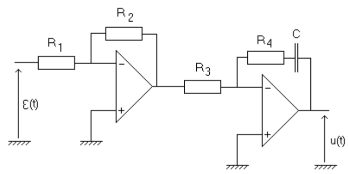
Dans le cas d'un système du premier ordre, la nouvelle fonction de transfert attendue est

$$G_{BF}(p)=\frac{K_c.\dfrac{K}{1+\tau.p}}{1+K_c.\dfrac{K}{1+\tau.p}}=\frac{\dfrac{K.K_c}{1+K.K_c}}{1+\dfrac{\tau}{1+K.K_c}.p}=\frac{K_2}{1+\tau_2.p}$$

Expérimentalement :
- pour K_c=2, on mesure le nouveau temps de réponse. On constate que le système a été accéléré par rapport au cas précédent. On compare à la valeur attendue théoriquement. Si le système n'est pas d'amortissement assez élevé, le fait que le système soit réellement du second ordre va faire perdre tout son sens à la constante de temps mesurée.
- on constate que l'erreur statique n'est pas nulle mais qu'elle diminue avec le gain.
- Si on reprend l'expérience avec un gain K_c de 5 ou même 10, il est de plus en plus évident que le modèle du premier ordre n'est plus suffisant. On peut mesurer le dépassement, le temps de réponse à 90% et éventuellement la période des pseudo-oscillations. On peut également observer que le signal en sortie du correcteur sort de la plage correspondant à un système linéaire.

IV.2.3. Correcteur proportionnel intégral.

• Pour réaliser un correcteur de type proportionnel intégral, on doit réaliser la structure suivante (ce qui est possible avec la boîte ENSC235):



• La fonction de transfert de ce correcteur est de la forme

$$C(p)=\left(\frac{R_2.R_4}{R_1.R_3}\right).\left(1+\frac{1}{R_4.C.p}\right)=K_c.\left(1+\frac{1}{\tau_c.p}\right)$$

• Si on l'intègre comme correcteur dans notre système, et si on utilise le modèle du premier ordre, on peut alors écrire que

$$G_{BF}(p)=\frac{K_c.\left(1+\dfrac{1}{\tau_c.p}\right).\dfrac{K}{1+\tau.p}}{1+K_c.\left(1+\dfrac{1}{\tau_c.p}\right).\dfrac{K}{1+\tau.p}}$$

• On prendra $R_1 = R_2 = 10k\Omega$. Pour éliminer l'erreur statique, on compense le pôle de la boucle ouverte du système, ce qui revient à calculer τ_c de telle sorte que $\tau_c = \tau$ (la boucle ouverte avec correcteur est alors un intégrateur pur).

$$G_{BF}(p)=\frac{K_c.\dfrac{K}{\tau_c.p}}{1+K_c.\dfrac{K}{\tau_c.p}}=\frac{K.K_c}{\tau_c.p+K.K_c}=\frac{1}{1+\dfrac{\tau_c}{K.K_c}.p}$$

On constate bien que le gain statique vaut 1 ce qui signifie que l'erreur statique a été éliminée. Calculer K_c pour que la constante de temps du système fermé avec le correcteur P.I. soit la même que pour le système identifié en boucle ouverte.

• Expérimentalement :
- On observe que l'erreur statique est annulée (la sortie suit exactement la tension d'entrée…).
- La constante de temps du système dépend du gain du correcteur (mais attention aux non-linéarités !).
- Si on augmente K_c, on peut rendre le système plus rapide. Cependant, la réponse présente très vite un dépassement (ce qui serait impossible si le modèle du premier ordre était correct). Le modèle identifié n'est donc pas suffisant (il aurait fallu faire une identification d'un second ordre pour expliquer ce que l'on observe). On peut tout de même mesurer le temps de réponse à 90% pour juger de sa rapidité. Il faut noter qu'un tel dépassement en tension peut être dangereux pour les éléments alimentés par notre alimentation.
- On commande le système par une tension continue (juste l'offset du GBF). On modifie la tension délivrée par l'alimentation stabilisée E (de 30V à 20V). On constate que la sortie n'est pas affectée, dans la mesure où l'on ne modifie pas la commande. Dans une plage de fonctionnement donné, on a donc rendu le système insensible aux perturbations extérieures (notamment de la source d'énergie).
- En fait, en faisant varier davantage la tension d'entrée E, on constate qu'il existe une limite à partir de laquelle le système ne réagit plus de façon satisfaisante. Une non linéarité a modifié trop fortement le système. Dans notre cas, c'est qu'il faudrait un rapport cyclique trop fort pour que la tension de sortie soit capable de compenser la baisse de E par une augmentation de α.

V. Exemple : asservissement de la vitesse d'une machine à courant continu.

Nous allons nous intéresser à un autre asservissement, celui de la vitesse d'une machine électrique. Nous étudierons le cas de la machine à courant continu, dont l'asservissement est le plus simple à réaliser (la machine asynchrone demande d'avoir recours à des techniques et des matériels beaucoup plus complexes).

Pour assurer correctement l'asservissement de ce système, il faut contrôler le courant dans la machine avant de s'intéresser à la vitesse. Cependant, dans le cadre des TP de première année, nous nous contenterons de commander directement la vitesse. La réalisation complète de l'asservissement de vitesse avec contrôle du courant est donné au paragraphe V.2. à titre d'annexe, mais cela dépasse largement ce qui sera demandé cette année.

V.1. Asservissement de vitesse.

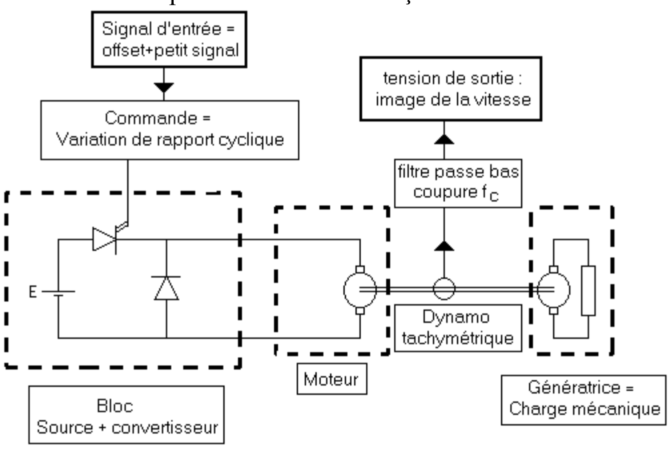
L'entrée du système en boucle ouverte est l'entrée de commande du hacheur. La sortie est celle de la dynamo tachymétrique.

V.1.1. Objectif.

Nous allons chercher à faire en sorte que la vitesse de la machine soit contrôlée par une tension de référence délivrée par un GBF. Notre objectif final est, qu'en l'absence de fluctuation de la tension du GBF, la vitesse soit insensible (sur une plage à déterminer) à une fluctuation d'un des éléments du système (nous verrons l'incidence de deux paramètres : la tension délivrée par l'alimentation de puissance qui sera découpée par le hacheur, ainsi que la charge mécanique sur l'arbre de rotation).

V.1.2. Identification du système et remarques pratiques.

Le système en boucle ouverte étudié se présente donc de la façon suivante :



Nous avons vu dans un cours précédent que l'ensemble (hacheur + machine) pouvait être représenté par un filtre passe-bas du second ordre. Nous savons également que dans certains cas particuliers, quand les constantes de temps sont séparables, il est possible de négliger les plus élevées. C'est ce que nous ferons en supposant que le système est un passe-bas du premier ordre. Pour le filtre de la dynamo tachymétrique (souvent nécessaire car ces systèmes sont très bruités), nous choisirons une fréquence de coupure assez élevée pour pouvoir être négligée lors de l'identification, et assez faible pour pouvoir éliminer une partie des perturbations présentes sur le signal. Une valeur de 1 kHz est satisfaisante dans notre cas.

En pratique, on va envoyer en entrée du système un signal qui est la somme d'une composante continue et d'un signal en créneau ayant une période valant quelques constantes de temps du système étudié. La composante continue et l'amplitude des créneaux sont choisis afin d'avoir un comportement linéaire. La plage de fonctionnement linéaire du hacheur vis à vis de la tension de commande étant [0 ;10V] on peut prendre par exemple une composante continue de 5V et des créneaux de 1V d'amplitude. On observe la réponse et on en déduit le gain et la constante de temps de la boucle ouverte.

rq : Quand on dit que le système est du second ordre, c'est que l'on a déjà négligé implicitement les constantes de temps apportées par la dynamo tachymétrique et le filtre qui lui sera associé. Simplifier un modèle est donc une démarche courante. Reste à savoir jusqu'où on peut aller. C'est à l'expérience et au cahier des charges de nous le dire.

rq : Expérimentalement, pour mettre en évidence l'intérêt de la correction, on peut, en boucle ouverte, faire varier E sur une plage donnée et mesurer la variation de vitesse correspondant à cette perturbation. De même, on peut faire varier brutalement la charge mécanique en faisant varier rapidement la résistance de charge R_{ch} branchée sur la seconde machine et mesurer la variation de vitesse correspondante une fois le régime permanent atteint. Lorsque que le système aura été corrigé comme nous le souhaitons, nous verrons qu'excepté durant un transitoire qui dépend de la dynamique de la boucle, le système fera en sorte de compenser l'effet de la perturbation pour maintenir une vitesse constante en régime permanent.

V.1.3. Fermeture de la boucle et caractéristiques du systèmes bouclé.

Pour faire en sorte que le système soit indépendant de perturbations extérieures comme une fluctuation de E ou du couple de charge, on réalise une correction de type proportionnelle intégrale, ce qui nous permet d'éliminer l'erreur statique. Pour cela, on choisit la constante de temps du correcteur pour compenser le pôle du système et son gain pour obtenir la meilleur dynamique possible (attention, si on cherche à rendre le système trop rapide, ce dernier cesse de réponde de façon linéaire, ce que l'on vérifie en étudiant la tension en sortie du correcteur).

On peut alors observer que sur une plage donnée des valeurs de E , le régime permanent de vitesse est indépendant de ce dernier facteur. De même, lorsque le moment de couple appliqué sur l'arbre de rotation subit une brusque modification (court-circuiter rapidement une partie du rhéostat de charge sur la génératrice), la vitesse finit par revenir à sa valeur initiale.

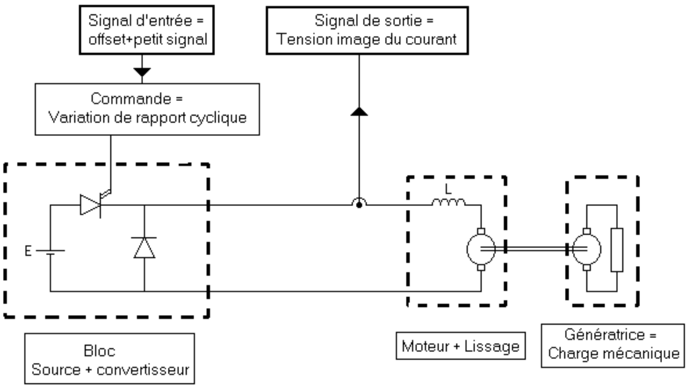
V.2. Annexe : Rôle d'un asservissement de courant.

Si on cherche à asservir directement la vitesse, on peut laisser le couple de la machine (et donc le courant) évoluer librement pour satisfaire aux conditions de vitesse imposées. Dans la pratique, il est préférable de contrôler le courant (on peut par exemple améliorer le temps de réponse…) et, de plus, faire en sorte que ce dernier ne dépasse pas la valeur nominale du moteur utilisé. Pour limiter le courant, on a, en plus, intérêt à introduire une limitation qui permettra de faire en sorte que la sauvegarde du système (ne pas dépasser le courant nominal) prenne le pas sur l'asservissement (suivre la commande de vitesse) si cela est nécessaire. Cela revient à introduire une non-linéarité supplémentaire dans le système…

V.2.1. Identification de la réponse en courant.

• L'entrée de notre système, c'est l'entrée de commande du rapport cyclique du hacheur (valider la variation par tension d'entrée au dépend de la variation manuelle). Le capteur de courant (intégré à la maquette hacheur) nous donne la réponse en sortie. Il faut noter que la tension de commande prise en compte en entrée du hacheur est comprise entre 0 et 10V, mais pas au-delà… attention aux entrées de commande trop élevées…

L'ensemble à identifier peut être représenté de la façon suivante :



• On fait alors en sorte de se placer autour d'un point de fonctionnement et de faire des petites variations (on cherche à rester en régime linéaire). Pour les variations, on peut alors envisager deux solutions

- travailler en régime sinusoïdal et relever le Bode (c'est potentiellement plus précis mais plus long…).
- Travailler avec un signal en créneau (plus rapide mais plus rustique…) et identifier la réponse.

• Pour les machines usuelles, on peut se contenter de représenter cette boucle ouverte par un premier ordre dont on relève la constante de temps (la pente à l'origine…c'est rustique mais si ça marche, c'est largement suffisant) et le gain statique (rapport entre les valeurs de sortie et d'entrée prises en régime permanent).

La fonction de transfert identifiée sera donc de la forme

$$F_I(p) = \frac{K}{1 + \tau_a \cdot p} \quad \text{(Cf II.1.2 et comprendre la simplification)}$$

On peut éventuellement prendre en compte le retard moyen introduit par le hacheur (la constante de temps est estimée à la moitié de la fréquence T de hachage). Dans ce cas la fonction de transfert devient

$$F_I(p) = \frac{K}{1+\tau_a.p}.e^{-\frac{T.p}{2}}$$

Il faut noter que le retard n'est pas identifiable simplement par un essai indiciel pour les fortes fréquences de hachage. On se contente souvent de le prendre en compte dans le calcul. Il nous permettra de vérifier l'incidence des paramètres sur la stabilité (le retard peut nous rapprocher du point critique…).

<u>*rq :*</u> le système identifié correspond au point de fonctionnement choisi ! On pourra, en première approximation considérer que les caractéristiques de l'ensemble ne dépendent pas notablement du niveau de courant. Cependant, le système ne doit pas être modifié. On ne doit surtout plus changer la charge, l'inductance de lissage ou quoi que ce soit…on modifierait les caractéristiques du système et on rendrait, par conséquent, le modèle établi caduc.

<u>*rq :*</u> la fréquence de hachage doit être choisie la plus élevée possible afin d'écraser le plus possible les ondulations de courant. Il est alors possible de suivre les évolutions de « la valeur moyenne » du courant…L'inductance en série avec l'induit de la machine contribuera elle aussi au lissage (attention, une fois choisie, l'inductance ne doit pas être modifiée, sous peine de modifier fortement le modèle établi…Cf point précédent).

<u>V.2.2. Calcul du correcteur.</u>

• Nous allons essayer de supprimer l'erreur statique.

Pour cela, nous choisirons de réaliser une correction proportionnelle intégrale dont la fonction de transfert $C_I(p)$ se présente sous la forme

$$C_I(p) = K_I.\left(1+\frac{1}{\tau_I.p}\right)$$

• <u>*Si le système est susceptible d'être instable*</u>, le gain et la constante de temps du correcteur sont calculés en fonction des considérations suivantes :

- On compense le pôle τ_I de la machine, afin de se ramener à une fonction de transfert en boucle ouverte qui permet d'assurer une annulation de l'erreur statique. On impose donc

$$\boxed{\tau_I=\tau_a}$$

En effet, avec le correcteur, la fonction de transfert en boucle ouverte devient

$$F_I(p).C_I(p) = K_I.\left(\frac{1+\tau_I.p}{\tau_I.p}\right).\frac{K}{1+\tau_a.p}.e^{-\frac{T.p}{2}} = K_I.K.\frac{e^{-\frac{T.p}{2}}}{\tau_I.p}$$

D'après le théorème de la valeur finale, on voit bien qu'une telle fonction de transfert conduit à une erreur statique nulle (à vérifier en pratique), d'où l'intérêt de compenser le pôle.

- On s'assure une marge de phase de 45° (phase au-dessus de –135° quand le module vaut 1). Cela se traduit par

$$\frac{T.\omega}{2} \le \frac{\pi}{4} \qquad \text{quand} \qquad \frac{K_I.K}{\tau_I.\omega} = 1$$

On constate qu'assurer **une bonne stabilité impose d'appliquer un gain limité**….

• <u>*Si on estime que le système est vraiment très stable*</u> (modèle du premier ordre satisfaisant…) et que le retard du hacheur ne risque pas de le déstabiliser, on peut déterminer le gain du correcteur en cherchant à s'imposer une constante de temps en boucle fermée (la plus faible possible…). Sachant que cette constante de temps est (si on néglige le retard du hacheur…).

$$\tau_{BF} = \frac{\tau_I}{K.K_I}$$

On constate que pour diminuer la constante de temps et avoir ainsi un système plus rapide, il faut choisir un gain le plus fort possible… c'est le contraire du cas précédent, lorsque l'on se souciait de stabilité, ce qui conduisait à ne pas dépasser une valeur limite de gain…

La constante de temps est calculée comme dans le cas précédent et on annule bien l'erreur statique…

• Cette boucle doit être suffisamment rapide pour que les évolutions de courant (et donc du couple électromagnétique) permettent des évolutions rapides de vitesse (cela revient à dire que la boucle de courant doit faire intervenir des constantes de temps plus petites que la boucle de vitesse…).

rq : avant de faire une correction de type P.I., on peut déjà, dans un premier temps, réaliser une simple correction proportionnelle et voir l'effet du gain sur l'erreur statique et la stabilité...

V.2.3. Fermeture de la boucle .

• Une fois les valeurs de résistances et de capacité calculées pour satisfaire aux paramètres espérés, on réalise le correcteur et on boucle (la plaquette réalisant le correcteur comprend un comparateur réalisé à partir d'un soustracteur à AOP). On relève alors la réponse du système bouclé et on compare à ce qui a été observé en boucle ouverte.

• Compte tenu de la compensation du pôle de la boucle ouverte, une fois la boucle fermée, on se retrouve avec un système dont la fonction de transfert est de la forme suivante (on néglige le retard introduit par le convertisseur.

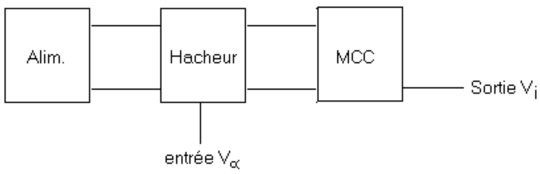
$$F_{IBF} = \frac{1}{1+\frac{\tau_I}{K.K_I}.p}$$

On constate que la constante de temps de cette fonction de transfert sera d'autant plus faible (système rapide) que le gain K_I aura été choisi fort. Mais nous avons vu précédemment qu'un gain fort conduit à des risques d'instabilité (provoqués par un retard, ou plus probablement dans la plupart des systèmes, par des pulsations de coupure situées à fréquences élevées, et négligées dans les modèles). Cela illustre l'antagonisme entre rapidité et stabilité.

• Une fois la boucle de courant réalisée, c'est l'entrée de cette boucle qui constitue la nouvelle entrée du système à modéliser. Cette fois, la sortie qui nous intéresse est celle de la dynamo tachymètrique fournissant une tension proportionnelle à la vitesse de rotation. On suit alors la même démarche qu'au paragraphe V.1.

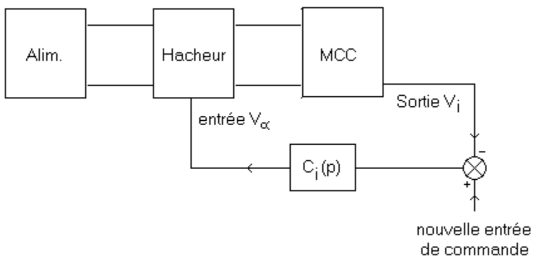
• Les étapes d'un asservissement complet de vitesse avec contrôle du courant sont les suivants

Première étape : Elle consiste à identifier la boucle de courant. On travaille donc dans la configuration suivante :



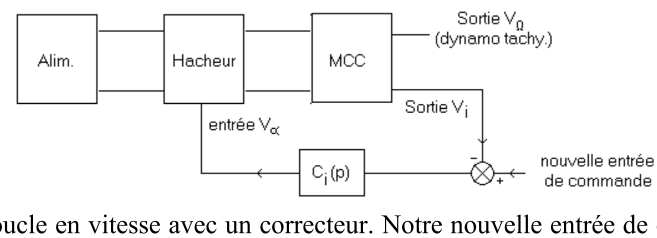
On en déduit la réponse en courant en boucle ouverte.

Seconde étape : On place un correcteur $C_i(p)$ et on asservit le courant (la nouvelle entrée est celle du comparateur situé juste avant le correcteur).

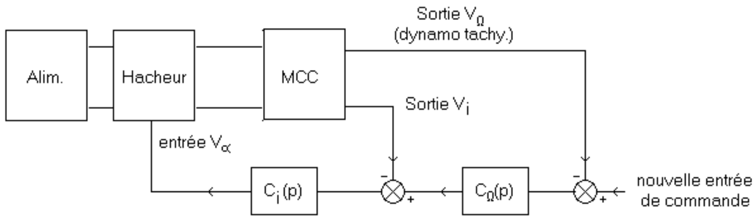


On a donc réalisé l'asservissement de courant. A partir de la nouvelle entrée, on va chercher à asservir la vitesse. Les deux boucles seront donc imbriquées.

Troisième étape : On identifie la boucle de vitesse. On envoie un signal sur la nouvelle entrée de commande (fréquence différente des essais sur le courant !) et on regarde la réponse de la dynamo tachymétrique (nouvelle sortie).



Dernière étape : On boucle en vitesse avec un correcteur. Notre nouvelle entrée de commande va agir sur la vitesse tout en pilotant le courant. On constate que la boucle de courant est imbriquée dans la boucle de vitesse…



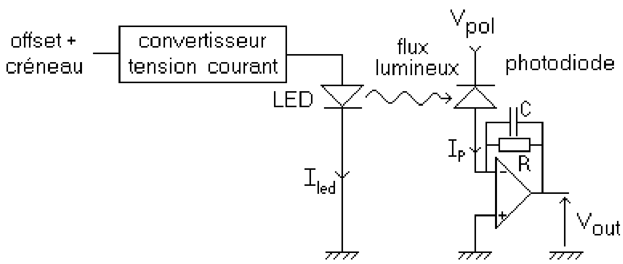
VI. Exemple : asservissement du flux lumineux émis par une LED dans une photodiode.

Cet asservissement va nous permettre d'adopter une démarche différente de ce qui a été vu précédemment. Cette fois, on va faire en sorte, par une méthode empirique, de déterminer les caractéristiques d'un correcteur, sans connaître précisément les caractéristiques du système commandé. Le correcteur obtenu garantit la stabilité, sans que les autres performances du système (notamment la rapidité ne soient trop altérées).

rq : il n'est pas nécessaire de connaître le système, mais il faut avoir conscience que les méthodes empiriques, qui sont fort nombreuses, et adaptées à des types de problèmes particuliers, ne fonctionnent pas systématiquement. Si on emploie une méthode plutôt qu'une autre, c'est que l'on a une petite idée du comportement général (sans le connaître précisément).

VI.1. Structure du système et analyse du problème.

Le système étudié se présente sous la forme suivante :



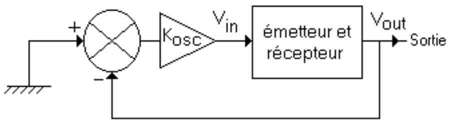
Le flux lumineux émis par la LED est contrôlé par le courant I_{led}. Ce courant est commandé par une tension au moyen d'un circuit électronique adapté (réalisé avec un transistor et des amplificateurs opérationnels). Le flux lumineux émis par la LED va être en partie converti en courant par la photodiode. Ce courant I_p sera alors converti en tension V_{out} (plus facile à visualiser que I_p) au moyen d'un montage transconductance.

Dans le cas de cet exemple, on pourraît, comme précédemment chercher à faire une identification de la boucle ouverte et en déduire un correcteur qui permettrait d'avoir la réponse désirée en boucle fermée. Cependant, dans le cas qui nous intéresse, il apparaît assez rapidement que l'ordre du système est au moins égal à 3 (à cause de la LED, des amplificateurs opérationnels, de la photodiode, de l'amplificateur de courant en sortie). Pour des systèmes d'ordre élevé, il n'est pas évident de déterminer précisément l'ordre auquel on peut se permettre de s'arrêter dans la modélisation (et donc dans l'identification).

Plutôt que de perdre son temps dans de fastidieuses et probablement infructueuses réflexions et expériences, on peut choisir d'adopter une méthode empirique, qui nous conduira directement à un correcteur satisfaisant (PI ou PID). Nous pouvons, par exemple, choisir la méthode de Ziegler Nichols, qui est adaptée à notre système

VI.2. Méthode de détermination du correcteur.

• Tout d'abord, on va identifier la réponse du système dans des conditions particulières. On fait en sorte de fermer la boucle d'asservissement. Le signal récupéré sur la photodiode est injecté sur l'entrée «- » du comparateur et l'entrée « + » est mise à la masse. En sortie du comparateur, on place un simple correcteur proportionnel de gain réglable. On règle ce gain jusqu'à la valeur K_{osc} pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors K_{osc}, ainsi que T_{osc}, la période de ces oscillations.



• Ensuite, on déduit des valeurs obtenues les paramètres caractéristiques du correcteur P.I. par les relations suivantes (Cf [1] tome2 p127) : **$K_c = 0{,}45.K_{osc}$** et **$T_c = 0{,}83.T_{osc}$**

rq : on rappelle que le correcteur P.I. a pour fonction de transfert

$$C(p) = K_c.\left(1 + \frac{1}{T_c.p}\right)$$

On remplace alors le correcteur proportionnel par le PI calculé, on applique la consigne désirée en entrée, et on constate :

- que le système est stable.
- qu'il est sans erreur statique

On peut également mesurer le temps de réponse (appliquer un signal offset + créneaux adapté en entrée). Ce temps de réponse peut être diminué en augmentant K_c, mais le fait d'augmenter K_c va finir par rendre le système instable…

rq : nous choissons un PI mais il serait possible de réaliser un PID (Cf [1] tome2 p127).

Bibliographie :

[1] « Cours d'automatique », Tome 1, 2 et 3, Rivoire & Ferrier, Eyrolles
[2] « Asservissements », M. Chauveau, poly CNED.
[3] « Commande des machines à courant continu à vitesse variable » J.P. Louis, B. Multon & M. Lavabre, Techniques de l'ingénieur, D3III-3610
[4] « Alimentations à découpage – convertisseurs à résonance - principes, composants, modélisation » J.P. Ferrieux & F. Forest , DUNOD.