1 Notions fondamentales sur le plan complexe

On définit une distance dans le plan complexe par

$$\forall\ z_1,\ z_2 \in \mathbb{C} :\ d(z_1, z_2) = |z_1 - z_2|\,.$$

Definition 1 *On appelle disque ouvert de centre z_0 et de rayon $r > 0$ l'ensemble*

$$\mathcal{D}(z_0, r) = \{z \in \mathbb{C} \diagup |z - z_0| < r\}\,.$$

On appelle voisinage d'un point z_0 un disque ouvert quelconque de centre z_0.

Un sous-ensemble E est un ouvert de E si chaque z de E possède un voisinage entièrement inclus dans E.

Le complémentaire par rapport à $\mathbb{C}$ d'un sous-ensemble ouvert est dit fermé.

On définit le disque fermé de centre z_0 et de rayon r

$$\overline{\mathcal{D}}(z_0, r) = \{z \in \mathbb{C} \diagup |z - z_0| < r\}\,.$$

Definition 2 (Connexe) *Un sous-ensemble E de $\mathbb{C}$ est connexe si deux points quelconques de E peuvent être rejoints par une ligne polygonale incluse dans E.*

Si de plus E est ouvert alors il est appelé domaine.