

Chapitre III : TURBINES A ACTION (Suite du cours du 07/04/2020)

III.6 Triangles de vitesse de la turbine à action monocellulaire

La plupart des usines de turbines à vapeur utilisent des turbines à vapeur à impulsion, contrairement aux turbines à gaz. Cependant, les principes généraux sont les mêmes, que la vapeur ou le gaz soit la substance active.

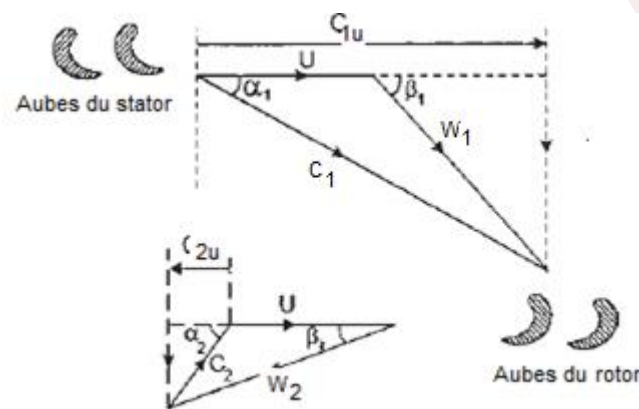


Fig. III.6 Triangles de vitesse d'une turbine à action

III.6.1 Expression du travail développé par la turbine

D'après l'équation générale d'Euler on a :

$$Wt = U(C_{1u} - C_{2u}) \quad (\text{III.1})$$

Comme C_{2u} est dans la direction **négative**, le travail effectué par unité de flux de masse sera :

$$Wt = U(C_{1u} + C_{2u}) \quad (\text{III.2})$$

Comme :

$$\Delta C_u = C_{1u} + C_{2u} \quad (\text{III.3})$$

$$Wt = U \Delta C_u \quad (\text{III.4})$$

Dans le cas où les triangles de vitesse sont établis avec des angles choisis par rapport à la direction de la composante axiale de la vitesse (Fig. III.7)

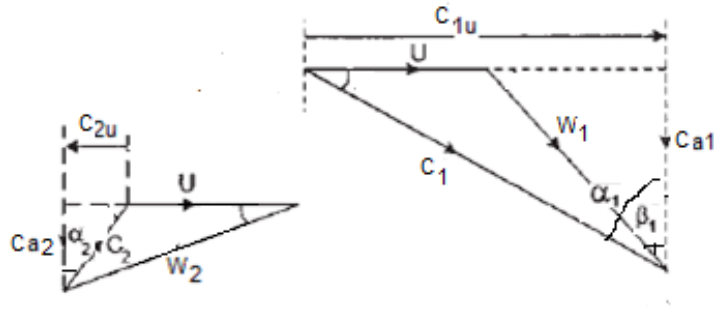


Fig. III.7 Triangles de vitesse d'une turbine à action avec un changement d'angles des aubes choisis par rapport à la direction axiale

En assumant les composantes des vitesses axiales constantes :

$$C_{a1} = C_{a2} = C_a \quad (\text{III.5})$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{C_{1u}}{C_a} \text{ et } \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{C_{2u}}{C_a} \quad (\text{III.6})$$

Par substitution dans l'Eq.III.2 on obtient :

$$Wt = UC_a(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \quad (\text{III.7})$$

De même on a :

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{C_{1u} - U}{C_a} ; \quad \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{U + C_{2u}}{C_a} \quad (\text{III.8})$$

Ce qui mène à une nouvelle expression du travail en fonction de l'angle β :

$$Wt = UC_a(\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) \quad (\text{III.9})$$

III.6.2 Expression du travail en fonction du rapport des vitesses relatives $k = W_2/W_1$ et des angles β_1 et β_2

Puisque les deux triangles de vitesse ont le même côté commun U , ces triangles peuvent être combinés pour donner un seul diagramme comme le montre la figure III.8.

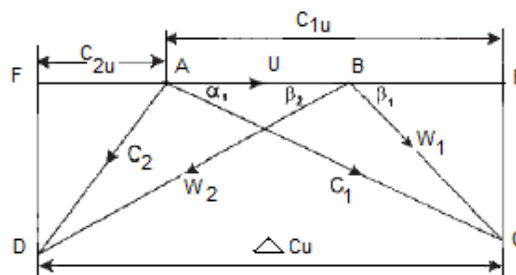


Fig. III.8 Combinaison des triangles de vitesse d'une turbine à impulsion

A partir de la représentation (Fig. III. 7) on pourrait écrire :

$$C_{1u} = AB + BE = U + W_1 \cos \beta_1 = C_1 \cos \alpha_1 \quad (\text{III.10})$$

$$C_{2u} = C_2 \cos \alpha_2 \quad (\text{III.11})$$

$$W_2 \cos \beta_2 = U + C_{2u} \quad (\text{III.12})$$

Des Eq. III.10 et III.12 on obtient :

$$\Delta C_u = C_{1u} + C_{2u} = W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2 \quad (\text{III.13})$$

On introduit un coefficient de vitesse relative k :

$$k = W_2 / W_1 \quad (\text{III.14})$$

Introduisons l' Eq. III.14 dans l'Eq. III.13 :

$$\Delta C_u = W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2 = W_1 \cos \beta_1 \left(1 + \frac{W_2 \cos \beta_2}{W_1 \cos \beta_1} \right) = W_1 \cos \beta_1 \left(1 + k \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \right) \quad (\text{III.15})$$

Posons : $\frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} = Cte = c \quad (\text{III.16})$

D'où : $\Delta C_u = W_1 \cos \beta_1 (1 + kc) \quad (\text{III.17})$

D'après l'Eq. III.10 on aura :

$$\Delta C_u = W_1 \cos \beta_1 (1 + kc) = (C_1 \cos \alpha_1 - U)(1 + kc) \quad (\text{III.18})$$

Finalement : $W_t = U \Delta C_u = U(C_1 \cos \alpha_1 - U)(1 + kc) \quad (\text{III.19})$

Dans le cas des aubes symétriques $\beta_1 = \beta_2$ et si $W_1 = W_2$ alors : $kc = 1$

D'où :

$$W_t = U \Delta C_u = 2U(C_1 \cos \alpha_1 - U) \quad (\text{III.20})$$

III.6.3 Efficacité de l'étage ou efficacité du diagramme

On la définit par :

$$\eta_d = \frac{\text{Travail effectué}}{\text{Travail disponible}} = \frac{W_t}{E_C} = \frac{U \Delta C_u}{\frac{1}{2} C_1^2} = \frac{2U \Delta C_u}{C_1^2} \quad (\text{III.21})$$

A l'aide de l'Eq. III.19 on aura :

$$\eta_d = \frac{2U\Delta C_u}{C_1^2} = \frac{2U(C_1 \cos \alpha_1 - U)(1+kc)}{C_1^2} = \left[\frac{2U \cos \alpha_1}{C_1} - 2 \left(\frac{U}{C_1} \right)^2 \right] (1+kc) \quad (\text{III.22})$$

L'efficacité de l'étage est maximale lorsque $\frac{\partial \eta_d}{\partial \frac{U}{C_1}} = 0$ (III.23)

$$\frac{\partial \eta_d}{\partial \left(\frac{U}{C_1} \right)} = \left[2 \cos \alpha_1 - 4 \left(\frac{U}{C_1} \right) \right] (1+kc) = 0$$

D'où : $\frac{U}{C_1} = \frac{\cos \alpha_1}{2}$ (III.24)

A partir des Eq. III.24 et 22, l'efficacité maximale sera donc pour des aubes symétriques :

$$\eta_{dmax} = \left[\frac{2U \cos \alpha_1}{C_1} - 2 \left(\frac{U}{C_1} \right)^2 \right] (1+kc) = \left[2 \cos \alpha_1 \frac{\cos \alpha_1}{2} - 2 \left(\frac{\cos \alpha_1}{2} \right)^2 \right] 2$$

$$\eta_{dmax} = \cos^2 \alpha_1 \quad (\text{III.25})$$

La puissance de la turbine est d'après l'Eq. III.20 :

$$P = \dot{m} W_t = \dot{m} U \Delta C_u = \dot{m} 2U (C_1 \cos \alpha_1 - U) \quad (\text{III.26})$$

La puissance maximale à la sortie de la turbine sera obtenue par substitution de l'Eq. III.24 dans l'Eq. III.26 :

$$P = \dot{m} W_t = \dot{m} U \Delta C_u = \dot{m} 2U (2U - U)$$

$$P = \dot{m} 2U^2 \quad (\text{III.27})$$

Si les composantes des vitesses axiales sont telles que :

$$\Delta C_a = C_{a1} - C_{a2} \quad (\text{III.28})$$

Alors la poussée axiale exercée sur l'arbre de la turbine sera :

$$F = \dot{m} \Delta C_a \quad (\text{III.29})$$

La vitesse maximale de la vapeur frappant les aubes de la turbine à action est :

$$C_1 = \sqrt{2(h_0 - h_1)} \quad (\text{III.30})$$