Université Badji Mokhtar Annaba
Faculté des sciences de l'ingénieur
Département de Génie Civil

SERIE SYSTEMES HYPERSTATIQUES
METHODE DES FORCES

EXERCICE N° 1

Soit les structures suivantes (Figure 1)
1 déterminer leurs degrés d''hyperstaticité par deux méthodes différentes (Ddh)

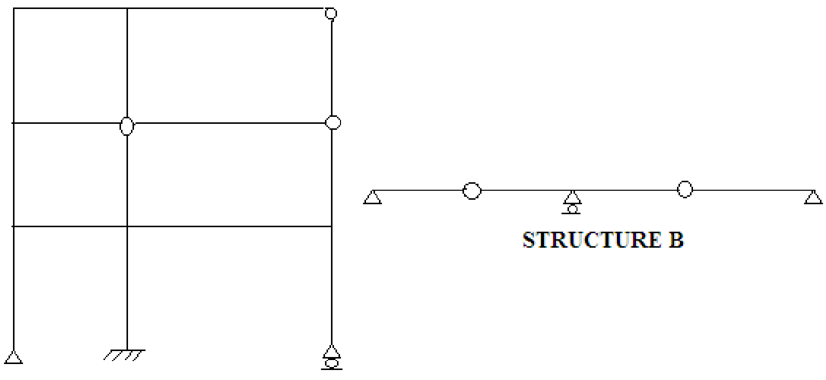


Figure 1

EXERCICE N°2

Soit le portique (figure.2)

1. Déterminer les inconnues hyperstatique au niveau de l'appui A par la méthode des forces.
2. Tracer les digrammes des moments fléchissant, des efforts tranchant et des efforts normaux

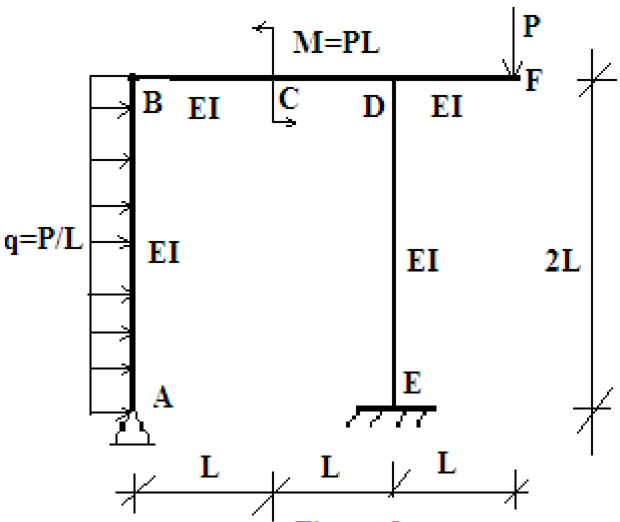


Figure 2

EXERCICE N° 1

1 détermination du s degrés d''hyperstaticité(Ddh) par deux méthodes différentes

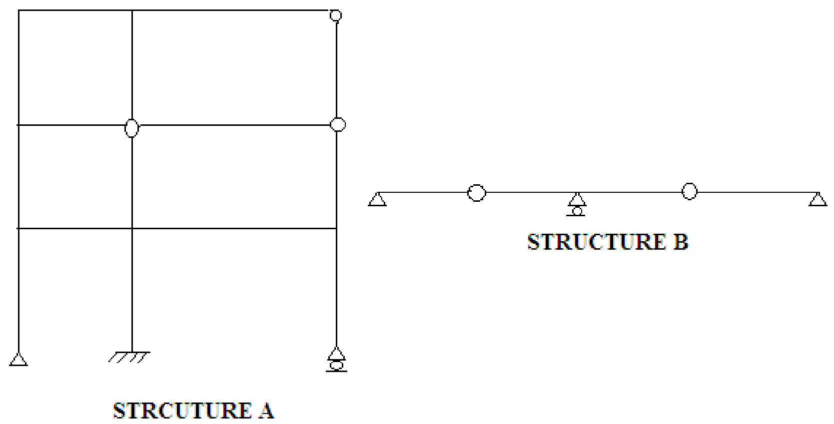


Figure 1

Structure A

1ère méthode :

On applique la relation **H= 3K –A**qui permet de déterminer le Ddh quel que soit le type de structure, avec :
H : Ddh
K : Nombre de contour fermé y compris le contour qui constitue l'appui double ou fixe.
A : le nombre d'articulation y compris les articulations d'appui (appui simple-double et ressort ou appui élastique)
.Dans ce cas :
K=7 ; A=12 ⇒ H= 3* 7- 12 = **9 fois hyperstatique**

2èmeméthode :

On applique la relation **H = H_{EXT} +H_{INT}**avec :

H_{EXT} =nombre de réaction d'appui – 3 = 6- 3 =**3 fois hyperstatique**

H_{INT}= nombre de cadre – le nombre d'articulations introduites dans les cadre

H_{INT}= 4*3 – 6 **= 6 fois hyperstatique** ⇒H = H_{EXT} + H_{INT}**=** 3+ 6 **= 9 fois hyperstatiques**

Structure B

1ère méthode :

On applique la relation **H= 3K –A**
Dans ce cas :
K= 4 et A= 12 ⇒**H=3.*4 -12= 0**⇒structure isostatique

2èmeméthode :

On applique la relation **H = 3D – 2A – L**

⇒ **H<0** ⇒structure hyperstatique

⇒ **H>0** ⇒structure hypostatique

⇒**H= 0** ⇒structure isostatique

Avec :

D= nombre de disque = 3

A= nombre d'articulation = 2 ⇒ H= 3*3 -2*2-5= 0 ⇒structure isostatique

L= nombre de liaison = 5

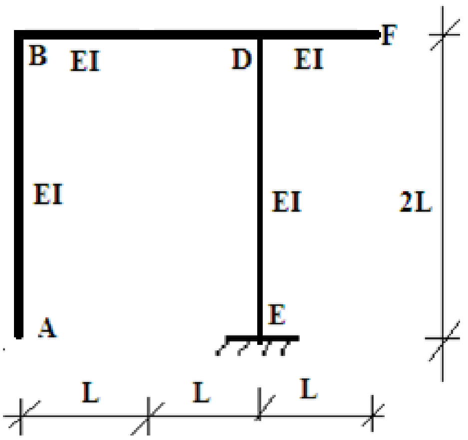
EXERCICE N°2

Soit le portique (figure.2)

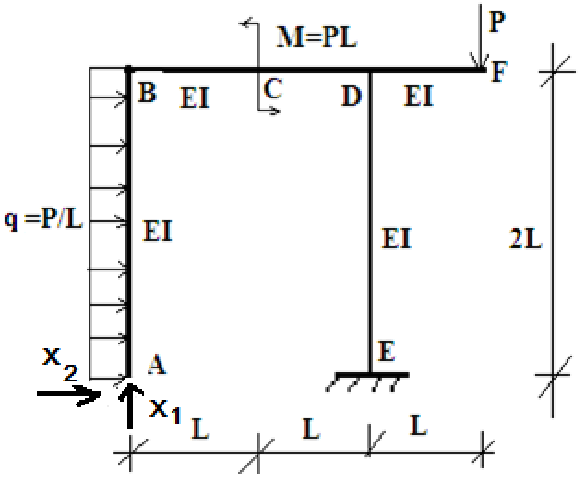
1. Détermination des inconnues hyperstatique au niveau de l'appui A par la méthode des forces.

1.1 Détermination du Ddh

On applique la relation H= 3K –A = 3*2- 4 = 2 fois hyperstatique



Système de base

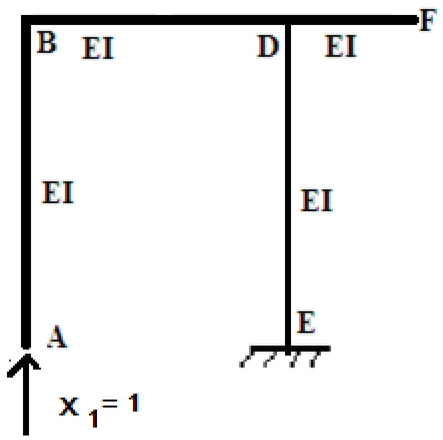


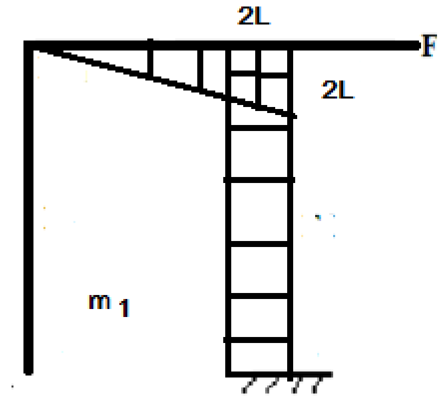
Système équivalent

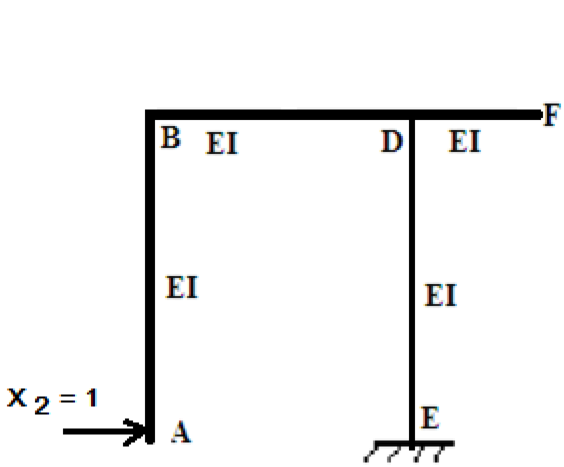
1.2 Equations canoniques

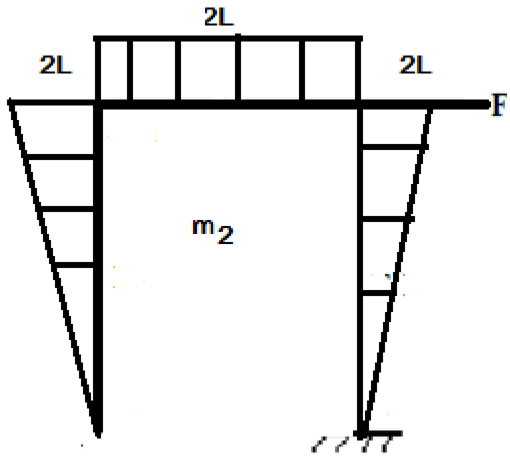
$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} + \Delta_{1q} + \Delta_{1M} = 0$$
$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} + \Delta_{2q} + \Delta_{2M} = 0$$

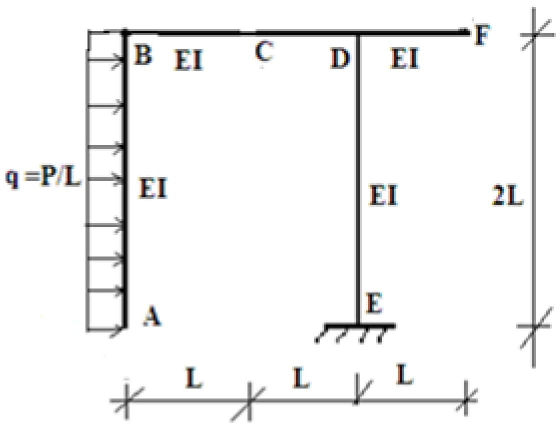
1.3Tracés des diagrammes de charges et unitaires

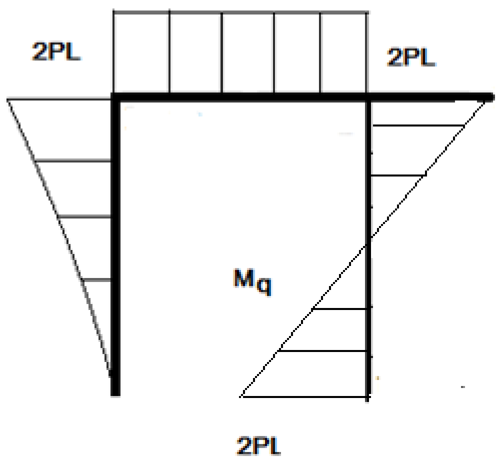

B
EI
D
EI
F
EI
EI
A
E
$X_1 = 1$

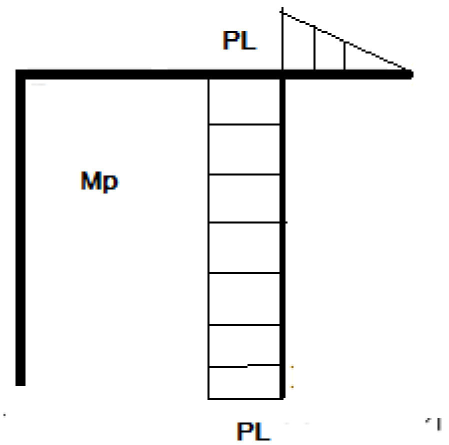

2L
F
2L
m_1

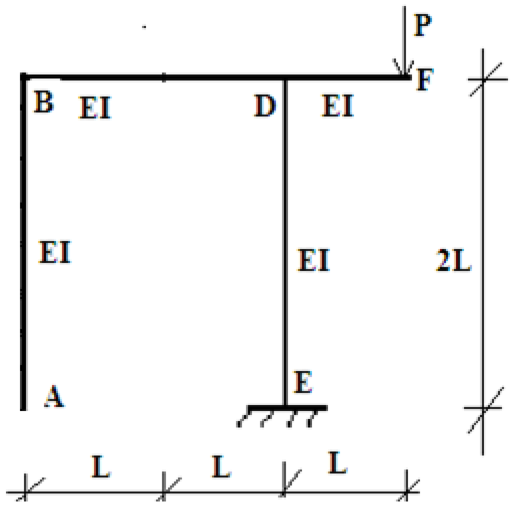

F
B
EI
D
EI
EI
EI
$X_2 = 1$
A
E

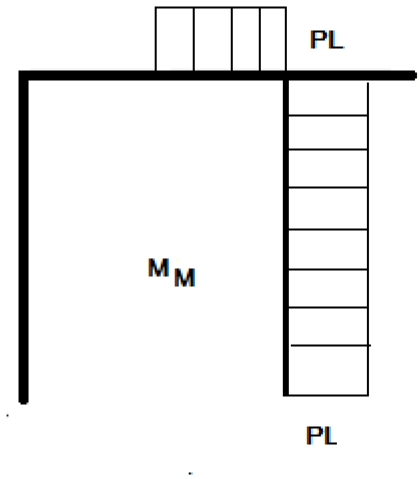

2L
2L
2L
F
m_2

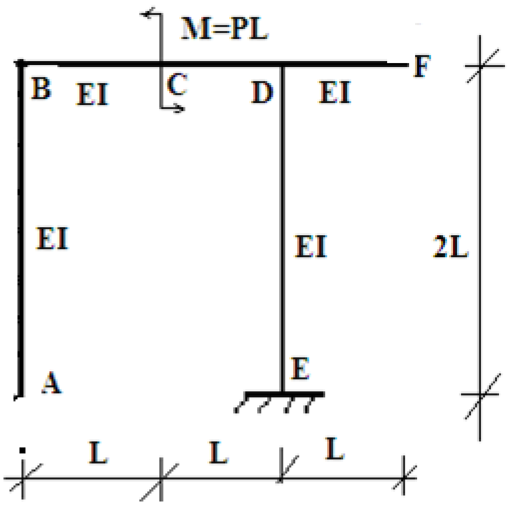

F
B
EI
C
D
EI
q =P/L
EI
EI
2L
A
E
L
L
L


2PL
2PL
M_q
2PL









1.3 Calcul des coefficients et des termes libres

$\delta_{11}=\frac{2L}{EI}\frac{1}{3}2L*2L+\frac{2L}{EI}\ 2L*2L=\ \frac{32}{3EI}L^3$

$\delta_{12}=\delta_{21}=-\ \frac{2*2L}{EI}*\frac{1}{2}\ 2L*2L=-\frac{8L^3}{EI}$

$\delta_{22}=2*\frac{2L}{EI}*\frac{1}{3}\ 2L*2L*\ \frac{2L}{EI}*2L*2L=\frac{40}{3EI}L^3$

$\Delta_{1P'}=\frac{2L}{EI}*2L*PL=\frac{4PL^3}{EI}$

$\Delta_{1q}=-\frac{2L}{EI}\frac{1}{2}*2L*2PL+0=-\frac{4PL^3}{EI}$

$\Delta_{1M}=-\frac{L}{EI}*\frac{1}{2}\ PL(L+2L)-\frac{2L}{EI}\ 2L*PL=-\frac{11PL^3}{2EI}$

$\Delta_{2P'}=-\frac{2L}{EI}\frac{1}{2}PL*2L=-\frac{2PL^3}{EI}$

$\Delta_{2q}=\frac{2L}{EI}*\frac{1}{4}2PL*2L+\frac{2L}{EI}*2L*2PL+\frac{L}{EI}\frac{1}{6}\ 2PL(L+2.2L)-\frac{1}{6}*L*2PL=\ \frac{34PL^3}{3EI}$

$\Delta_{2M}=\frac{L}{EI}\ PL*2L+\ \frac{2L}{EI}\frac{1}{2}\ PL*2L=4\frac{PL^3}{EI}$

$\delta_{1P}=\Delta_{1P'}+\Delta_{1q}+\Delta_{1M}=-\frac{11PL^3}{2EI}$

$\delta_{2P}=\Delta_{2P}+\Delta_{2q}+\Delta_{2M}=\frac{40PL^3}{3EI}$

Les équations canoniques s'écrivent alors :

$$\frac{32}{3EI}L^3X_1-\frac{8L^3}{EI}X_2-\frac{11PL^3}{2EI}=0$$
$$-\frac{8L^3}{EI}X_1+\frac{40}{3EI}L^3X_2+\frac{40PL^3}{3EI}=0$$

Soient les équations simplifiées :

$64.X_1 - 48X_2 - 33P=0$
$-24\ X_1+ 40\ X_2+40P=0$

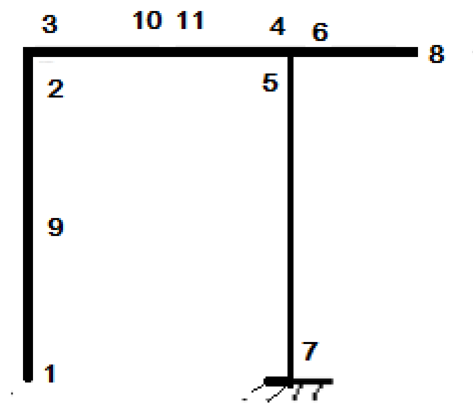
Après résolution du système

$X_1=-0,426\ P$
$X_2= -1.255\ P$

2. Tracer les digrammes des moments fléchissant, des efforts tranchant et des efforts normaux

- **Diagramme des moments fléchissants**

Par superposition on a le moment fléchissant dans une section quelconque x
M(x)= m₁(x) X_1+ **m₂(x)** X_2 $+M_p(x)+ M_q(x)+ M_M(x)$



M_1= M_8=0

M_2= M_3=(-2L)(-1.255P)+(-2PL)= **- 0,51 PL**

M_4=(2L)(-0.426 P) +(-2L)(-1.255 P)+(-2PL)+(-PL**)**=**-1.342 PL**

M_5= (2L)(- 0.426 P) +(-2L)(-1.255 P)+(-2PL)+(PL)+(-PL)= **- 0.342 PL**

M_6=-PL

M_7=(2L)(-0.426P)+(2PL)+(PL)+(-PL)= **- 1.148PL**

M_9 (au milieu du poteau AB) =(-L)(-1.255 P)+(- 0,5PL)= **0,755 PL**

M_{10}=(L)(-0.426 P) +(-2L)(-1.255 P)+(-2PL)=**0,084 PL**

M_{11}=(L)(-0.426 P) +(-2L)(-1.255 P)+(-2PL) +(-PL)= **-0.916 PL**

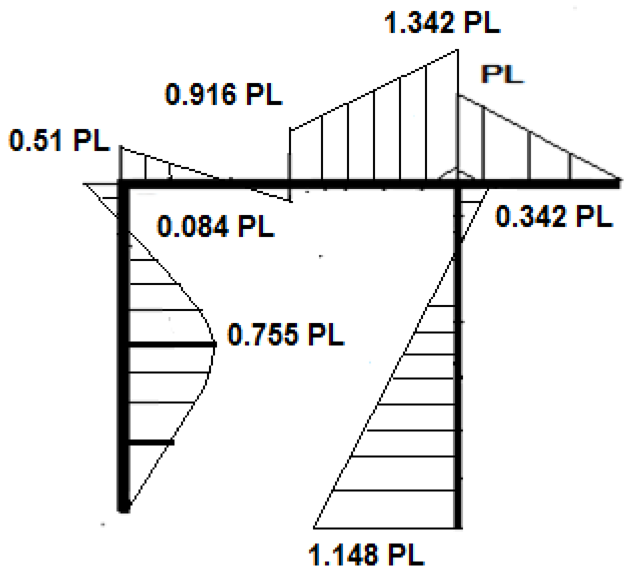
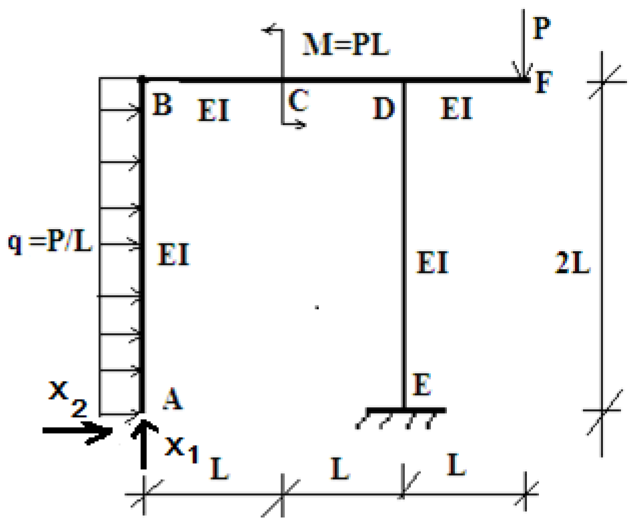


Diagramme des moments fléchisants

- **Diagrammes des efforts tranchants et des efforts normaux**

  On applique la méthode des sections sur la structure devenue isostatique après la détermination des efforts de liaison inconnus.



Barre AB

T_{AB}= $-X_2$-qx= $-X_2-\frac{P}{L}x$=- (- 1.255P) $-\frac{P}{L}x$

Pour x = 0 ⇒T_{AB}=1.255 P

Pour x= 2L⇒T_{AB}=- 0.745P

N_{AB}= - x_1= - (-0.426 P) =0.426P (traction)

Barre BD

T_{BD}=X_1 = (-0.426 P)= -0.426 P

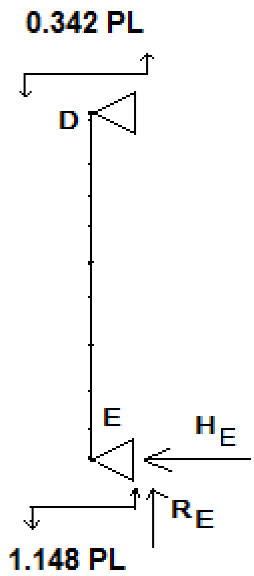
N_{AB}=-X_2-q.2L= - (-1.255P) - 2P= -0.745 P (compression)

Barre DF

T_{DF}=- P

N_{DF} =0

Barre ED



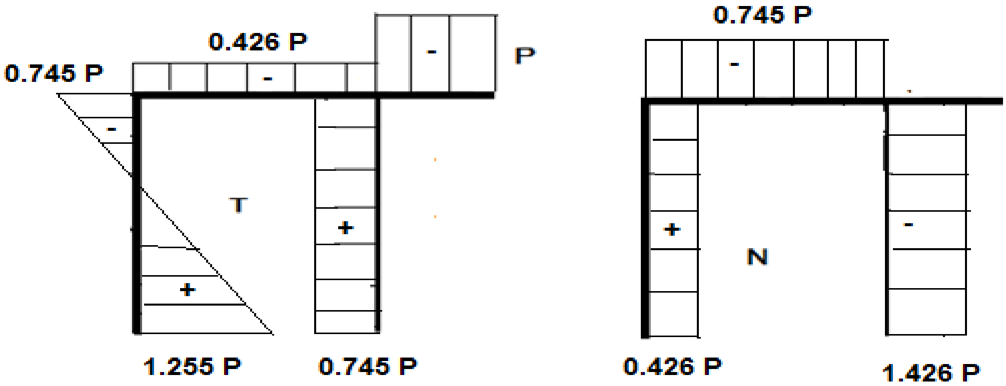
$$\sum M_D = H_E.2L - 1.148\ PL - 0.342\ PL = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow R_A + R_E - P = 0 \Rightarrow R_E = P - R_A = P - (-0.426P) = 1.426\ P$$

$$H_E = \frac{1.148\ PL + 0.342\ \ PL}{2L} = 0.745\ P$$

T_{ED}= $H_E = 0.745\ P$

N_{ED}= -R_E= - 1.4264 P (Compression)



Diagrammes des T et N

TD METHODE DES FORCES