وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Université Badji Mokhtar Annaba

Badji Mokhtar University - Annaba

جامعة باجي مختار عنابة

Faculté des Sciences de la Terre
Département de Géologie

MATHEMATIQUES 2

Par:
Dr. CHOUIA SANA

Année : 2019/2020

Université Badji Mokhtar – Annaba

Faculté des Sciences de la terre

Département de Géologie - 1er Année

Mathématiques 02

2019/2020

Série 01

Exercice 01 Dans les exercices suivants déterminer : La population, l'unité statistique, la variable et ses caractéristiques.

1. Etude des pièces fabriquées par une usine selon le poids.
2. Le directeur des ressources humaines désire faire le bilan des qualifications des travailleurs.
3. Avant de distribuer des logements le service de la wilaya fait une étude des familles selon le nombre de leurs enfants.
4. Le nombre d'étudiants de ce groupe est 20 étudiants.

Exercice 02 Le responsable de la scolarité de l'école veut ranger les dossiers des étudiants selon le type de bac. S est la série considérée. Soit

- M : Mathématiques
- S : Science
- L : Lettre
- E : Economie gestion

La série S obtenue est :

$$L-M-M-E-M-S-M-E-S-L-M-L-E-M-M-E-M-M-E-L-S-M.$$

1. Déterminer la population statistique, l'unité statistique, la variable et ses caractéristiques.
2. Mettre S dans un tableau statistique.

Exercice 03 Soit E, un ensemble de travailleurs d'une entreprise selon l'âge (année).

E : 34 – 30- 40 – 30 – 32 – 36 – 35 – 34 – 30 – 35 – 35 – 37 – 35 – 38 – 32 – 35 – 34 – 38 – 40 – 35.

1. Quelle est la variable statistique ?
2. Classer E selon l'ordre croissant.
3. Mettre E dans un tableau statistique.

Université Badji Mokhtar – Annaba

Faculté des Sciences de la terre

Département de Géologie - 1er Année

Mathématiques 02

2019/2020

Série 02

Exercice 01 Le tableau suivant donne la répartition selon le groupe sanguin de 40 individus pris au hasard dans une population.

Groupes sanguins	A	B	AB	O
Effectif	20	10	n	5

1. Déterminer la variable statistique et son type.
2. Déterminer l'effectif des personnes ayant un groupe sanguin AB.
3. Donner toutes les représentations graphiques possibles de cette distribution.

Exercice 02 Le gérant d'un magasin vendant des articles de consommation courante a relevé pour un article particulier qui semble connaître une très forte popularité, le nombre d'articles vendus par jour. Son relevé a porté sur les ventes des mois de Mars et Avril, ce qui correspond à 52 jours de vente. Le relevé des observations se présente comme suit :

7	13	8	10	9	12	10	8	9	10	6	14	7
15	9	11	12	11	12	5	14	11	8	10	14	12
8	5	7	13	12	16	11	9	11	11	12	12	15
14	5	14	9	9	14	13	11	10	11	12	9	15

1. Quel type est la variable statistique étudiée.
2. Déterminer le tableau statistique en fonction des effectifs, des fréquences, des effectifs cumulés et des fréquences cumulés.
3. Tracer le diagramme des bâtonnés associé à la variable X.

4. Soit F(x) la fonction de répartition. Déterminer F(x).

5. Calculer le mode Mo et la moyenne arithmétique.

6. Déterminer à partir du tableau puis à partir du graphe, la valeur de la médiane Me.

7. Calculer la variance et l'écart-type.

Exercice 03 On considère deux groupes d'étudiants. Nous relevons leurs notes d'examens dans les deux tableaux suivants :

Note (groupe A)	8	9	10	11
Effectif	2	2	1	1

Note (groupe B)	6	8	9	13	14
Effectif	2	2	2	1	1

1. Calculer la moyenne et l'écart type de chaque groupe.

2. Comparer les deux groupes.

Université Badji Mokhtar – Annaba

Faculté des Sciences de la terre

Département de Géologie - 1er Année

Mathématiques 02

2019/2020

Série 03

Exercice 01 Classer ces statistiques selon leurs natures (indicateur de position ou de dispersion)

	Minimum	Moyenne	Écart-type	Mode	Médiane
Position					
Dispersion					

Exercice 02 Chez un fabriquant de tubes de plastique, on a prélevé un échantillon de 100 tubes dont on a mesuré le diamètre en décimètre.

1.94	2.20	2.33	2.39	2.45	2.50	2.54	2.61	2.66	2.85
1.96	2.21	2.33	2.40	2.46	2.51	2.54	2.62	2.68	2.87
2.07	2.26	2.34	2.40	2.47	2.52	2.55	2.62	2.68	2.90
2.09	2.26	2.34	2.40	2.47	2.52	2.55	2.62	2.68	2.91
2.09	2.28	2.35	2.40	2.48	2.52	2.56	2.62	2.71	2.94
2.12	2.29	2.36	2.41	2.49	2.52	2.56	2.63	2.73	2.95
2.13	2.30	2.37	2.42	2.49	2.53	2.57	2.63	2.75	2.99
2.14	2.31	2.38	2.42	2.49	2.53	2.57	2.65	2.76	2.99
2.19	2.31	2.38	2.42	2.49	2.53	2.59	2.66	2.77	3.09
2.19	2.31	2.38	2.42	2.50	2.54	2.59	2.66	2.78	3.12

1. Identifier la population, les individus, le caractère et son type.

2. Etablir le tableau statistique (Faites débuter la première classe par la valeur 1.94).

3. Tracer l'histogramme de cette variable statistique.

4. Déterminer par le calcul la valeur du diamètre au-dessous de laquelle se trouvent 50% des tubes de plastique. Que représente cette valeur.

Exercice 03 Dans une gare routière, on évalue le temps d'attente des voyageurs en minutes. Voici l'histogramme des fréquences absolues de cette variable.

1. Déterminer la variable statistique X et son type et sa population.
2. Déterminer le nombre de voyageurs.
3. Depuis le graphe, déterminer le tableau statistique.
4. Tracer la courbe des fréquences cumulées.
5. Déterminer le mode graphiquement et dire ce que représente cette valeur par rapport à notre étude.
6. Calculer la médiane à partir du graphe des fréquences cumulées.
7. Calculer la moyenne et l'écart type.

Université Badji Mokhtar – Annaba
Faculté des Sciences de la terre
Département de Géologie - 1er Année
Mathématiques 02
2019/2020

Série 04

Exercice 01.

Dans le cadre d'une étude sur la santé au travail, on a interrogé au hasard 500 salariés de différents secteurs et de différentes régions d'Algérie. 145 d'entre eux déclarent avoir déjà subi un harcèlement moral au travail.

1. Donner une estimation ponctuelle de la proportion de salariés ayant déjà subi un harcèlement moral au travail.
2. Donner une estimation de cette proportion par un intervalle de confiance à 90%.

Exercice 02.

On a pesé 10 palettes de briques de la même fabrication, et on a obtenu les résultats suivants (kg)

$$759 - 750 - 755 - 756 - 761 - 765 - 770 - 752 - 760 - 767$$

On admet que ces résultats sont issus d'une population distribuée selon une loi normale d'espérance μ et de variance σ^2.

1. Donner une estimation ponctuelle sans biais de l'espérance et de la variance du poids d'une palette de brique.
2. Construire un intervalle de confiance pour μ avec les niveaux de confiance 0.99.
3. Supposons maintenant que l'on connaisse la variance donnée par $\sigma^2 = 42$. Que cela change-t-il sur vos intervalles de confiance ?

4. Combien de palettes de briques aurait-on dû mesurer pour que la longueur de l'intervalle de confiance de niveau de confiance de 99% ne dépasse pas $0.5kg$.

Corrigés

Exercice 01.

1. Estimation ponctuelle de la proportion est

$$f = \frac{K}{n} = \frac{145}{500} = 0.29$$

2. L'intervalle de confiance est

$$IC_f = \left[f - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}; f + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]$$

on a

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0.95} = 1.65$$

alors

$$IC_f = \left[0.29 - 1.65\sqrt{\frac{0.29(1-0.29)}{500}}; 0.29 + 1.65\sqrt{\frac{0.29(1-0.29)}{500}} \right]$$

donc

$$IC_f = [0.2565; 0.3235]$$

Exercice 02.

1. L'estimation ponctuelle de la moyenne est

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} n_i.x_i = \frac{7595}{10} = 759.5$$

L'estimation de la variance est

$$S^{*2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N} n_i.(x_i - \overline{x})^2 = \frac{378.5}{9} = 42.0556$$

d'où

$$s^* = 6.485$$

2. On a

$$1-\alpha=0.99 \Rightarrow \alpha=0.01 \Rightarrow t_{9;0.01}=3.2498$$

L'intervalla de confiance est

$$\begin{aligned} IC_\mu &= \left[\overline{x}-t_{9;0.01}.\frac{s^*}{\sqrt{n}};\overline{x}+t_{9;0.01}.\frac{s^*}{\sqrt{n}}\right] \\ &= \left[759.5-3.2498.\frac{6.485}{\sqrt{10}};759.5+3.2498.\frac{6.485}{\sqrt{10}}\right] \\ & \quad [752.8355;766.1645] \end{aligned}$$

3. la variance est connue, donc

$$IC_\mu=\left[\overline{x}-u_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\overline{x}+u_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

on a

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}}=u_{0.995}=2.58$$

donc

$$\begin{aligned} IC_\mu &= \left[\overline{x}-2.58.\frac{6.481}{\sqrt{10}};\overline{x}+2.58.\frac{6.481}{\sqrt{10}}\right] \\ &= [754.2124;764.7876] \end{aligned}$$

4. On a

$$2.u_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq 0.5$$

donc

$$\left(2.u_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{0.5}\right)^2\leq n \Rightarrow n\geq 4473$$

Université Badji Mokhtar – Annaba

Faculté des Sciences de la terre

Département de Géologie - 1er Année

Mathématiques 02

2019/2020

Série 05

Exercice 01.

Pour un lot de fabrication de comprimés on prélève au hasard dix comprimés parmi les 30 000 produits et on les pèse. On observe les valeurs de poids en grammes :

$$0.81 - 0.84 - 0.83 - 0.80 - 0.85 - 0.81 - 0.85 - 0.83 - 0.84 - 0.80$$

Le poids moyen observé est-il compatible avec la production au seuil 98 % dont la moyenne est de 0.84 ?

Exercice 02.

Dans une maternité pour deux échantillons de nouveau-nés de sexes différents on a obtenu les résultats suivants :

51 garçons : taille moyenne 51 cm et écart-type des tailles 3 cm

59 filles : taille moyenne 49 cm et écart-type des tailles 3.2 cm

Au risque de 5 % peut-on déduire de ces indications une différence significative entre les moyennes des tailles des nouveau-nés suivant le sexe.

Exercice 03.

Une anomalie génétique touche dans un certain pays 1/1000 des individus. On l'a calculée dans une région donnée de ce pays : 57 personnes sur 50 000 naissances. Cette région est-elle représentative du pays entier au risque de 5 % ?

Exercice 04.

Pour cibler la clientèle d'un nouveau produit de consommation, une entreprise fait un sondage auprès de 321 personnes. L'intérêt dans le produit est noté par « aucun intérêt », « un intérêt mineur » ou un « intérêt important ». La situation familiale (au moins en enfant à charge : oui ou non) est noté également. On cherche à vérifier si l'intérêt dans le produit dépend de la situation familiale. Les résultats sont les suivants :

Enfant	aucun	mineur	Important
Oui	10	12	3
Non	7	38	9

On a donc 79 personnes qui répondent. On veut vérifier s'il y a un lien entre les deux mesures au niveau de 5%.

Corrigés

Exercice 01.

L'hypothèse est

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 = 0.84 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

on a

$$\overline{x} = 0.826$$

l'écart-type σ_0 est inconnu, on l'estime par:

$$s = 0.0195$$

On calcule la valeur

$$T_{obs} = \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{|0.826 - 0.84|}{\frac{0.0195}{\sqrt{10}}} = 2.2645$$

On détermine T_{tab} lue dans la table de Student pour un risque d'erreur α fixé et $(n-1)$ degrés de liberté:

$$T_{tab} = t_{0.05;9} = 2.26216$$

$T_{obs} > T_{tab}$ l'hypothèse H_0 est rejetée au risque d'erreur α : l'échantillon appartient à une population d'espérance μ et n'est pas représentatif de la population de référance d'espérance $\mu_0 = 0.84$.

Exercice 02.

L'hypothèse est

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

puisque les échantillons sont grands $n_1 = 51 > 30$ et $n_2 = 59 > 30$, on considère la loi normale.

On calcule

$$z_{obs} = \frac{|\overline{x}_1 - \overline{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{|51 - 49|}{\sqrt{\frac{9}{51} + \frac{10.24}{59}}} \simeq 3.38$$

On détermine Z_{tab} lue sur la table de la loi normale centrée réduite pour un risque d'erreur α fixé:

$$Z_{tab} = u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$Z_{obs} > Z_{tab}$ l'hypothèse H_0 est rejetée au risque d'erreur $\alpha = 5\% :$ les deux échantillons sont extraits de deux populations ayant des espérances respectivement $\mu_1 = 51$ et $\mu_2 = 49$.

Exercice 03.

On dispose d'un grand échantillon de taille $n = 50000$ individus.

La proportion $p_0 = 0.001$ et $n.p = 50$ on approxime la binomiale $B(n, p) = B(50000; 0.001)$ par la loi normale $N\left(n.p; \sqrt{n.p.(1-p)}\right)$

L'hypothèse est

$$\begin{cases} H_0 : p = p_0 = 0.001 \\ \quad H_1 : p \neq p_0 \end{cases}$$

on a

$$Z_{tab} = u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

et

$$Z_{obs} = \frac{\left|\frac{K}{n} - f_0\right|}{\sqrt{\frac{f_0(1-f_0)}{n}}} = \frac{|0.00114 - 0.001|}{\sqrt{\frac{0.001(0.999)}{50000}}} \simeq 0.99$$

comme

$$Z_{obs} < Z_{tab}$$

alors, l'hypothèse H_0 est acceptée avec un risque 5%.

Exercice 04.

On cherche à confronter les hypothèses

$$\begin{cases} H_0 : \text{ indépendance entre la v.a. famille et intérêt dans le produit} \\ \; H_1 : \text{ dépendance entre la v.a .famille et intérêt dans le produit} \end{cases}$$

Le niveau est fixé à 5% c'est-à-dire que la probabilité qu'il y a indépendance entre ces deux variables est de 5%.

On obtient le tableau de contingence suivant :

e_{ij}	aucun	mineur	important	Total
Oui	10	12	3	25
Non	7	38	9	54
Total	17	50	12	79

et le tableau des fréquences théoriques :

E_{ij}	aucun	mineur	important	Total
Oui	5.400	15.823	3.800	25
Non	11.620	34.177	8.203	54
Total	17	50	12	79

Il y a une cellule sur 6 qui contient une valeur attendue plus petite que 5. Cela correspond à $\frac{1}{6} \times 100 = 16.667\%$ des valeurs attendues, soit moins de 20%.

La statistique observée est

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} \frac{(e_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \sim \chi^2_{(p-1)(k-1)}$$

$$\chi^2_{obs} = \frac{(10 - 5.400)^2}{5.400} + ... + \frac{(3 - 3.800)^2}{3.800} = 7.401$$

et

$$\chi^2_{tab} = \chi^2_{0.95;2} = 5.9915$$

Comme

$$\chi^2_{obs} > \chi^2_{tab}$$

donc, on accepte H_0:"il y a indépendance entre la v.a. famille et intérêt dans le produit".