«Interaction électrostatique»

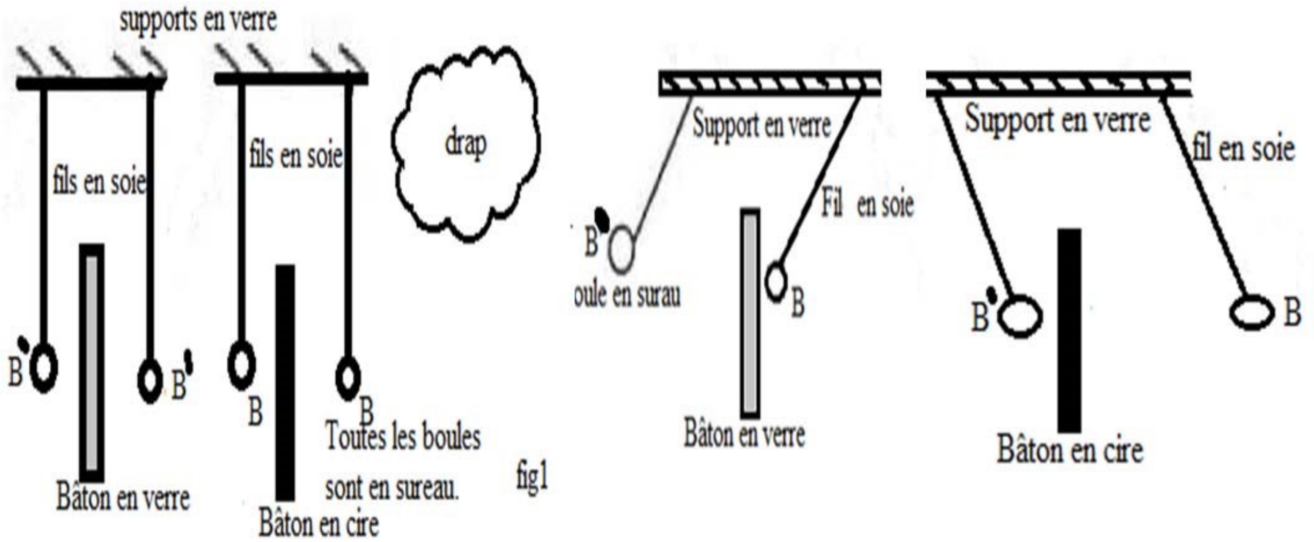
Remarque: Afin d'alléger l'écriture, toutes les lettres représentantdes entités vectorielles sont en gras.

L'électrisation: Nous avons deux manières de présenter le phénomène d'électrisation.

I)*Aspect historique :*

Etaler une suite d'expériences pour dégager les deux types d'électricité et traduire l'effet de l'interaction électrostatique comme un résultat qui conduit à la loi de coulomb.

En effet les ingrédients nécessaires à ces expériences sont montrés sur la fig1



Deux bâtons l'un en verre et l'autre en cire, quatre pendules électrostatiques composés chacun d'une boule conductrice légère en sureau (de masse très faible) suspendue à l'aided'un fil en soie à un support en verre. Frottons séparément les deux bâtonsl'un aprèsl'autre avec un drap puis mettons en contactles deux boules (B**'**) avec le bâton en verre et les deux autres (B) avec le bâton en cire. Formons deux groupes de pendules deux à deux (B**,** B**'**) et plaçant les bâtonsentre chaque groupe contenant les boules (B**'**)et (B).Le résultat de l'expérience est : le bâton en verrerepousse les boules (B**'**) et attire les (B) celui en cire fait l'inverse il attireles (B**'**) et repousse (B).Le fait de changer le matériaudes bâtons les fait classer soit en catégorie du verre ou en celle de la cire, donc il y a deux types d'électricité (+) et (-).

La série d'expériences réalisée afin de dégagerla loi régissant l'attraction et la répulsion entre deux charges « appelée loi de Coulomb » se résume ainsi:

*Pour une distance fixe entre les deux boules chargées,la force augmente avec l'accroissement de la charge d'une ou des deux boules à la fois.

**Pour une charge constante des deux boules, l'augmentation du carré de leur distance relative fait diminuer la force et inversement.

***Enfin pour une distance fixe entre les deux boules de charges constantes, le milieu intervient sous forme d'un coefficient $K = 1/\varepsilon'_0$. Ainsi Coulomb formula sa loi :

$\mathbf{F} = \pm(1/\varepsilon'_0).(qq'/r^2)\mathbf{u_F}$. K est une constante qui tient compte du milieu dans lequel se trouventles charges. Au début de l'établissement de cette loi K valait 1dans le système (ESCGS). Suite à une expérience faite entre deux charges identiques de 1C distantes de 1m où la force mesurée était de 9.10^9N, dans le système SI (MKSA) ε'_0 prit la valeur de $1/9.10^{+9}$, donc $\Rightarrow$ $\mathbf{F}= (9.10^{+9}\ qq'/r2)\mathbf{u_F}$.

Enfin dans le système rationalisé (pour inclure les $4\pi)\varepsilon'_0= \varepsilon_0 4\pi \Rightarrow \varepsilon_0 = 1/4\pi 9.10^{+9}= 8.85.10^{-12}$ et $1/4\pi\varepsilon_0 = 9.10^{+9}$. ε_0 permittivité du vide$8,85418782{\times}10^{-12}L^{-3}M^{-1}T^4A^2$

La permittivité relative$\varepsilon_r=\varepsilon_{/}\varepsilon_0$. La permittivité traduit le pouvoir d'un milieu à faciliter l'écoulement des charges.

II) Aspect basé sur la connaissance de l'atome:

On sait qu'un atome se compose d'électrons, de protons et de neutrons.

La charge d'un électron (e^-) vaut -1.6 10^{-19}C, celle d'un proton (e^+) vaut+1.6 10^{-19} C enfin celle du neutron 0C.

Pour un atome neutre la charge totale est nulle donc la somme des (e^-) et (e^+) vaut zéro

[z.(-1.6 10^{-19})+ z.(+1.6 10^{-19}) = 0]z étant le n^{bre} d'électrons et/ou de protons.

La charge totale d'un atome est positive si le n^{bre} d'électrons est inférieur à celui des protons, elle est négative dans le cas contraire.

Finalement s'il y a une charge électrique, elle ne peut résulter qued'un déséquilibre au niveau du n^{bre} d'électrons par rapport à celui des protons.

Les manifestations de la force d'interaction gravifique (newtonienne) et électrostatique (coulombienne) sont gérées par les lois de Newton et Coulomb.

Loi de Newton

Par analogie à l'interaction gravitationnelle caractérisée par la loi de Newton, $\mathbf{F} = (GM_Tm/r^2)\mathbf{u_F}$ on peut définir l'attraction coulombienne qui est régit par le champ électrostatique $\mathbf{E}(r)= (Kq/r^2)\mathbf{u_E}$. E(0) est indéfini. Le champ gravitationnel est analogue au champ électrique d'une charge négative (lignes de champs convergents). La charge positive crée des lignes de champs divergents. Fig2

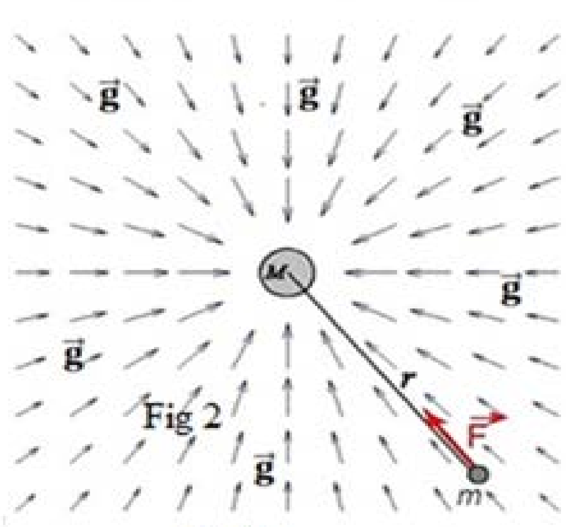
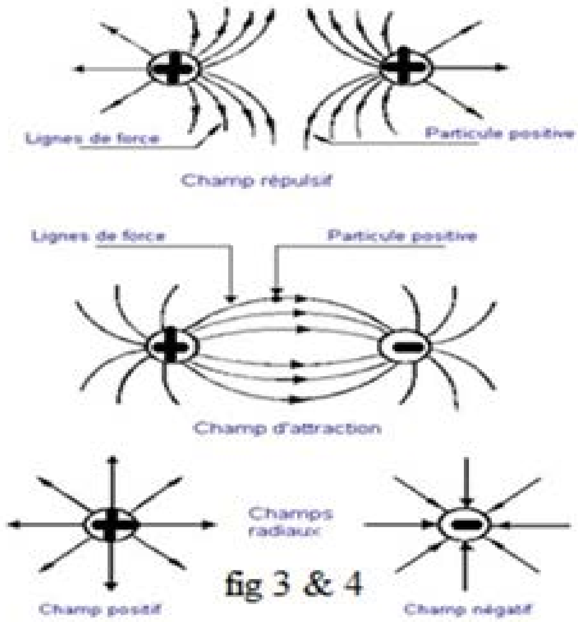


Fig2



Loi de Coulomb, Champ électrique

Par analogie au champ g nous pouvons écrire $\mathbf{E}_{q1} = (K\ q_1/r^2)\mathbf{u}_{Eq1}$, ou bien à partir de la loi de coulomb on a :$\mathbf{F} = (Kq_1q_2/r^2)\mathbf{u}_F= [(K\ q_1/r^2)\mathbf{u}_F].q_2 =[\mathbf{E}_{q1}].q_2$, $\mathbf{E}_{q1} = (K\ q_1/r^2)\mathbf{u}_{Eq1}$, K est la constante tenant compte du milieu, q_1 est la charge qui génère le champ, q_2 est la charge qui le subit, r est la distance qui sépareles deux charges. Tout estexpriméen SI.q_1 crée le champ E_{q1} et q_2 le subit.

On dit que q_2 se trouve dans le champ de q_1. On constate aussi que pour un r constant E l'est aussi donc les valeurs de r déterminent des sphères de rayon r où le vecteur E est constant en chaque point appartenant à cette sphère.

Connaissant la distance r nous pouvons déterminer l'intensité de E dans n'importe quel point et on écrit $\mathbf{E}_{q1}= (K\ q_1/r^2)\mathbf{u}_{Eq1}$.Le vecteur **E**, soit il converge vers le point occupé par la charge qui le crée si elle est négative (ce raisonnement est tiré, par analogie, du vecteur **g**) soit il diverge si elle est positive Fig3et

Fig4.Une remarque importante concernant le rôle «permutatif»que peuventjouer les charges q_1 et q_2 dans la création de **E**. (c'est-à-dire soit q_1 crée le champ $\mathbf{E}_{q1}$ et $q_2$le subit ouinversement).
Les vecteurs champs$\mathbf{E}_i$électriques s'ajoutent suivant le principe de superposition c'est-à-dire un ensemble de charges (q_1, q_2,….q_n) crée en un point M un vecteur champ résultant :
$\mathbf{E}(M)_i= K.\sum(q_i/r^2{}_i)\mathbf{u}_i$,$\mathbf{u}_i$ est le vecteur unitaire de $\mathbf{E}_i$tel que $\mathbf{E}_i= K\ (q_i\ /r^2{}_i)\mathbf{u}_i$.

Le potentiel électrique :

Par analogie au potentiel mécanique, nous pouvons énoncer le potentiel électrique crée en un point r par la charge q_1 par la relation $V= Kq_1/r$.
En observant bien les deux expressions $V= Kq_1/r$ et $E = K\ q_1/r^2$ on constate qu'en dérivant V on trouve E et inversement en intégrant E on trouve V à une constante près, on écrit donc $E = -dV/dr$.
Si nous calculons la circulation de E entre deux points M (départ), N (arrivée) repérés par r_1 et r_2. Nous avons :

$$Edr = -dV \Rightarrow (K\ q_1/r^2)dr=-dV \Rightarrow \int(K\ q_1/r^2)\ dr =-\int dV$$

$$\Rightarrow Kq_1[(-1/r_2)+(1/r_1)]=-[V_2-V_1] \Rightarrow Kq_1[(1/r_1)-(1/r_2)]=[\ V_1-\ V_2].$$

Comme le potentiel est connu à une constante près, plaçons V_2 à l'origine des potentiels on aura $V_1=Kq_1/r_1$ et d'une façon générale $V=Kq/r$

Evaluons le travail de déplacement d'une charge q_2 entre deux points M (départ), N (arrivée) repérés par r_1 et r_2.On sait de la mécanique que $\Delta W=\Delta E_{p\ ciné} =-\ \Delta\ E_{p\ élec}$ Donc nous avons $dW= -dE_{p\ élec}$,
$dE_{p\ élec}= -\mathbf{F}.d\mathbf{r}$, $[F = Kq_1q_2/r_{12}{}^2=q_2\ E]$.$dE_{p\ élec}=-\ q_2E.dr$, $dE_{p\ élec}= -\ q_2dV \Rightarrow \int dE_{p\ élec} =-q_2\int dV$
$\Rightarrow E_{p\ élec}(r_2)-E_{p\ élec}(r_1) =-q_2[V(r_2)-V(r_1)] =q_2[V(r_1) -V(r_2)] \Rightarrow w(r_{1\rightarrow}r_2) = q_2[V(r_1) -V(r_2)]$

Les quatre premières lois fondamentales de l'électrostatique à retenir sont :

Deux grandeurs vectorielles: Le champ $\mathbf{E} = [K\ q_1/$
La force $\mathbf{F} = q_2\ [K\ q_1/r^2]\mathbf{u}_F$.
Trois grandeurs scalaires : Le potentiel $V(q_1)= Kq_1/r$.
L'énergie potentielle $E_{p\ élec} = q_2V(q_1)$.
Le travail W pour ramener la charge q_2 de $r_{1\rightarrow}r_2$Vaut $W\ (r_{1\rightarrow}r_2) = q_2[V\ (r_1)\ -V\ (r_2)]$.

Principe de superposition(PS)

Les vecteurs champs **E** électriques s'ajoutent suivant le principe de superposition c'est-à-dire un ensemble de charges (q_1, q_2,.q_n) crée en un point M un vecteur champ résultant $\mathbf{E}(M) = K\sum(q_i\ /r^2{}_i)\ \mathbf{u}_i$:$\mathbf{u}_i$ est le vecteur unitaire de $\mathbf{E}_i$ tel que $\mathbf{E}_i = K(q_i\ /r^2{}_i)\mathbf{u}_i$. Les potentiels électriques s'ajoutent aussi suivant leprincipe de superposition (PS) c'est-à-dire les mêmes charges (q_1, q_2,...q_n) ayantcréé le champau point Mcréent en même temps et au même point un potentiel algébrique total $V(M) = K\sum(q_i\ /r_i)$. Cette idée traduit la cohabitation active des deux grandeurs.

Les gradients en coordonnées cartésiennes et polaires ont bien été détaillés en mécanique (SI)

Le radient en coordonnées polaire est donné par la relation $\mathbf{grad}V(r, \theta) = [\partial V(r, \theta)/\partial r]\mathbf{u}_r+[\partial V(r, \theta)/r\partial\theta]\mathbf{u}_\theta$
Comme le champ et le potentiel sont reliés par la relation : $E = -dV/dr$ c'est-à-dire le champ dérive d'un potentiel$\mathbf{E}=-\nabla V(r, \theta)$ ou $\mathbf{E} = -\ \mathbf{grad}V(r, \theta)$, $\mathbf{grad}V(r, \theta) = [\partial V(r, \theta)/\partial r]\mathbf{u}_r+[\partial V(r, \theta)/r\partial\theta]\mathbf{u}_\theta$

Champ et Potentiel électrostatique d'un dipôle(définition prise de Wikipédia)

Undipôle électrostatiquese définit par une répartition decharges électriquesde somme nulle telles que lebarycentredes charges positives ne coïncide pas avec celui des charges négatives. Le dipôle le plus simple est donc un couple de deux charges de signe opposé distantes d'une longueur«a»non nulle quelconque. Cette notion est principalement utilisée enélectromagnétismeet par suite enchimieoù certaines liaisons entre molécules peuvent être expliquées en modélisant ces molécules par un dipôle (liaison hydrogène par exemple).

Un dipôle peut être permanent, par exemple unemolécule polaire, ou bien induit, par exemple un nuage électronique qui se déforme sous l'action d'un champ extérieur (comme pour ladiffusion Rayleigh).

En physique, on s'intéresse au champ électrique **E**(r) créé en un point «**r**»éloigné du dipôle (on parle alors de dipôle actif). Mais on peut aussi étudier le comportement du dipôle lorsqu'il est placé dans un champ extérieur (on parle alors de dipôle passif).] fin de citation

Le champ et le potentiel d'un dipôle ont été développés en application lors d'un exemple traité à l'amphi, donc on se contente de relater les résultats trouvés. VoirFig5

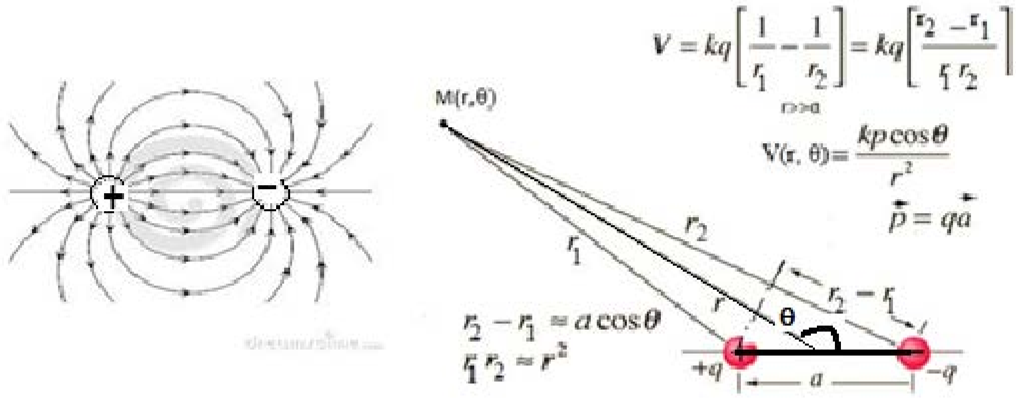


Fig 5

V(M) = V(r, θ) = Kq($1/r_1$-$1/r_2$) = Kq[(r_2– r_1)/ r_1r_2], en première approximation du développement limité on peut poser r_2– r_1 = acos(θ), $r_1.r_2$= r^2, **p**= q**a**V(r, θ) = KP cos(θ)/r^2 V(r, θ) =K(**p.u**)/r^2

E_r = –∂V/∂r = 2KP cos(θ)/ r^3 E_θ = –∂V/r∂θ = KP sin(θ)/ r^3

<u>Application 01</u> Calcul de champ des charges ponctuelles

Deux charges q_1 et q_2 sont distantes de 2a. Calculer le champ électrique au point P (0,y)de l'axe des Y dans le cas des quatre situation ①q_1= q_2= +$q_0$②q_1= q_2= – q_0

③q_1= –q_0 , q_2= +$q_0$④q_1= +q_0 , q_2= – q_0. Retrouver l'expréssion du champ lorsque l'ordonnée y>>a dans la situation ②

Si on place une chrge Q_0 au point O calculer la force subit par cette charge

<u>Solution</u>

Bien entendu l'expréssion du vecteur champ électrique produit en un point par une charge q est donnée par **E**$_i$= K(q/r^2)**u**$_i$

La distance r vaut dans les quatre situations $(a^2+y^2)^{1/2}$donc le module de **E**$_i$ est le même dans les quatre situtions et vaut E_i=Kq/(a^2+y^2), k = 910^9 (SI)

Les $\mathbf{E}_{pi}$ dépendent des projections : Situation ① et ② les projections suivants X s'annullent et suivant Y s'ajouttent positivement dans la situation ① et négativement en ②

Situation ③ et ④ : les projections suivants Y s'annullent et suivant X s'ajouttent positivement dans la situation ④ et négativement en ③

Projections des situation ② et ④

OP est axe de symétrie de l'axe X'X donc l'angle θ entre OP et Pq_1 ou entre OP et Pq_2 est le même et vaut $\cos\theta = y/(a^2+y^2)^{1/2}$ $\sin\theta = a/(a^2+y^2)^{1/2}$

Situation ② OX : $Kq/(a^2+y^2)\sin\theta - Kq/(a^2+y^2)\sin\theta = 0$

OY : $-Kq/(a^2+y^2)\cos\theta - Kq/(a^2+y^2)\cos\theta = -2\,Kq/(a^2+y^2)\cos\theta = -2\,Kq/(a^2+y^2).\,y/(a^2+y^2)^{1/2}$

$\mathbf{E}_p = 0\mathbf{i} - 2\,yKq/(a^2+y^2)^{3/2}\,\mathbf{j}$ $E_p = 2\,yKq/(a^2+y^2)^{3/2}$

Situation ④ OY : $Kq/(a^2+y^2)\cos\theta - Kq/(a^2+y^2)\cos\theta = 0$

OX : $Kq/(a^2+y^2)\sin\theta + Kq/(a^2+y^2)\sin\theta = 2\,Kq/(a^2+y^2)\sin\theta = 2\,Kq/(a^2+y^2).\,a/(a^2+y^2)^{1/2}$

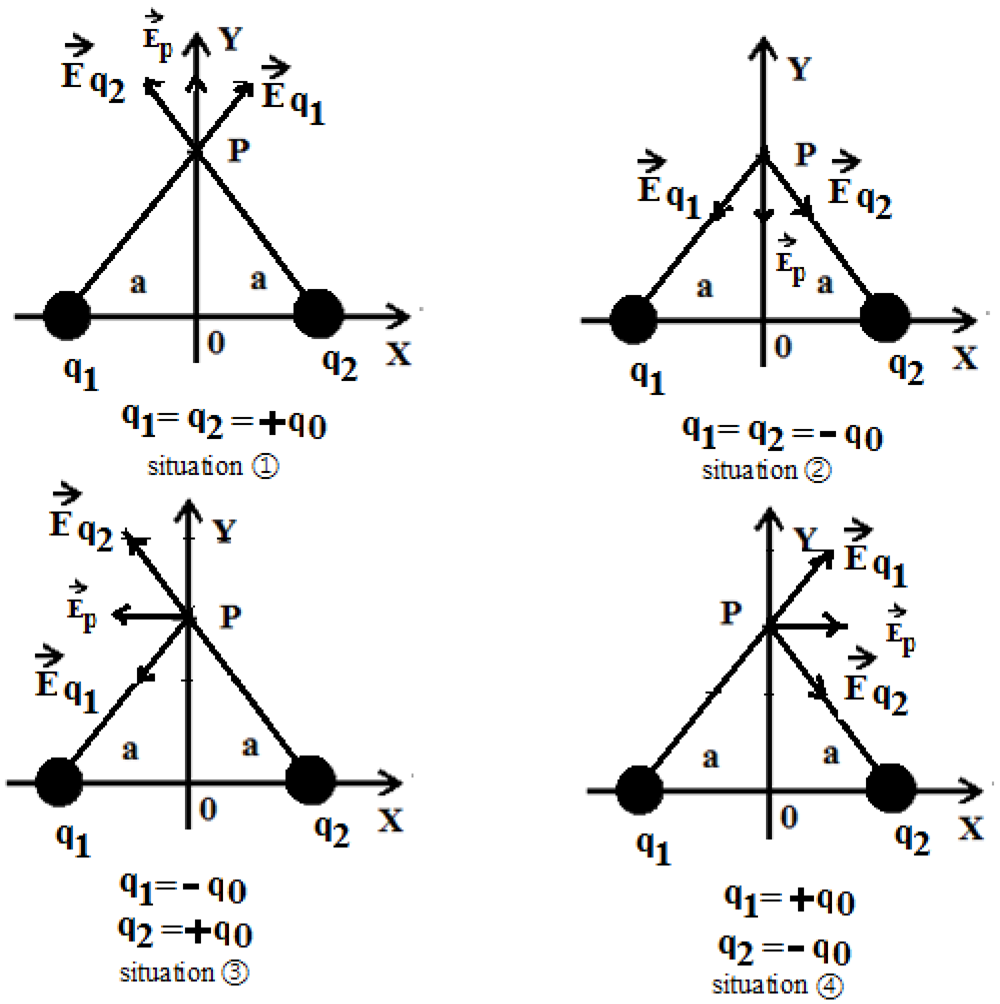
$\mathbf{E}_p = 2\,aKq/(a^2+y^2)^{3/2}\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$ $E_p = 2\,aKq/(a^2+y^2)^{3/2}$(en V/m)

lorsque l'ordonnée y>>a $E_p = 2\,yKq/(a^2+y^2)^{3/2}$ on néglige a devant y ce qui donne .

$E_p = 2\,aKq/(y^3)$(en V/m)

$\mathbf{F}_{②} = \mathbf{E}p.Q_0 = Q_0.\,(-2\,yKq/(a^2+y^2)^{3/2})\mathbf{j} = (-2\,Q_0 yKq/(a^2+y^2)^{3/2})\mathbf{j}$(en N)

$\mathbf{F}_{④} = \mathbf{E}p.Q_0 = (2Q_0\,yKq/(a^2+y^2)^{3/2})\mathbf{i}$ (en N)



<u>Application 02</u> Calcul de potentiel des charges ponctuelles et de l'énergie potentielle

Deux charges q_1 et q_2 sont distantes de 2a. Calculer le potentiel électrique au point P (0,y)de l'axe des Y dans le cas des quatre situation ①$q_1= q_2= +q_0$②$q_1= q_2= - q_0$

③$q_1= -q_0$, $q_2= +q_0$④$q_1= +q_0$, $q_2= - q_0$.

Si on place une chrge Q_0 au point P calculer ll'énergie potentielle subit par cette charge

<u>Solution</u>

Bien entendu l'expréssion du potentiel électrique produit en un point par une charge q est donnée par V_i= K(q/r)(en volt)

La distance r vaut dans les quatre situations $(a^2+y^2)^{1/2}$donc le potentielV_i est le même dans les quatre situtions et vaut $V_i=Kq/(a^2+y^2)^{1/2}$, $k = 910^9$ (SI)

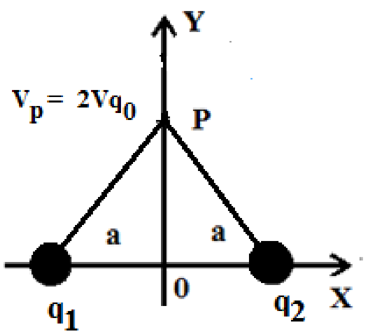
Les V_{pi} dessituation ① et ② les potentiels s'ajouttent positivement dans la situation ① et négativement en ②

Situation ③ et ④ : les potentiels s'annullent dans les situations③et ④

Situation ①$Vp= Kq_0/(a^2+y^2)^{1/2}+ Kq/(a^2+y^2)^{1/2}=2Kq_0/(a^2+y^2)^{1/2}$ (en volt)

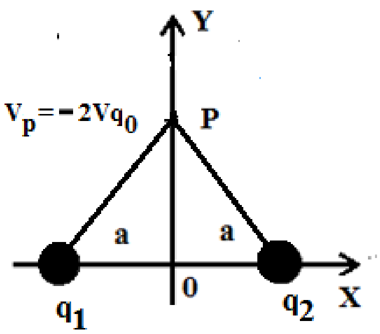
Situation ②$Vp= -Kq_0/(a^2+y^2)^{1/2}- Kq/(a^2+y^2)^{1/2}=-2Kq_0/(a^2+y^2)^{1/2}$(en volt)

$E_{pot} = Q_0 .V_p=2Q_0Kq_0/(a^2+y^2)^{1/2}$(en joule)



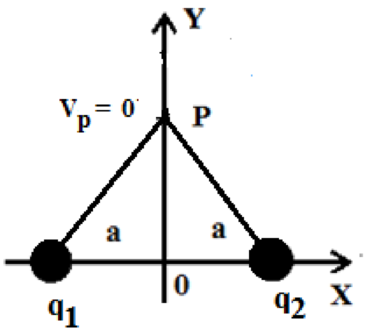
$q_1= q_2 =+q_0$

situation ①



$q_1= q_2 =- q_0$

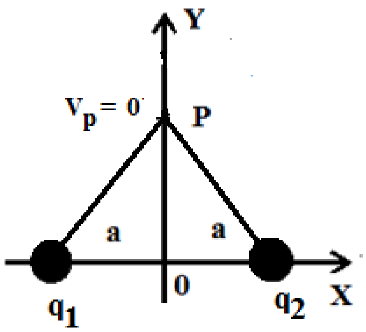
situation ②



$q_1=- q_0$

$q_2 =+q_0$

situation ③



$q_1= +q_0$

$q_2 =- q_0$

situation ④

<u>Application 03</u> Calcul du champ et du potentiel d'un dipôle

Donner l'expression du potentiel électrique $V(r, \theta)$ crée par un dipôle de centre O porté par Ox , de moment dipolaire **p**, en un point M tel que $OM = r$ et $(Ox, OM) = \theta$

Calculer les composantes E_r et E_θ du champ électrique en M. Ecrire $\mathbf{E}(r, \theta)$ dans une base et le représenter pour un angle quelconque Θ puis pour les angles remarquables tels que, 0, $\pi/2$, π, $3\pi/4$

<u>Solution</u>

$V(r, \theta) = K(\mathbf{p.u})/r^2 = KP\cos(\theta)/r^2$ (voir cours)

Donc $E_r = -\partial V/\partial r = 2KP\cos(\theta)/r^3$ et $E_\theta = -\partial V/r\partial\theta = KP\sin(\theta)/r^3$

$\mathbf{E}(r, \theta) = E_r\,\mathbf{u}_r + E_\theta\,\mathbf{u}_\theta = (2KP\cos(\theta)/r^3)\,\mathbf{u}_r + (KP\sin(\theta)/r^3)\,\mathbf{u}_\theta$

module $E(r, \theta) = (E_r^{\,2} + E_\theta^{\,2})^{1/2} = (KP/r^3)\,[4\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2]^{1/2} = (KP/r^3)\,[3\cos(\theta)^2 + 1]^{½}$

$E(r, \theta) = (E_r^{\,2} + E_\theta^{\,2})^{1/2} = (KP/r^3)\,[4\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2]^{1/2} = (KP/r^3)\,[3\cos(\theta)^2 + 1]^{½}$

$\mathbf{E}(r, \theta) = E_r\,\mathbf{u}_r + E_\theta\,\mathbf{u}_\theta = 2(KP/r^3)\cos(\theta)\,\mathbf{u}_r + (KP/r^3)\sin(\theta)\,\mathbf{u}_\theta$

$\mathbf{E}(r, 0) = 2(KP/r^3)\cos(\theta)\,\mathbf{u}_r + 0\,\mathbf{u}_\theta$

$\mathbf{E}(r, \pi/2) = 0\,\mathbf{u}_r + (KP/r^3)\sin(\theta)\,\mathbf{u}_\theta$

$\mathbf{E}(r, \pi) = 2(KP/r^3)\cos(\theta)\,\mathbf{u}_r + 0\,\mathbf{u}_\theta$

$\mathbf{E}(r, 3\pi/4) = 0\,\mathbf{u}_r + (KP/r^3)\sin(\theta)\,\mathbf{u}_\theta$

$\mathbf{E}(r, 0) = 2(KP/r^3)\mathbf{u}_r$

$\mathbf{E}(r, \pi/2) = (KP/r^3)\mathbf{u}_\theta$

$\mathbf{E}(r, \pi) = -\,2(KP/r^3)\mathbf{u}_r$

$\mathbf{E}(r, 3\pi/4) = -\,(KP/r^3)\mathbf{u}_\theta$