Module : Modélisation (MMC) Mars 2020
Master 1 de Mathématique Appliquée

Devoir No 1

Excercice 1.
On considère la transformation homogène (extension simple) définie, à l'instant t, par :

$$x_1 = X_1(1+\alpha t), \quad x_2 = X_2, \quad x_3 = X_3, \quad \alpha > 0$$

– 1- Déterminer le tenseur $F(t)$ de la transformation.
– 2- Etudier le transport d'un vecteur δX, d'un volume $\delta V = (V_1, V_2, V_3)$ (cf Fig.1).
– 3- Calculer le tenseur des dilatations $C(t)$.
– 4- Calculer le tenseur de Green-Lagrange $L(t)$.

Excercice 2.
On considère la transformation homogène (glissement simple)

$$x = X + 2\alpha X_2 e_1), \quad \alpha > 0$$

$\mathcal{R} = \{O; e_1, e_, e_3\}$ un repère cartésien de $\mathbb{R}^3$.
– 1- Calculer $F(t)$, $C(t)$, déterminer les dilatations principales .
– 2- Déterminer le tenseur des petites déformations $\varepsilon(t) = (\varepsilon_{ij})$.

Excercice 3.(Grandes déformations d'un cylindre élastique)
On considère un cylindre élastique de rayon R et de lonueur l (cf Fig.2). On exerce des forces pour le déformer et on mesure le déplacement. Dans cette expérience, la déformation $x = \phi(X)$ du solide est décrite par

$$x_1 = X_1 + kX_1X_2, \quad x_2 = X_2 + k(X_1^2 - X_2^2), \quad x_3 = X_3, \quad k > 0$$

– 1- Calculer $C(X)$
– 2- Interpréter les composantes C_{ii} en terme de dilatation de petits vecteurs.
– 3- Interpréter les composantes C_{ij} en terme de variation d'angles
– 4- Calculer la dilatation relative des longueurs dans la direction $u = (1,1,0)$ pour une fibre $\delta X = X' - X$, X' voisin de X, $\delta X = \epsilon u$, $(\epsilon \ll 1)$.

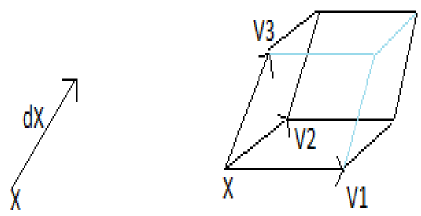

FIG. 1 – paralépipède

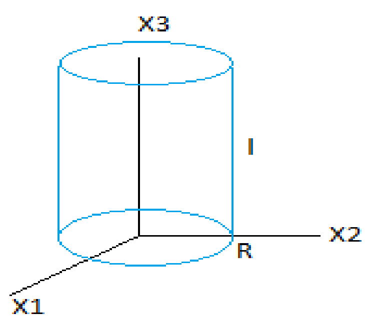

FIG. 2 – cylindre élastique