Exercice n02 : Moteur électrique à flux inducteur constant.

On considère un moteur électrique à flux inducteur constant (soit à courant constant, soit à aimant permanent) dont l'induit est alimenté par une tension $u(t)$ et par un courant $i(t)$ (voir figure 2.1).

On désigne par:

E' la force cém développée par l'induit,

J le moment d'inertie du moteur et de sa charge,

r la résistance de l'induit ,

L la self-inductance de l'induit,

k le coefficient de couple du moteur ou de force contre-électromotrice, tous les couples de frottements sont négligés.

Figure 2.1

1. Écrire les équations différentielles régissant le fonctionnement du moteur puis leurs transformées de Laplace.
2. Déterminer la fonction de transfert du moteur:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\text{rad} / s}{V}$$

On veut asservir la position angulaire $\theta(t)$ de l'arbre moteur. Compte-tenu de la vitesse angulaire, exprimer $\Omega(s)$ en fonction de $\theta(s)$; en déduire la fonction

$$G_p(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{\text{rad}}{V}$$

Mettre $G(s)$ sous la forme :

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + a.s + b}$$

Déterminer les expressions de K , a , b . Calculer les valeurs numériques sachant que l'on donne, pour ce moteur :

$J = 36 \text{ kg.cm}^2$, $r = 0.28 \text{ ohm}$, $L = 80.10^{-6} \text{ H}$, La fcém E' vaut 44 V à 1000 t/mn (attention aux unités).

Solution

1. Equation électrique :

$$\sum \text{tension} = 0 \Rightarrow U(t) = E + U_r + U_L = E + r.i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$E = k\Omega(t)$$

$$C_{em} = k.i(t)$$

Équation mécanique :

$$\sum \text{moments} = J \frac{d\Omega(t)}{dt}$$

$$C_{em} = J \frac{d\Omega(t)}{dt} \Rightarrow k.i(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{J}{k} \times \frac{d\Omega(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$U(t) = k.\Omega(t) + \frac{r.J}{k} \times \frac{d\Omega(t)}{dt} + \frac{L.J}{k} \times \frac{d^2\Omega(t)}{dt^2}$$

2

$$U(s) = k.\Omega(s) + \frac{r.J}{k} \times s \times \Omega(s) + \frac{L.J}{k} \times s^2 \times \Omega(s) \Rightarrow$$

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{1}{\frac{L.J}{k} \times s^2 + \frac{r.J}{k} \times s + k}$$

3.

Comme la vitesse angulaire est la dérivée de l'angle de rotation, donc :

$$\Omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \Rightarrow \Omega(s) = s \times \theta(s)$$

$$4. G_p(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{1}{s} G(s) = \frac{1}{\frac{L.J}{k} \times s^3 + \frac{r.J}{k} \times s^2 + k.s}$$

$$5. G(s) = \frac{K}{s^2 + a.s + b}$$

$$\text{On a } G(s) = \frac{1}{\frac{L.J}{k} \times s^2 + \frac{r.J}{k} \times s + k} \Rightarrow G(s) = \frac{\frac{k}{LJ}}{s^2 + \frac{r}{L} \times s + \frac{1}{LJ}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K = \frac{k}{JL} \\ a = \frac{r}{L} \\ b = \frac{1}{JL} \end{cases}$$

Application Numérique :

$$\Rightarrow \begin{cases} k = \frac{44}{1000 \text{tr/min}} = \frac{44}{1000 \times 2\pi / 60} = 0.423 \text{rad/sec} \\ J = 36 \text{Kg/Cm}^2 = 36 \times 10^{-4} \text{Kg/m}^2 \\ L = 80 \times 10^{-6} \end{cases}$$

$J = 36 \text{ kg.cm}^2$, $r = 0.28 \text{ ohm}$, $L = 80.10^{-6} \text{ H}$, La fcém E' vaut 44 V à 1000 t/mn (attention aux unités).

$$\Rightarrow \begin{cases} K = \frac{k}{JL} = \frac{0.423}{36 \times 10^{-4} \times 80 \times 10^{-6}} = 1.45 \times 10^6 \\ a = \frac{r}{L} = \frac{0.28}{80 \times 10^{-6}} = 3.5 \times 10^3 \\ b = \frac{K^2}{JL} = 3.47 \times 10^6 \end{cases}$$

Exercice 03 :

Soit le système suivant qui représente la température dans un four:

	Valeur max	Valeur min	Valeur nominale
Q_p	30 m ³ /s	10 m ³ /s	20 m ³ /s
T_s	100 °c	20 °c	80 °c

Le procédé étant stabilisé en boucle ouverte à son point de fonctionnement ($Q_p = 20 \text{ m}^3/\text{s}$, $T_s = 80 \text{ °c}$), on effectue un échelon de commande $\Delta Q_p = 10 \%$. On enregistre l'évolution de T_s suite à cet essai :

- Donner les valeurs de K et θ et calculer l'erreur (l'écart) statique.
- Donner un le schéma fonctionnel détaillé du procédé commandé en boucle fermée.
- Quel est le type de capteur qui peut être utilisé et son étendu de mesure ?

Solution

Exercice 04 :

L'intensité transmise par un capteur-transmetteur d'étendue d'échelle (mesure) 4 à 20 mA est égale à 13mA.

- Quelle mesure pour un bac qui contient entre 0 et 0.2 mètre de liquide pour cette intensité.
- Même question pour un bac qui contient entre 1 et 5 mètre de liquide.

➤ Solution

$$\frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{y - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}}$$

$$\frac{x - 0}{0.2 - 0} = \frac{y - 4}{20 - 4} \Rightarrow \frac{x}{0.2} = \frac{y - 4}{16}$$

La mesure en courant de sortie est 13 mA à partir de ce transmetteur de niveau

$$16 \times x = 0.2 \times (y - 4) \Rightarrow x = \frac{0.2}{16} \times (y - 4) = \frac{0.2}{16} \times (13 - 4) = 0.1125 m$$

Dans le deuxième cas le bac (1-5 m)

$$\frac{x - 1}{5 - 1} = \frac{y - 4}{20 - 4} \Rightarrow \frac{x - 1}{4} = \frac{y - 4}{16}$$

$$16 \times (x - 1) = 4 \times (y - 4) \Rightarrow (x - 1) = \frac{4}{16} \times (y - 4) = \frac{1}{4} \times (13 - 4) = 2.25 m \Rightarrow x = 3.25 m$$

Exercice 05:

On mesure la température (25°C) issue d'un capteur-transmetteur d'étendue d'échelle 0 à 100°C.

- Calculer l'intensité transmise par le capteur-transmetteur d'étendue d'échelle 4 à 20 mA.

Solution

$$\frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{y - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}}$$

$$\frac{x - 0}{100 - 0} = \frac{y - 4}{20 - 4} \Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{y - 4}{16}$$

$$16 \times x = 100 \times (y - 4) \Rightarrow \frac{16}{100} \times x = (y - 4) \Rightarrow y = \left(\frac{16}{100} \times x\right) + 4 = \left(\frac{16}{100} \times 25\right) + 4 = 8mA$$

ELM 2020 UBMA