9. Modélisation

Dans toutes les disciplines, l'´etude d'un processus physique/dispositif/mécanisme nécessite d'établir un modèle : pour comprendre et analyser le dispositif, pour pouvoir prédire son comportement, pour utiliser des outils de simulation.

La modélisation permet de décrire, sous forme d'équation, le comportement de chaque élément de la boucle de régulation.

Chaque élément de la boucle peut être modélisé:

- Le procédé ou chaîne directe (système + actionneur)
- Le capteur ou chaîne de retour
- Le correcteur

Chaque élément de la boucle est caractérisé par le **gain** direct:

Gain = écart grandeur de sortie / écart grandeur d'entrée

$$\text{Gain du correcteur} = \frac{u(t)}{\varepsilon(t)}$$

$$\text{Gain du système} = \frac{y(t)}{x(t)}$$

$$\text{Gain du capteur} = \frac{y_m(t)}{y(t)}$$

$$\text{Gain de la boucle fermée} = \frac{y_m(t)}{W(t)}$$

Exemple : le circuit RC Considérons un circuit électronique

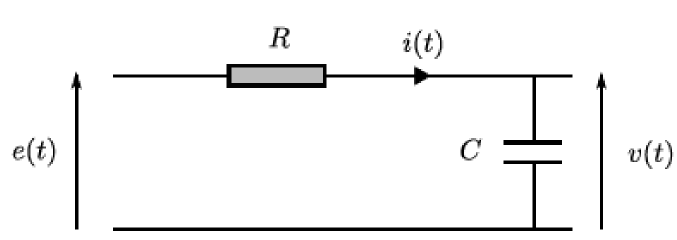
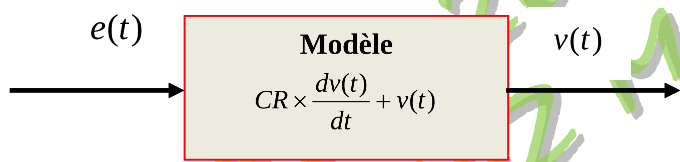


Figure 1.45: le circuit RC.

Appliquons la loi des mailles :

$$e(t) = R \times i(t) + v(t)$$

$$i(t) = C \times \frac{du_c(t)}{dt} = C\frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow e(t) = CR \times \frac{dv(t)}{dt} + v(t)$$



Exemple : structure masse-ressort

Considérons une structure mécanique suivante :

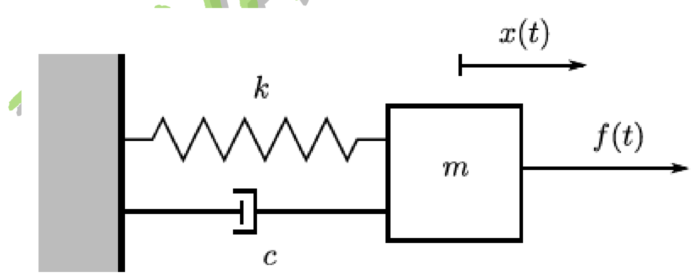
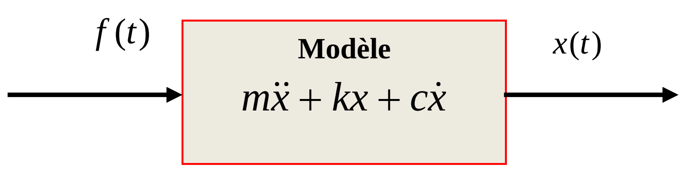


Figure 1.46: structure masse-ressort

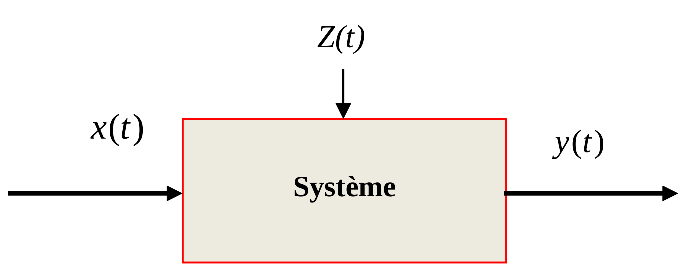
Appliquons le principe fondamental de la dynamique

$$m\ddot{x} = \sum forces = f(t) - kx - c\dot{x}$$

Nous obtenons le modèle : $m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = f(t)$



Approche système L'automaticien adopte une approche générique



10. Identification :

Pour arriver aux objectifs décrits dans le cahier des charges de la régulation d'un système (procédé), il faut analyser les comportements statique et dynamique tout seul, ou instrumenté, c'est-à-dire connaitre sa fonction de transfert. En effet, le réglage du régulateur à mettre en œuvre dépond essentiellement de la nature de cette fonction de transfert. Il est important de déterminer également les fonctions de transfert perturbatrices. Selon leurs influences sur la grandeur à régler, elles pourront être prise en compte lors de l'étude du régulateur principal ou servir à la mise en place de régulateurs spécifiques.

Identifier un système, c'est rechercher à partir d'enregistrements (des réponses), les paramètres qui caractérisent son modèle. Dans cette partie, on présentera les méthodes d'identification les plus simples qui permettent de trouver un modèle de comportement du système sans matériel spécial et sans connaissances théoriques particulières.

10.2. Le choix du modèle

La recherche d'un modèle pour un procédé industriel est nécessaire et doit aboutir à un modèle représentant correctement le comportement du procédé. Cependant le modèle ne doit ni être trop sophistiqué au risque d'être incompatible avec le correcteur disponible, ni être trop simpliste pour ne pas masquer certains aspects néfastes au bon fonctionnement.

10.3. Identification en boucle ouverte (BO)

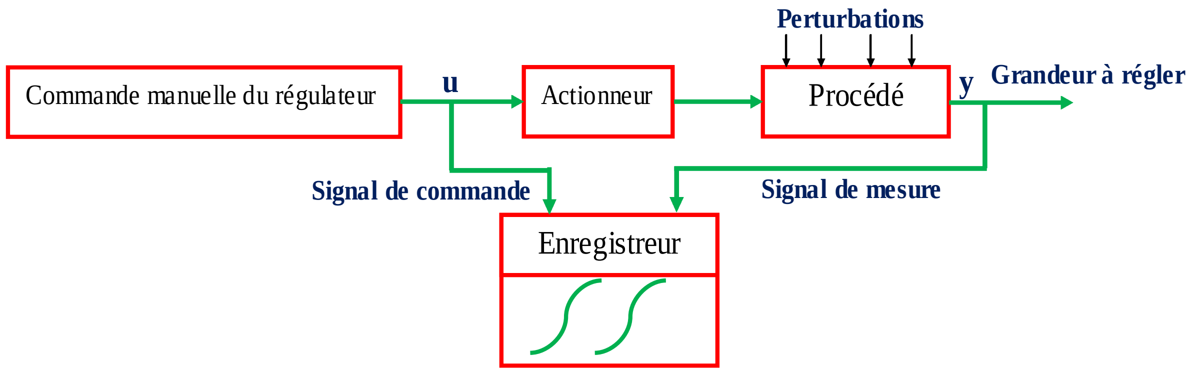


Figure. 1.47: Capture (enregistrement) des données en BO.

Lors d'un tel essai en boucle ouverte (BO) le procédé à identifier n'est plus contrôlé automatiquement. Le régulateur est mis en mode manuel pour pouvoir agir sur le signal de commande. On peut alors produire un signal échelon (un saut) avec différentes valeurs afin d'exciter le système et enregistrer les signaux de commande et de mesure à l'aide de la fonction d'archivage de données qui servent à l'identification du système.

10.2.1. Méthodologie

- Régulateur en manuel $\Rightarrow$ boucle ouverte.
- Régler le degré de réglage manuel ***U*** (signal de commande) au point de fonctionnement, attendre que l'état stationnaire soit atteint.
- Faire un échelon ΔU (commande manuelle) sur le signal de commande. Cet échelon doit être suffisamment grand afin d'obtenir une réponse sur l'enregistrement de la mesure exploitable et suffisamment faible afin de ne pas déranger la production et ne pas dépasser les limites de linéarité du procédé.
- Exploitation des données de l'enregistrement du signal de mesure ***y(t)***.

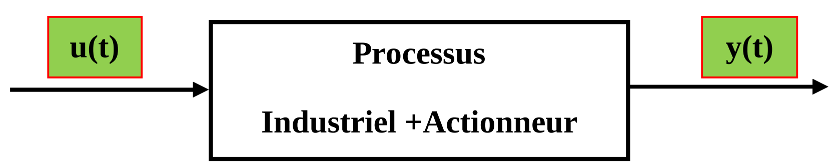


Figure. 1.48 : Système à identifier

10.4. Réponse du système à un échelon unité (réponse indicielle)

Pratiquement, l'essai est très rapide, il suffit de faire passer l'entrée de 0 à une valeur constante pendant un temps (donné) T_f, et d'enregistrer la sortie (réponse) en fonction du temps.

En principe, cette sortie doit être du même type que l'entrée si le système est linéaire, c'est-à-dire qu'au bout d'un certain temps correspondant à la durée du régime transitoire, la sortie doit rester constante. S'il en est autrement, le système n'est pas linéaire. Donc ce test permet de savoir si on est en présence d'un système linéaire ou non.

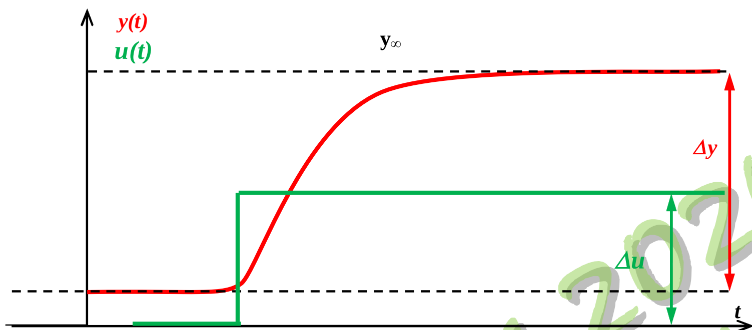


Figure. 1.49: Réponse indicielle en BO.

La figure (1.49), représente la réponse du système à un saut (en vert) et on observe la réponse du système (en rouge). Il se comporte comme un système de dominante du premier ordre, après le passage du régime transitoire la sortie devient constante en régime permanent.

10.4.1. Propriétés d'un système linéaire

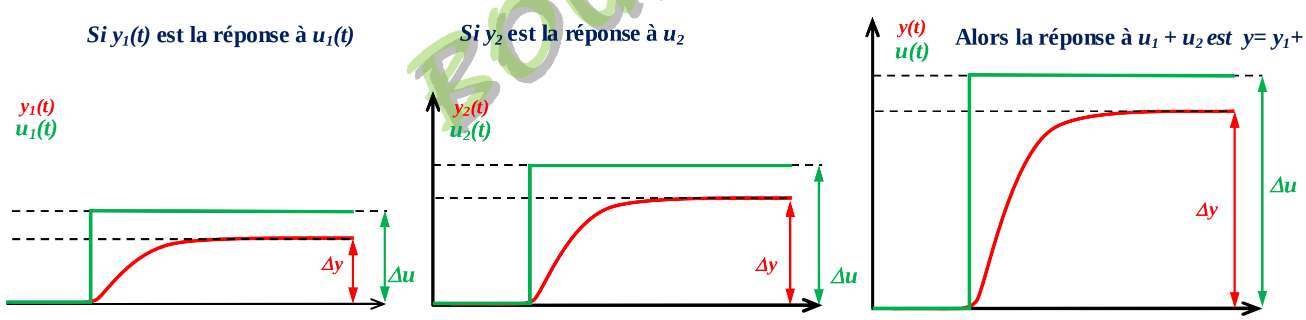


Figure. 1.50: Exemple du principe d'additivité.

10.4.2. Phénomène de saturation

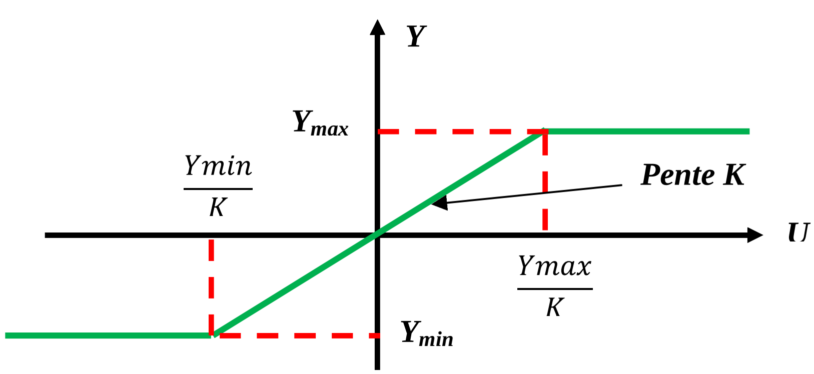


Figure. 1.51: Exemple d'un phénomène de saturation.

La notion de saturation est très familière à beaucoup de phénomènes physiques. Son existence résulte de cette évidence :

> Aucune grandeur physique ne peut tendre vers l'infini (pour des raisons énergétiques). Il existe donc, pour chaque élément d'une chaîne, des signaux d'entrées incompatibles avec le fonctionnement linéaire.

Ces signaux d'entrées donneraient à la sortie une valeur trop grande, impossible à atteindre : le signal réel que l'on recueille alors est plus faible, il y a saturation.

Exemple :

En prend comme exemple l'ouverture d'une vanne de réglage, lorsqu'on excite la vanne (organe de réglage) avec une commande manuelle de 100% le débit atteindre à une valeur notée Y_{max} ; dont on peut la considérer comme la limite de linéarité (saturation), (Y_{max}=100% ; Y_{min}=0%).

10.5. Analyse de la réponse indicielle :

Cette approche consiste à exploiter la réponse à un échelon du système étudié. Deux méthodes seront présentées : la méthode de **Broïda**, la méthode de **Strejc**. Ces deux méthodes s'appliquent au cas des systèmes présentant une réponse apériodique. Il existe d'autres méthodes qui concernent les cas des réponses oscillantes (méthode de deuxième ordre retardé).

10.6. Modèle du premier ordre

Suite à l'envoi d'un échelon sur l'entrée on observe le comportement de la sortie et l'on détermine les diverses modélisation possibles.

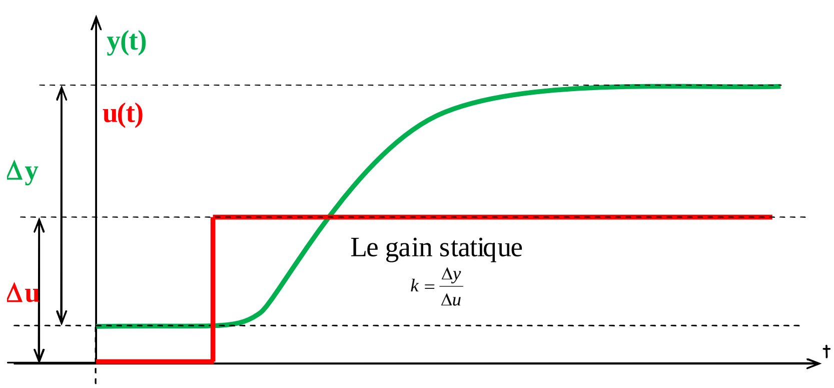


Figure. 1.52: Réponse indicielle système du 1er ordre sorties = ***f*** (entrée).

Lorsque la réponse ne présente ni rebond ni retard, le modèle du premier ordre peut être utilisé.

Modèle simple mais très utilisé tant que le temps mort reste négligeable devant la constante de temps (sans retard pur).

Equation différentielle : $\tau \dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t)$

Fonction de transfert: $G(s) = \dfrac{k}{1+\tau s}$

10.6.1. Détermination du gain statique

Le gain statique est le rapport de la variation de la sortie finale sur la variation d'entrée (échelon) une fois le système est stabilisé.

Détermination du gain statique la constante de temps (τ)

$$\boxed{K = \Delta Y / \Delta U}$$

La constante de temps (τ) est mesurée lorsque le système atteint 63% de la variation totale de la sortie.

$$\Delta Y = Y_\infty - Y_0$$

10.7. Identification d'un système de 2 ^{eme} ordre

Soit la réponse indicielle d'un système de 2eme ordre

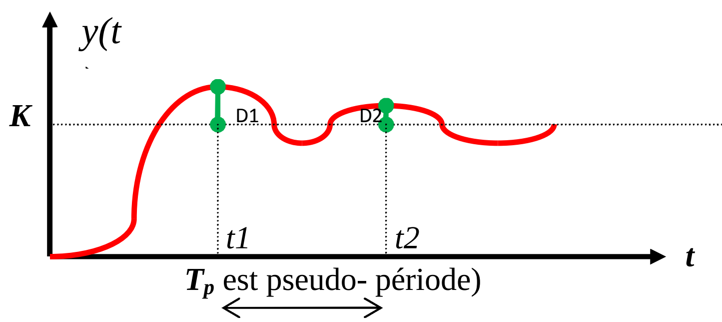


Figure. 1.53: Réponse indicielle système du 2er ordre.

- Soit le système du deuxième ordre représenté par sa forme canonique comme suit :

Equation différentielle : $\dfrac{dy^2(t)}{d^2t} + 2\xi w_n \dfrac{dy(t)}{dt} + w_n^2 y(t) = k w_n^2 u(t)$

Fonction de transfert: $G(s) = \dfrac{k w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} = \dfrac{k}{\dfrac{s^2}{w_n^2} + \dfrac{2\xi s}{w_n} + 1}$

K est le gain statique.

w_n est la pulsation naturelle.

ξ est le coefficient d'amortissement.

L'identification d'un tel type de système, nécessite de déterminer: le coefficient d'amortissement ξ, le gain statique k et la pulsation naturelle w_n

- Tracer la réponse indicielle.

  La réponse indicielle est donnée par :

$$y(t = k\left[1 - e^{\xi w_n t}\left(\cos wt + \frac{\xi w_n}{w}\sin wt\right)\right]$$

$$w = \frac{2\pi}{T_p}$$

La figure suivante représente la réponse indicielle d'un système avec différentes valeur s du coefficient d'amortissement.

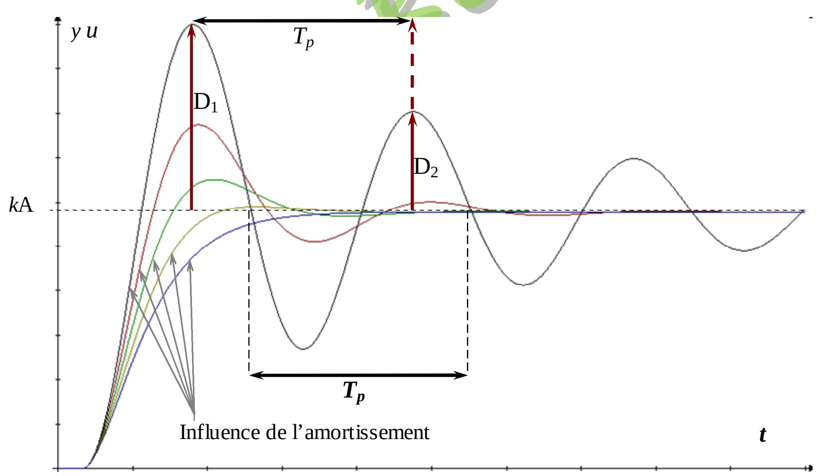


Figure. 1.54: Réponse indicielle système du 2er ordre.

- Gain statique:

$$\boxed{K = \Delta\ Y / \Delta U}$$

- Déterminer le premier dépassement et déduire ξ

$$D_1\% = \frac{y(t_{D_1}) - y(\infty)}{y(\infty) - y(0)}$$

$$D_1\% = e^{\frac{-\pi.\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \qquad \frac{D_2}{D_1} = e^{-\frac{2\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

- Mesurer le pseudo période T_p et déduire w_n par la formule suivante :

$T_p = \frac{2.\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ $\qquad$ $w_n = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}$

10.8. Méthode de Broïda pour un système naturellement stable :

10.8.1. Modèle de Broïda

Lorsque la réponse ne présente pas de rebond (une large classe de systèmes industriels à la particularité de présenter une réponse indicielle apériodique (sans oscillation)) mais qu'il existe un retard entre l'échelon et la réponse du système. Ce type de système peut être modélisé à l'aide d'un modèle du premier ordre comportant un retard pur (modèle de Broïda) de la forme :

$$\boxed{G(s) = \frac{Ke^{-Ts}}{1+\tau s}}$$

Ou ***K*** représente le gain statique du système, ***T*** le retard pur et ***τ*** la constante de temps.

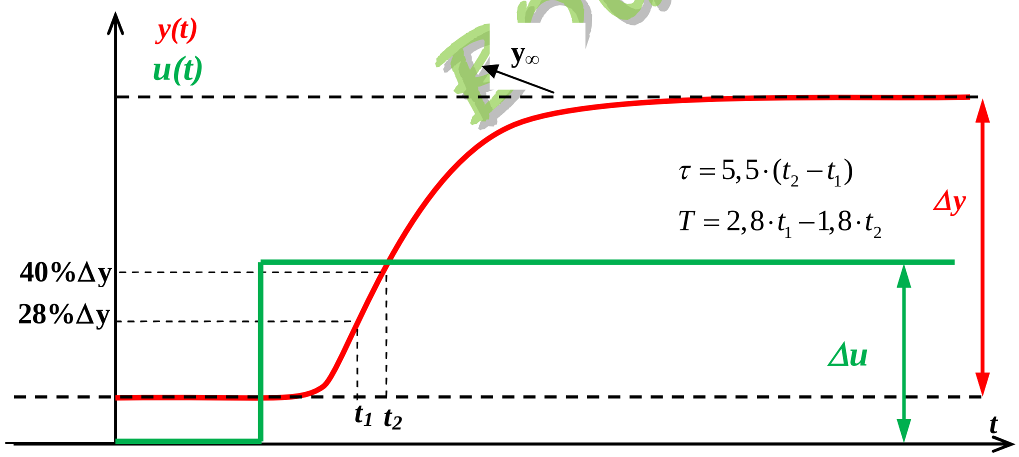


Figure. 1.55: Figure : Détermination des **paramètres** du modèle de Broïda.

Les paramètres du modèle de Broïda sont obtenus à partir des relations suivantes:

- Gain statique *:* $K = \Delta Y/\Delta U$
- Constante de temps : $\tau = 5.5*(t_2 - t_1)$
- Retard ou temps mort : $T = 2.8* t_1 -$

10.9. Méthode de Strejc:

Le système est modélisé à l'aide d'un modèle à constante de temps multiple comportant un retard pur de la forme :

$$\boxed{H(s) = \frac{Ke^{-Ts}}{(1+\tau s)^n}}$$

Où :

- ***K*** représente le gain statique du système.

- ***T est*** le retard pur.
- ***τ*** est la constante de temps.
- ***n*** le dégréé (ordre) du modèle. Ces différents paramètres sont obtenus à partir de la réponse à un **échelon** du système et à l'aide du tableau suivant de **Strejc** tous deux représentés à la figure suivante :

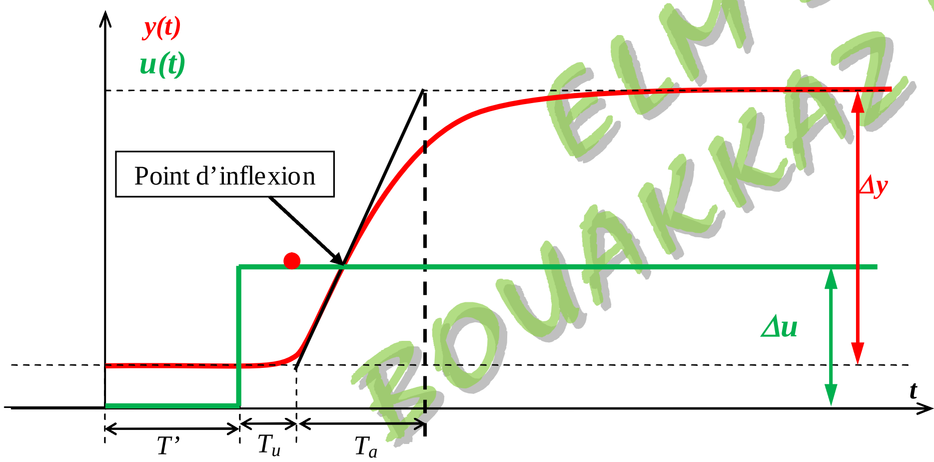


Figure. 1.56 : Détermination des paramètres du modèle de Strejc.

Le modèle de ***Strjec*** avec retard pure *T* =0

$$\boxed{\frac{K}{(1+\tau\, p)^n}}$$

Le gain statique est toujours :

$$\boxed{K = \Delta Y/\Delta U}$$

- Le quotient T_u/T_a donne la valeur de l'ordre ***n*** entier à l'aide du tableau ci-dessous, si le rapport ***Tu/Ta*** correspond à une valeur exacte du tableau donc on élimine le coefficient du retard et on écrit la fonction de transfert d'ordre ***n***.
- La détermination de ***τ*** se fait à partir de T_a.

Lorsque la valeur du quotient T_u/T_a ne correspond pas à une valeur exacte du tableau, ce qui signifie l'existence d'un temps mort (retard), il faut prendre l'ordre ***n*** immédiatement inferieur, on réduit une autre valeur de T_u, notée T'_u, pour obtenir un quotient T'_u/T_a qui coïncide dans le tableau a un ordre ***n*** entier, la valeur de T_a n'est pas changée, le retard ***T*** introduit est alors: $\boxed{T = Tu - T'u}$

10.10. Tableau : Paramètres du modèle de Strejc.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{T_u}{T_a}$	0.104	0.218	0.319	0.410	0.493	0.570	0.642	0.709	0.773
$\frac{Ta}{\tau}$	2.718	3.695	4.463	5.119	5.699	6.226	6.711	7.164	7.590