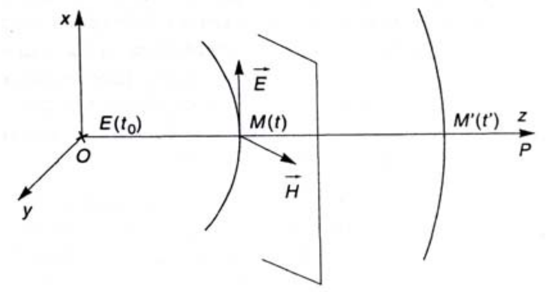
Chapitre IV : Théorie de la propagation des ondes électromagnétiques

IV.1. Concepts fondamentaux

- **Phénomène de propagation**

Considérons un émetteur E ; son élément rayonnant est constitué par une antenne qui envoie dans l'espace une onde électromagnétique (O.E.M) Cette O.E.M., qui est composée d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{H}$, gagne de proche en proche tout le milieu ambiant.

Intéressons-nous à la propagation suivant une direction $\overrightarrow{OP}$. L'espace étant rapporté à un trièdre *Oxyz*, nous avons toujours le droit de prendre *Oz* de même direction et de même sens que *OP ;* par conséquent, les axes *Ox* et *Oy* sont perpendiculaires à la direction de propagation.



Propagation d'une O.E.M. selon une direction $\overrightarrow{OP}$

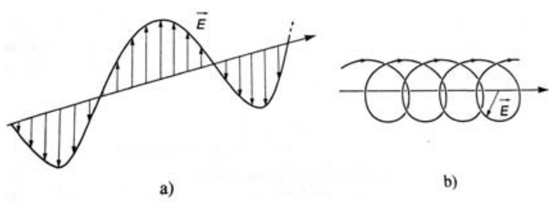
Une onde émise à l'instant t_0 est en *M* à l'instant *t* et en *M'* à l'instant *t'*. C'est ce phénomène qui constitue la propagation de l'onde considérée.

- **Surface d'onde**

Les surfaces d'ondes d'un émetteur donné sont des surfaces équiphases mais non équiamplitudes. Notons qu'on peut déterminer les surfaces équiamplitudes d'un émetteur mais qu'elles ne sont certainement pas des surfaces équiphases.

- **Caractère vectoriel du rayonnement. Polarisation de l'onde**

Quand le vecteur représentatif du champ $\vec{E}$ garde toujours la même orientation en tous points d'une même direction de propagation, on dit que l'O.E.M. est polarisée rectilignement. Le plan défini par la direction de propagation considérée et le champ $\vec{E}$ est appelé le plan de polarisation de l'onde. Ce cas particulier est, en fait, très important car grand nombre d'émetteurs rayonnent des ondes polarisées rectilignement.



Champ électrique instantané d'une O.E.M.
a) polarisation rectiligne. b) polarisation circulaire.

Lorsque le vecteur représentatif du champ $\vec{E}$ tourne en cours de propagation et que sa projection sur un plan perpendiculaire à la direction de propagation voit son extrémité décrire une ellipse (cercle), on dit qu'il s'agit d'une onde polarisée elliptiquement (circulairement). C'est un cas de polarisation que l'on rencontre assez fréquemment pour les télécommunications spatiales ou pour le radar, en ondes métriques et inférieures.

- **Onde plane**

Dans le cas où la distance du point d'observation à l'antenne est suffisamment grande pour que l'on puisse confondre localement la surface d'onde sphérique avec son plan tangent, on peut considérer que l'on a une surface d'one plane, perpendiculaire à *Oz* et parallèle à *xoy*. D'où le concept d'onde plane et le terme de plan d'onde pour désigner ce plan tangent à la surface d'onde.

IV.2. Equations et paramètres de propagation

- **Cas particulier d'un diélectrique sans pertes**

Dans un milieu diélectrique parfait où il n'y a ni charges, ni courants, les équations de Maxwell se simplifient et s'écrivent, en valeurs instantanées complexes :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

$$div\vec{E} = 0 \quad (3)$$

$$div\vec{H} = 0 \quad (4)$$

Pour établir l'équation de propagation de $\vec{E}$, nous pouvons écrire successivement :

$$\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\mu \frac{\partial(\overrightarrow{rot}\vec{H})}{\partial t} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{grad}(div\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (6)$$

d'où :

$$\Delta\vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

De la même manière, on obtiendrait une équation de propagation identique pour le champ magnétique :

$$\Delta\vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

- L'étude de ces équations de propagation montre que l'onde se propage avec une vitesse : $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. Dans l'air ou dans le vide : $v = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3.10^8$ m/s .

Ecrivons : $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ et $\mu = \mu_0\mu_r$, sachant que $\mu_r = 1$, sauf dans les milieux ionisés et les milieux magnétiques.

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c}{n} \quad (9)$$

n est l'indice de réfraction du milieu, ε_r est sa permittivité électrique relative ou constante diélectrique.

- En régime sinusoïdal et en orientant l'axe des z selon la direction de propagation, la solution de l'équation de propagation (7) est de la forme :

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_m \, e^{j\omega(t-\frac{z}{v})} = \vec{E}_m \, e^{j(\omega t - kz)} \quad (10)$$

avec : $k = \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$. De même manière, on démontre que :

$$\vec{H}(z,t) = \vec{H}_m \, e^{j(\omega t - kz)} \quad (11)$$

Avec : $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \zeta$ est l'impédance d'onde du milieu.

- **Cas général d'un milieu à pertes**

L'étude de la propagation dans un milieu à pertes utilise le même formalisme que pour le cas sans pertes, à condition de remplacer la permittivité ε par la permittivité complexe.

$$\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon_r^{'} + j\varepsilon_r^{''}) \quad (12)$$

La solution de l'équation de propagation s'écrit :

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_m \, e^{j\omega t} \, e^{-\gamma z} \quad (13)$$

Elle est obtenue en remplaçant dans (10) : $jk = j\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ par : $\gamma = j\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu}\sqrt{\varepsilon_r^{'} + j\varepsilon_r^{''}}$

γ est le paramètre de propagation que l'on exprime sous la forme : $\gamma = \alpha + j\beta$ **.**

- La partie réelle α, qui correspond à un affaiblissement de propagation de l'onde en $exp(-\alpha z)$ est le paramètre d'atténuation ou d'affaiblissement ;
- La partie imaginaire β, qui intervient que dans le terme de phase en $\exp j(\omega t - \beta z)$, est appelée le paramètre de phase.

IV.3. Influence de la terre et de l'atmosphère sur la propagation des ondes hertziennes

Entre un émetteur et un récepteur situés à la surface de la Terre, les ondes peuvent se propager de trois façons :

- à la surface de la Terre (onde de sol) ;
- dans la basse atmosphère (onde directe) ;
- par réflexion sur l'ionosphère (onde d'espace).

Pour les ondes hertziennes (ondes métriques et centimétriques) seul le second type de propagation est possible. Pour l'étudier, il faudra tenir compte des caractéristiques électriques du sol et de la basse atmosphère. En effet la basse atmosphère produit des phénomènes de réfraction et d'atténuation sur la propagation des ondes, tandis que l'influence du sol peut se manifester par des phénomènes de réflexion et de diffraction.

Lorsque l'émetteur et le récepteur sont situés l'un à la surface de la Terre et l'autre à bord d'un satellite, il faut tenir compte de l'influence de toutes les couches de l'atmosphère et de l'ionosphère qui sont traversées.

IV.4. Bilan des liaisons de télécommunications et de radar

Nous expliquons comment il est possible de déterminer la puissance reçue sur une liaison de télécommunications terrestre ou spatiale ainsi que sur une liaison radar. Pour cela, on fait appel à des notions telles que le gain, la surface équivalente à une antenne et la surface équivalente radar. Elles nous permettront d'établir les équations des télécommunications et du radar.
L'intérêt de cette étude réside surtout dans la possibilité de traiter, grâce à ces équations, des cas concrets de bilans de liaisons. C'est pourquoi nous étudierons à titre d'exemple :

- une liaison Terre-sonde spatiale ;
- une liaison hertzienne terrestre avec relais ;
- une liaison radar.

IV.4.1. Equation des télécommunications pour une liaison en espace libre

Soit un système de télécommunications constitué à l'émission par une antenne de gain G_e, alimentée par une puissance P_e et à la réception par une antenne de gain G_r, située à une distance R de l'antenne d'émission.

La densité de puissance rayonnée à la distance R est :

$$p_r = \frac{P_e G_e}{4\pi R^2} \tag{14}$$

La puissance reçue est :

$$P_r = p_r.\mathrm{S}_e = \frac{P_e G_e}{4\pi R^2}.\frac{G_r \lambda^2}{4\pi} \tag{15}$$

Avec S_e surface équivalente de l'antenne. Pour une antenne utilisée à l'émission ou à la réception il y a une relation entre le gain G et la surface équivalente S_e qui caractérisent respectivement son fonctionnement à l'émission et la réception, on a :

$$G = 4\pi \frac{\mathrm{S}_e}{\lambda^2} \rightarrow \mathrm{S}_e = G\frac{\lambda^2}{4\pi} \tag{16}$$

Dans le cas particulier du paraboloïde pour lequel $\mathrm{S} = \pi \mathrm{D}^2 / 4$ et $\mathrm{S}_e = \mathrm{S}.f_e$ (f_e appelé facteur de gain):

$$G = \left(\frac{\pi D}{\lambda}\right)^2 f_g \tag{17}$$

L'équation des télécommunications est :

$$P_r = P_e G_e G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \tag{18}$$

On peut en déduire l'affaiblissement de la liaison :

$$\alpha_l = \frac{P_r}{P_e} = G_e G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \tag{19}$$

et l'affaiblissement de propagation :

$$\alpha_p = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \tag{20}$$

L'expression de l'affaiblissement en décibels s'écrit :

$$\alpha_l(\mathrm{dB}) = G_e(\mathrm{dB}) + G_r(\mathrm{dB}) + 10\log\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \;;\; \alpha_p(\mathrm{dB}) = 10\log\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 = 20\log\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right) \tag{21}$$

Etude d'une liaison Terre-sonde spatiale

La sonde spatiale Voyager 2 se trouvait au mois d'août 1993 à 6 milliards de kilomètres de la Terre. La puissance de son émetteur était de 20W et de gain de son antenne paraboloïdale était de 48dB. La fréquence utilisée par cette sonde est 8,4GHz.

a) Calculer la densité de puissance rayonnée au niveau de la Terre.
b) Calculer la puissance transmise au récepteur si le gain de l'antenne paraboloïdale (Cassegrain) de réception située sur terre est de 70dB.
c) Déterminer en décibels les affaiblissements de propagation et de la liaison.
d) Calculer le diamètre du paraboloïdale situé sur la sonde spatiale, sachant que son facteur de gain $f_g = 0,6$.

Bilan de cette liaison

a) La densité de puissance rayonnée au niveau de la Terre est : $p_r = \dfrac{P_e G_e}{4\pi R^2}$

avec : $P_e = 20W$; $G_e = 10^{4,8} = 63096$; $R = 6.10^{12}\,\mathrm{m}$, d'où : $p_r = 2,8.10^{-21}\,\mathrm{W/m^2}$

b) La puissance transmise au récepteur est : $P_r = p_r.\mathrm{S}_e = p_r.\dfrac{G_r\lambda^2}{4\pi}$

avec : $G_r = 10^7$; $\lambda = 3,57.10^{-2}\,\mathrm{m}$; d'où : $\mathrm{S}_e = G\dfrac{\lambda^2}{4\pi} = 1015\mathrm{m}^2$ et $P_r = 2,84.10^{-18}\,\mathrm{W}$

c) L'affaiblissement de propagation est donné par : $\alpha_p(\text{dB}) = 20\log\dfrac{\lambda}{4\pi R} = -306{,}5\text{dB}$

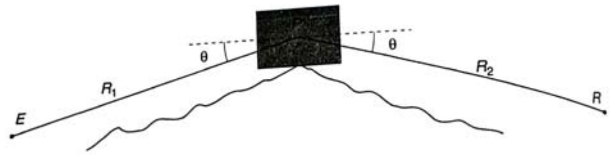
L'affaiblissement de la liaison est : $\alpha_l(\text{dB}) = \alpha_p(\text{dB}) + G_e(\text{dB}) + G_r(\text{dB}) = -188{,}5\text{dB}$

d) Le diamètre du paraboloïde situé sur la sonde se calcule d'après :

$$G_e = \left(\frac{\pi D}{\lambda}\right)^2 f_g \rightarrow D = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{G_e}{f_g}} \quad \text{, d'où} \quad D = 3{,}685\text{m}$$

IV.4.2. Equation des télécommunications pour une liaison avec relais passif

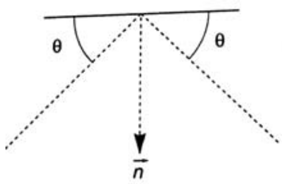
Lorsqu'en raison de la présence d'un obstacle naturel, les antennes d'émissions et de réception ne sont pas en vue directe, il est possible d'utiliser un réflecteur passif situé en vue directe de chacune d'elles.



Liaison de télécommunication E-R avec réflecteur passif en P.

Si ce réflecteur, de surface géométrique S, fait un angle θ avec la direction d'arrivée des ondes, il se comporte :

- à la réception, comme une antenne de surface équivalente de réception : $S_R = S\sin\theta$.
- à l'émission, comme une antenne de gain :



Projection horizontale

$$G_R = 4\pi S_R / \lambda^2 \tag{22}$$

Etablissant l'équation des télécommunications faisant le bilan de cette liaison. Soient R_1 et R_2 les distances EP et PR .

- Densité de puissance rayonnée par l'émetteur à la distance R_2 :

$$p_1 = \frac{P_e G_e}{4\pi R_1^2} \tag{23}$$

- Puissance interceptée par le réflecteur passif :

$$P_1 = p_1 S_R = \frac{P_e G_e}{4\pi R_1^2} S_R = P_e G_e G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1}\right)^2 \tag{24}$$

- Densité de puissance rayonnée par le passif à la distance R_2 :

$$p_r = \frac{P_1 G_R}{4\pi R_2^2} = P_e G_e G_R^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1}\right)^2 \frac{1}{4\pi R_2^2} \tag{25}$$

- Puissance captée par le récepteur :

$$P_r = p_r S_r = P_e G_e G_R^2 G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi R_2}\right)^2 \tag{26}$$

L'affaiblissement de la liaison peut donc s'écrire :

$$\alpha = \frac{P_r}{P_e} = \left[G_e G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi R_1} \right)^2 \right] \left[G_r G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi R_2} \right)^2 \right] \tag{27}$$

- Le premier terme représente l'affaiblissement α_1 dû à la liaison EP :

$$\alpha_1(\text{dB}) = G_e(\text{dB}) + G_R(\text{dB}) + 20\log\frac{\lambda}{4\pi R_1} \tag{28}$$

- Le second terme représente l'affaiblissement α_2 dû à la liaison PR :

$$\alpha_2(\text{dB}) = G_r(\text{dB}) + G_R(\text{dB}) + 20\log\frac{\lambda}{4\pi R_2} \tag{29}$$

L'affaiblissement totale de la liaison est évidemment : $\alpha(\text{dB}) = \alpha_1(\text{dB}) + \alpha_2(\text{dB})$

Pour une liaison sur la même distance ($R_1 + R_2$), mais sans réflecteur passif auxiliaire, l'affaiblissement aurait été :

$$\alpha' = \frac{P_r'}{P_e} = G_e G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi(R_1 + R_2)} \right)^2 \tag{30}$$

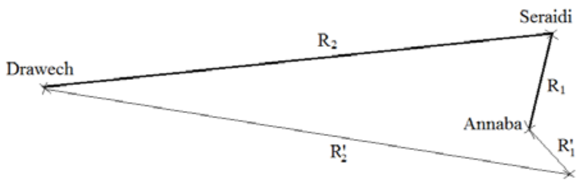
L'affaiblissement supplémentaire dû à l'interposition du passif est donc :

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \left(\frac{P_r}{P_e} \right) \left(\frac{P_e}{P_r'} \right) = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right)^2 \left(\frac{S_R}{\lambda} \right)^2 \tag{31}$$

α' étant pris comme référence, nous voyons que α / α' est minimal si $R_1 = R_2$ puisque $R_1 + R_2 = \text{cte}$. Il faudra donc éviter de mettre le passif à mi-distance de l'émetteur et du récepteur. En pratique, on essaiera de le placer à faible distance de l'un ou de l'autre.

Etude d'une liaison hertzienne avec relais

Les Télécommunications veulent établir une liaison hertzienne à $f = 7500\text{MHz}$ entre Annaba et centrale électrique de Drawech. La liaison directe entre ces deux villes n'est pas possible en raison d'obstacle naturels. Deux types de liaisons sont étudiés.



Les deux types de liaisons Annaba/Drawech

A) Une liaison avec un relais actif au somment de Seraidi , situé à $R_1 = 9{,}6\text{km}$ de Annaba et à $R_2 = 46{,}5\text{km}$ de Drawech. Ce relais utilise deux antennes paraboloïdales fonctionnant en émission et en réception.

B) Une liaison avec un relais passif constitué par un réflecteur plan en un point haut situé à $R_1' = 2\text{km}$ de Annaba et à $R_2' = 40\text{km}$ de Drawech.

A) Etude de la liaison avec un relais actif

Les puissances d'émission sont : $P_e = 125\text{mW} = 21\text{dBm}$. Les gains des paraboloïdes utilisés pour le premier bond (Annaba/Seraidi) seront notés G_1. Les gains des paraboloïdes utilisés pour le second bond (Seraidi/Drawech) seront notés G_2 **.**

a) Etablir la relation donnant les puissances reçues :

- Pour le premier bond en fonction de P_e, G_1, R_1 et λ ;
- Pour le second bond en fonction de P_e, G_2, R_2 et λ .

b) La puissance reçue doit être de -60dBm et l'on doit tenir compte, pour chacun de ces bonds, de pertes supplémentaires (dans les guides et les circuits) de 10dB. Calculer :

- Le gain de paraboloïdes G_1 et G_2 ;
- Leur diamètres D_1 et D_2 dans l'hypothèse où le facteur de gain $f_g = 0,6$.

Bilan de cette liaison

a) La puissance reçue pour le bond *i* (*i*=1 ou 2) se calcule d'après l'équation des télécommunication (18), compte tenu de ce que : $G_e = G_r = G_i$ et $R = R_i$. Nous avons donc :

$$P_r = P_e\left(\frac{G_i\lambda}{4\pi R_i}\right)^2$$

b) S'il y a des pertes supplémentaires représentées par un facteur d'atténuation A inférieur à 1, nous aurons : $\dfrac{P_r}{P_e} = \left(\dfrac{G_i\lambda}{4\pi R_i}\right)^2 A$.

- Le gain des paraboloïdes est donné par : $G_i = 4\pi\dfrac{R_i}{\lambda}\sqrt{\dfrac{P_r}{AP_e}}$.

Pour le premier bond : $R_1 = 9600\text{m}$; $\lambda = 0,04\text{m}$; $P_r = 10^{-9}\,\text{W}$; $P_e = 0,125\text{W}$; $A = 0,1$;

d'où : $G_1 = 850 \rightarrow G_1 = 29,3\text{dB}$.

Pour le second bond : même valeurs, sauf $R_2 = 46500\text{m}$,

d'où : $G_2 = G_1\dfrac{R_2}{R_1} = 4117 \rightarrow G_2 = 36,15\text{dB}$

- D'après la relation (18), le diamètre d'un paraboloïde est donné par : $D_i = \dfrac{\lambda}{\pi}\sqrt{\dfrac{G_i}{f_g}}$

Donc : $G_1 = 850 \rightarrow D_1 = 48\text{cm}$; $G_2 = 4117 \rightarrow D_2 = 105,5\text{cm}$

B) Etude de la liaison avec un relais passif

La puissance d'émission est $P_e = 125\text{mW} = 21\text{dBm}$. Soit $G = 40\text{dB}$, le gain des antennes d'émission et de réception. Le réflecteur passif a une surface $S = 50\text{m}^2$ et il fait un angle $\theta = 60°$ avec les directions de Annaba et Drawech.

a) Etablir la relation donnant la puissance reçue P_r en fonction de P_e, G, $R_1^{'}$, $R_2^{'}$, λ, S et θ.

b) Calculer cette puissance reçue en tenant compte de ce que les pertes supplémentaires (dans les guides et les circuits) sont de 10dB.

c) Cette deuxième solution vous paraît-elle plus ou moins économique que la première ?

Bilan de cette liaison

a) Nous pouvons considérer qu'il y a liaisons :

- Une liaison sur la distance $R_1^{'}$ avec antennes de gains G et $4\pi S\sin\theta/\lambda^2$, pour laquelle :

$$\frac{P_r}{P_e} = G\frac{4\pi S\sin\theta}{(4\pi R_1^{'})^2}$$

- Une liaison sur la distance $R_2^{'}$ avec antennes de gains G et $4\pi S\sin\theta/\lambda^2$, pour laquelle :

$$\frac{P_r^{'}}{P_e^{'}} = G\frac{4\pi S\sin\theta}{(4\pi R_2^{'})^2}$$

Nous pouvons calculer : $\frac{P_r^{'}}{P_e} = \frac{P_r^{'}}{P_e^{'}}\frac{P_e^{'}}{P_e} = \frac{P_r^{'}}{P_e^{'}}\frac{P_r}{P_e}$ d'où : $\frac{P_r^{'}}{P_e} = \left(\frac{GS\sin\theta}{4\pi R_1^{'}R_2^{'}}\right)^2$

b) En tenant compte des pertes supplémentaires représentées par un facteur d'atténuation A inférieur à 1, nous aurons :

$$P_r^{'} = P_e\left(\frac{GS\sin\theta}{4\pi R_1^{'}R_2^{'}}\right)^2 A \quad , \quad \text{d'où : } P_r^{'}(\text{dBm}) = P_e(\text{dBm}) + 2G(\text{dB}) + 20\log\frac{S\sin\theta}{4\pi R_1^{'}R_2^{'}} + A(\text{dB})$$

$$\frac{S\sin\theta}{4\pi R_1^{'}R_2^{'}} = \frac{50.0,866}{12,56.80}.10^{-6} = 4,31.10^{-8} \ ;$$

donc : $P_r^{'} = 21\text{dBm} + 80\text{dB} + 12,7\text{dB} - 160\text{dB} - 10\text{dB} = -9\text{dB} - 77.3\text{dB} = -86.3\text{dB} = -56,3\text{dBm}$

c) Cette seconde solution est plus intéressante que la première puisqu'au prix d'un investissement légèrement plus grand pour les antennes d'émission et de réception, elle permet de faire l'économie d'un relais actif et la puissance reçue est un peu plus élevée.

IV.4.2. Etude des liaisons radar

- **Equation du radar**

Soit un système radar constitué d'une antenne d'émission de gain G_e et d'une antenne de réception de gain G_r. Si les antennes d'émission et de réception sont distinctes, on dit qu'il s'agit d'un radar bistatique ; au contraire, si ces antennes sont confondues, il s'agit d'un radar monostatique (et alors $G_e = G_r$).

Considérons une cible (avion, fusée ou autre objet) produisant un écho radar, situé à des distances R_1 et R_2 respectivement des antennes d'émission et de réception. La densité de puissance incidente rayonnée au niveau de la cible est :

$$p_i = \frac{P_e G_e}{4\pi R_1^2} \tag{32}$$

Pour calculer la puissance qui est rayonnée par cette cible au niveau de l'antenne de réception du radar, nous allons supposer que la cible se comporte comme une surface σ qui capte une puissance $P_i = p_i\sigma$ et la re-rayonne de manière omnidirectionnelle dans l'espace : on l'appelle « surface équivalente radar » (S.E.R) et en anglais « radar cross section » (R.C.S).

Dans ces conditions, la densité de puissance rayonnée au niveau de l'antenne radar est :

$$p_r = \frac{P_e G_e}{4\pi R_1^2} \cdot \frac{\sigma}{4\pi R_2^2} \tag{33}$$

Soit S_r la surface équivalente à l'antenne de réception ; la puissance reçue est donc : $P_r = p_r S_r$, soit :

$$P_r = \frac{P_e G_e}{4\pi R_1^2} \cdot \frac{\sigma}{4\pi R_2^2} \frac{G_r \lambda^2}{4\pi} \tag{34}$$

D'où l'équation radar :

$$P_r = P_e (G_e G_r) \frac{\sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R_1^2 R_2^2} \tag{35}$$

Dans le cas où la même antenne sert à l'émission et à la réception : $G_e = G_r = G$; $R_1 = R_2 = R$. L'équation du radar s'écrit alors :

$$P_r = P_e G^2 \frac{\sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} \tag{36}$$

La puissance étant renvoyée par la cible vers le radar dans la même direction que l'onde incidente, on parle alors de puissance rétrodiffusée.

- **Surface équivalente radar**

Il est possible de procéder à l'étalonnage de la S.E.R. d'une cible d'après la relation :

$$\sigma = \frac{P_r}{P_e G^2} \frac{(4\pi)^3 R^4}{\lambda^2} \tag{37}$$

Voici, les valeurs moyennes de σ pour les principaux types d'avions :

- petit avion à réaction : $0{,}5\text{m}^2$ à 2m^2 ;
- avion moyen : 2m^2 à 10m^2 ;

- avion de transport léger : 10m^2 à 20m^2 ;
- moyen courrier : 30m^2 à 50m^2 ;
- avion intercontinental : 50m^2 à 100m^2.

Il existe aussi des méthodes théoriques qui permettent de calculer la S.E.R. d'une cible. En effet , d'après les relations (32) et (33)appliquées au cas où $R_1 = R_2 = R$, nous avons :

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{P_r}{P_i} \tag{38}$$

Comme : $P_r = \dfrac{E_r^2}{240\pi}$ et $P_i = \dfrac{E_i^2}{240\pi}$

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{E_r^2}{E_i^2} \tag{39}$$

E_i est le champ incident sur la cible ; E_r est le champ rétrodiffusé au niveau du radar à la distance R.

Le calcul de σ impose que les ondes incidente sur la cible et rétrodiffusée au niveau du radar soient des ondes sphériques, ce qui n'est vrai, en toute rigueur, que si $R \to \infty$. C'est pourquoi on écrit :

$$\sigma = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{E_r^2}{E_i^2} \tag{40}$$

En pratique, il suffit de prendre $R > 2D^2 / \lambda$, où D est la plus grande dimension de l'antenne ou de la cible, et l'on calcule σ d'après la relation (40).

- **Bilan d'une liaison radar**

Un radar à impulsions émet une puissance crête $P_e = 1\text{MW}=10^6\text{W}$ à une fréquence de 3GHz. Son antenne a un gain de 40dB. Un avion de S.E.R. $\sigma = 10\text{m}^2$ se trouve à une distance de 100km. Déterminer successivement

a) La densité de puissance rayonnée au niveau de l'avion ;
b) La puissance totale re-rayonnée par l'avion ;
c) La densité de puissance rétrodiffusée au niveau du radar ;
d) La puissance captée par l'antenne du radar.

Les réponses à ces questions sont les suivantes :

a) $p_1 = \dfrac{P_e G_e}{4\pi R^2} = \dfrac{10^6 10^4}{4\pi.10^{10}} = 79{,}58\text{mW/m}^2$

b) $P_2 = p_1 \sigma = 795{,}8\text{mW}$

c) $p_3 = \dfrac{P_2}{4\pi R^2} = \dfrac{p_1\sigma}{4\pi R^2} = \dfrac{79{,}58.10^{-3}.10}{4\pi.10^{10}} = 6{,}33.10^{-12}\,\text{W/m}^2$

d) $P_4 = p_3 \dfrac{G\lambda^2}{4\pi} = 6{,}33.10^{-12}\dfrac{10^4.10^{-2}}{4\pi}$=0,5.$10^{-10}$W .

Travaux dirigés

Exercice 1 : Une sonde spatiale se trouve à 1 milliards de kilomètres de la Terre. La puissance de son émetteur est $P_e = 100\text{W}$ et de gain de son antenne d'émission est $G_e = 50\text{dB}$. La fréquence utilisée par cette sonde est $f = 10\text{GHz}$.

a) Calculer la densité de puissance rayonnée au niveau de la Terre.
b) Calculer la puissance transmise au récepteur si le gain de l'antenne de réception est de $G_r = 70\text{dB}$.
c) Calculer les diamètres des antennes d'émission et de réception sachant que leurs facteurs de gain valent respectivement 0,8 et 0,3.

Solution

a) La densité de puissance rayonnée au niveau de la Terre est : $p_r = \dfrac{P_e G_e}{4\pi R^2}$

avec : $P_e = 100\text{W}$; $G_e = 10^5$; $R = 10^{12}\text{m}$, d'où : $p_r = \dfrac{100.10^5}{4\pi.10^{24}} = 0,796.10^{-18}\,\text{w/m}^2$

b) La puissance transmise au récepteur est : $P_r = p_r.\text{S}_e = p_r.\dfrac{G_r\lambda^2}{4\pi}$

avec : $G_r = 10^7$; $\lambda = \dfrac{3.10^8}{10.10^9}$=3cm ; d'où : $\text{S}_e = G\dfrac{\lambda^2}{4\pi} = \dfrac{10^7.9.10^{-4}}{4\pi} = 716,2\text{m}^2$

et $P_r = p_r.\text{S}_e = 0,796.10^{-18}.716,2 = 5,70.10^{-16}\,\text{W}$

c) Diamètre des antennes d'émission et de réception sachant que leurs facteurs de gain valent respectivement 0,8 et 0,3.

Le diamètre du parabole se calcule d'après : $G = \left(\dfrac{\pi D}{\lambda}\right)^2 f_g \rightarrow D = \dfrac{\lambda}{\pi}\sqrt{\dfrac{G}{f_g}}$, d'où

$$D_e = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{G_e}{f_{ge}}} = \frac{3.10^{-2}}{\pi}\sqrt{\frac{10^5}{0.8}} = \frac{15}{\pi}\sqrt{\frac{1}{2}} = 3.37\text{m}$$

$$D_r = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{G_r}{f_{gr}}} = \frac{3.10^{-2}}{\pi}\sqrt{\frac{10^7}{0.3}} = \frac{300}{\pi}\sqrt{\frac{1}{3}} = 55.13\text{ m}$$