

FLEXION COMPOSÉE

À l'Etat Limite de Service

I. SECTION ENTIÈREMENT TENDUE

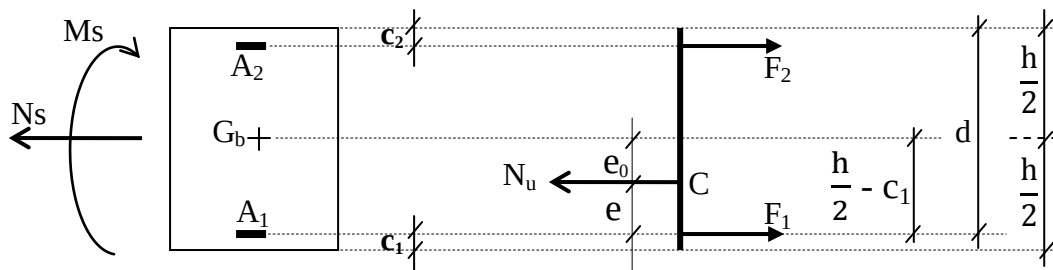
I.1 Définition

Une section est entièrement tendue si les deux conditions suivantes sont simultanément vérifiées:

1. N_s est un effort de traction
2. Le centre de pression "C" est à l'intérieur de la section (N_s appliqué entre les armatures).

$$e_0 = \frac{M_s}{N_s} \leq \frac{h}{2} - c_1$$

$$e = \frac{h}{2} - c_1 - e_0$$



I.2 Contraintes

La contrainte résultant dans les armatures tendues A1 est: $\sigma_1 = \frac{N_s}{A_1} * \left[1 - \frac{e}{(d - c_2)}\right]$

La contrainte résultant dans les armatures tendues A1 est: $\sigma_2 = \frac{N_s * e}{A_2 * (d - c_2)}$

On vérifie que σ_1 et σ_2 sont inférieures à la contrainte admissible ($\sigma_1 \leq \bar{\sigma}_s$ et $\sigma_2 \leq \bar{\sigma}_s$).

Si σ_1 et (ou) σ_2 ne sont pas vérifiées, on calcule la ou les sections d'armatures nécessaire(s) à l'ELS.

$$A_1 = \frac{N_s}{\sigma_s} * \left[1 - \frac{e}{(d - c_2)}\right]$$

$$A_2 = \frac{N_s * e}{\sigma_s * (d - c_2)}$$

Si $e_0 = \frac{M_s}{N_s} > \frac{h}{2} - c_1$, alors la section est partiellement comprimée.

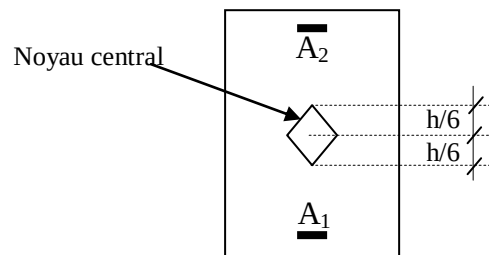
II. SECTION ENTIÈREMENT COMPRIMÉE

II.1 Définition

Une section est entièrement comprimée, si les deux conditions suivantes sont simultanément vérifiées:

1. N_s est un effort de compression
2. Le centre de pression "C" est à l'intérieur du noyau central. C'est à dire:

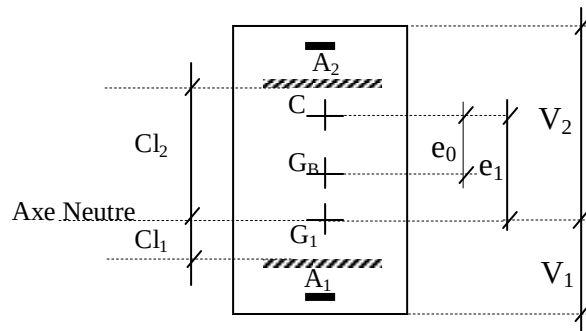
A/ Pour une section à armatures symétriques ($A_1=A_2$): $e_0 = \frac{M_s}{N_s} \leq \frac{h}{6}$



Si $e_0 = \frac{M_s}{N_s} > \frac{h}{6}$, alors la section est Partiellement comprimée.

B/ Pour une section à armatures dissymétriques ($A_1 \neq A_2$)

Si $e_0 = \frac{M_s}{N_s} \leq \frac{h}{2}$, alors on procède de la manière suivante:



B1 : Section de béton armé homogénéisée $B1 = b \cdot h + 15 \cdot (A1 + A2)$

G1 : Centre de la section homogénéisée

$$V2 = \frac{1}{B1} \cdot \left[\frac{bh^2}{2} + 15 \cdot (A2 \cdot c2 + A1 \cdot d) \right]$$

$$V1 = h - V2$$

I1 = moment d'inertie de la section de béton armé par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section homogénéisée.

$$I1 = \frac{bh^3}{12} + bh \cdot \left(V2 - \frac{h}{2} \right)^2 + 15A2(V2 - c2)^2 + 15A1(d - V2)^2$$

Si $e_0 = \frac{M_s}{N_s} > \frac{h}{2}$, alors la section est partiellement comprimée.

Noyau Central

Les limites du noyau central dans ce cas, c'est à dire ses ordonnées par rapport au centre de gravité G1, sont données par:

$$Cl_1 = \frac{I_1}{B_1 * V_2} \quad \text{et} \quad Cl_2 = \frac{I_1}{B_1 * V_1}$$

On calcule $e_0 = \frac{M_s}{N_s}$ et $e_1 = e_0 + V_2 - \frac{h}{2}$

Si $e_1 \leq Cl_2 \implies$ la section est entièrement comprimée.

Si $e_1 > Cl_2 \implies$ la section est partiellement comprimée.

II.2 Contraintes

$$\sigma_{bc} = \frac{N_s}{B_1} + \left[\frac{N_s * e_1 * V_2}{I_1} \right]$$

$$\sigma_{s1} = 15 * \left[\frac{N_s}{B_1} - \frac{N_s * e_1 * (d - V_2)}{I_1} \right]$$

$$\sigma_{s2} = 15 * \left[\frac{N_s}{B_1} + \frac{N_s * e_1 * (V_2 - c_2)}{I_1} \right]$$

III SECTION PARTIELLEMENT COMPRIMEE

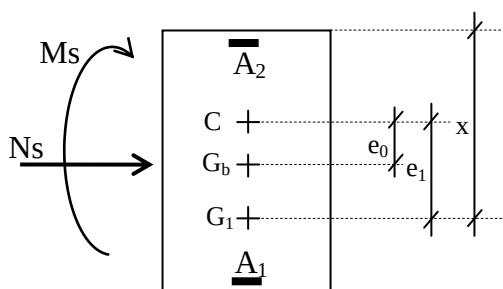
III.1 Définition

Si une section n'est ni entièrement tendue, ni entièrement comprimée, elle est donc, partiellement comprimée.

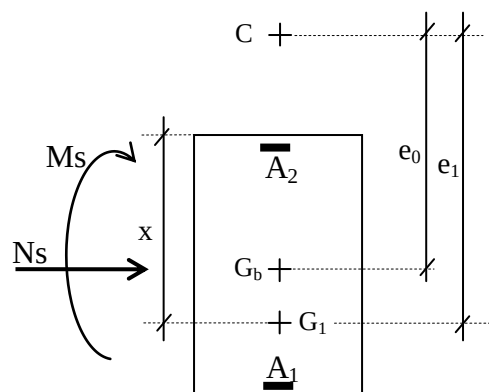
III.1.1 Notations et signes

A/ N_s effort de compression : on distingue 2 cas, a et b

Cas a: $e_1 > 0$

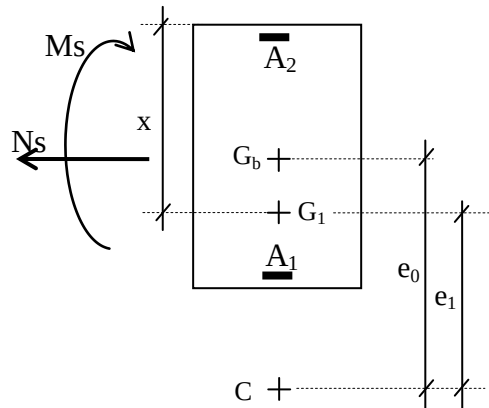


Cas b: $e_1 > 0$



B/ Ns effort de traction :

cas c: $e_1 < 0$



III.2 Calcul des paramètres p et q

Ns effort de compression:

$$p = -3 \left(e_0 - \frac{h}{2} \right)^2 + 90 \frac{A_2}{b} \left(e_0 - \frac{h}{2} + c_2 \right) + 90 \frac{A_1}{b} \left(e_0 - \frac{h}{2} + d \right)$$

$$q = 2 \left(e_0 - \frac{h}{2} \right)^3 - 90 \frac{A_2}{b} \left(e_0 - \frac{h}{2} + c_2 \right)^2 - 90 \frac{A_1}{b} \left(e_0 - \frac{h}{2} + d \right)^2$$

Ns effort de traction:

$$p' = -3 \left(e_0 + \frac{h}{2} \right)^2 - 90 \frac{A_2}{b} \left(e_0 + \frac{h}{2} - c_2 \right) - 90 \frac{A_1}{b} \left(e_0 + \frac{h}{2} - d \right)$$

$$q' = -2 \left(e_0 + \frac{h}{2} \right)^3 - 90 \frac{A_2}{b} \left(e_0 + \frac{h}{2} - c_2 \right)^2 - 90 \frac{A_1}{b} \left(e_0 + \frac{h}{2} - d \right)^2$$

III.3 Hauteur de la zone comprimée (position de l'axe neutre x)

Ns effort de compression

$$x = e_1 + \frac{h}{2} - e_0 \text{ avec } (0 < x < h)$$

Ns effort de traction

$$x = e_1 + \frac{h}{2} - e_0 \text{ (} e_1 \text{ est remplacé avec son signe (-))}$$

III.4 Détermination de e_1

e_1 est déterminé par la résolution de l'équation du 3^{ème} degré: $e_1^3 + p e_1 + q = 0$

$$\text{On calcule } \Delta = \frac{4 \cdot p^3}{27} + q^2$$

1^{er} cas: $\Delta \geq 0 \implies$ l'équation n'admet qu'une seule racine (solution) e_1 telle que

$$e_1 > 0 \text{ si } q < 0$$

$$e_1 < 0 \text{ si } q > 0$$

On calcule les paramètres $t = 0.5 \sqrt{\Delta - q}$; $Z = \sqrt[3]{t}$ ensuite $e_1 = z - \frac{p}{3 \cdot z}$

2^{ème} cas: $\Delta < 0 \implies$ l'équation admet trois racines (3 solutions) réelles que nous pourrions déterminer en utilisant la méthode approchée suivante:

On calcule: $1/\cos\Phi = \frac{3 \cdot q}{2 \cdot p} \sqrt{-3/p}$ d'où l'angle Φ en degrés

$$2/a = 2 \sqrt{-p/3}$$

$$3/ \text{ Première racine: } e_1 = a \cos(\Phi/3)$$

$$\text{Deuxième racine: } e_1 = a \cos(\Phi/3 + 120^\circ)$$

$$\text{Troisième racine: } e_1 = a \cos(\Phi/3 + 240^\circ)$$

Nous retiendrons celle qui a une valeur conforme avec l'un des schémas a, b ou c

Si N_s est un effort de compression, on retient e_1 qui conduit à :

$$x = e_1 + \frac{h}{2} - e_0 \text{ tel que } (0 < x < h)$$

Si N_s est un effort de traction, on retient la solution qui correspond au signe d' e_1 recherché (-)

III.4 Contraintes

Calcul du moment statique S_1 :

$$S_1 = \frac{b \cdot x^2}{2} + 15A_2(x - c_2) - 15A_1(d - x)$$

$$\text{On détermine } K = \frac{N_s}{S_1}$$

$$\sigma_{bc} = K \cdot x \leq 0.6 f_{c28}$$

$$\sigma_{s1} = 15 \cdot K \cdot (d - x) \leq \overline{\sigma_s} \text{ (la valeur de } \overline{\sigma_s} \text{ est déterminée selon la fissuration)}$$

$$\sigma_{s2} = 15 \cdot K \cdot (x - c_2) \leq \overline{\sigma_s}$$