

## INTRODUCTION

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ces symboles qui interviennent dans tous les détails de notre vie quotidienne, comment en est-on arrivé là ?????!!!!!!

Pas si simple ! ... et pour répondre à cette question, nous allons devoir voyager de la Mésopotamie (actuelle Irak) à l'Afrique du Nord en passant par l'Égypte, l'Inde et la Grèce.

Une petite légende autour du mot "calcul" (qui vient de « calculus », en latin, caillou), nous raconte que le berger déposait dans un panier autant de cailloux que de moutons quittaient la bergerie. En rentrant des prés, le berger sortait les cailloux du panier afin de vérifier le compte de moutons.

C'est ce qu'on appelle la **correspondance terme à terme**. Elle consiste à associer à chaque élément de l'ensemble à compter (ici les moutons), des éléments d'une autre variété (cailloux, doigts, ...). Elle est la base de tout système de numération et permet en particulier de comparer la taille des ensembles. L'évolution de nos chiffres s'étale sur plusieurs millénaires.

## I. SYSTÈME DE NUMÉRATION

**I. 1. Définition :** La numération est la manière de rendre sensible la notion abstraite de nombre et d'en conserver la mémoire.

Un système de numérotation est un ensemble de règles d'utilisation des signes, des mots ou des gestes permettant d'écrire, d'énoncer ou de représenter les nombres, ces derniers étant nés, sous leur forme écrite, en même temps que l'écriture,

Un système de numération décrit la façon avec laquelle les nombres sont représentés, un système de numération est défini par :

- ✓ **Un alphabet  $A$**  : ensemble de symboles ou chiffres,
- ✓ **Des règles d'écritures des nombres** : Juxtaposition de symboles

**I.2. Classification des numérations** : Chaque civilisation avait son système de numération plus ou moins performant dans sa propre base. On distingue deux principes de système de numérotation

- **Le principe additif** : la valeur d'un nombre est égale à la somme des symboles qui le composent. Un nombre est formé par la juxtaposition de symboles répétés autant de fois qu'il le faut. Pour noter le chiffre 9 par exemple, les égyptiens répètent neuf fois le symbole de l'unité. On voit vite les limites de ce procédé quand il s'agit de représenter des grands nombres mais surtout d'effectuer des calculs.
- **Le principe de position** : semble en être le meilleur principe et constitue une avancée capitale dans l'histoire de l'écriture des nombres. L'idée ingénieuse est que la valeur du symbole varie en fonction de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre. Dans 553, par exemple, le "5 de gauche" occupe la place des centaines et vaut 10 fois plus que le "5 du centre" occupant la place des dizaines. Ce sont pourtant les mêmes symboles !

## II. EXEMPLES DE SYSTÈME DE NUMÉROTATION

### II.1 Numération babylonienne (1800 av.J.C.)

La numération mésopotamienne (3500 av.J.C.) est un système de numération en base soixante utilisé en Mésopotamie dès le III<sup>e</sup> millénaire av. J.-C.

Ce système suit le principe additif et sa base est sexagésimale (base 60). Les origines de la base 60 se cachent également sur nos mains : il s'agit d'une combinaison entre les 5 doigts de la main gauche et les phalanges des quatre doigts de la main droite, le pouce servant à compter les phalanges, soit 12 au total. Et  $5 \times 12 = 60$  !

Chaque nombre est décomposé en une somme de multiples de 1, de 60 et de  $60 \times 60 (=3600)$ .

Pour noter les nombres, les Mésopotamiens utilisaient 59 « chiffres » !



Ces « chiffres » étaient obtenus en répétant les deux symboles (1) et (10) autant que nécessaire.

L'astronomie a préservé ce système que l'on retrouve aujourd'hui au travers des unités de temps (1h = 60min = 3600s) et des mesures d'angles (un tour entier = 360°). Par exemple, 75 en base 10 s'écrit 1,15 en base 60. En effet, 75 min = 1h15min.

1	┐	2	┐┐	3	┐┐┐	4	┐┐┐┐	5	┐┐┐┐┐
6	┐┐┐┐┐	7	┐┐┐┐┐┐	8	┐┐┐┐┐┐┐	9	┐┐┐┐┐┐┐┐	10	┐┐┐┐┐┐┐┐┐
11	┐┐┐┐┐┐	12	┐┐┐┐┐┐┐	13	┐┐┐┐┐┐┐┐	14	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	15	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
16	┐┐┐┐┐┐┐	17	┐┐┐┐┐┐┐┐	18	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	19	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	20	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐
21		22		23		24		25	
26		27		28	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	29		30	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐

Pour représenter les nombres supérieurs à 60, la numération obéit à un principe de position à base 60 : une soixantaine s'écrit 1 (en deuxième position)

60	┐	61	┐┐	62	┐┐┐	63	┐┐┐┐	64	┐┐┐┐┐
65	┐┐┐┐┐	66	┐┐┐┐┐┐	67	┐┐┐┐┐┐┐	68	┐┐┐┐┐┐┐┐	69	┐┐┐┐┐┐┐┐┐
70	┐┐┐┐┐┐	71	┐┐┐┐┐┐┐	72	┐┐┐┐┐┐┐┐	73	┐┐┐┐┐┐┐┐┐	74	┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐

**Exemples**

<i>Présentations</i>	<i>Nombres associés</i>
┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	<i>(85=1x 60+ 25) L'écriture juxtapose donc les chiffres 1 et 25</i>
┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐┐	<i>(113=1x 60+ 53) L'écriture juxtapose donc les chiffres 1 et 53</i>



	<p>(<math>945 = 15 \times 60 + 45</math>) <i>L'écriture juxtapose donc les chiffres 15 et 45</i></p>
--	--

## II.2 Numération égyptienne

Les Égyptiens de l'Antiquité utilisaient un système de numération décimal (3000 av.J.C), mais dans lequel zéro n'existait pas. Chaque ordre de grandeur (unités, dizaines, centaines, etc.) possédait un signe répété le nombre de fois nécessaire.

Les égyptiens utilisaient un système de numération (reposant sur le principe additif) moins performant que celui des mésopotamiens mais connaissent déjà l'écriture décimale. Ils peuvent représenter les nombres jusqu'au million.

Chaque signe possède une valeur qui correspond à l'une des 6 premières puissances de 10. L'unité est une barre verticale ; la dizaine est une anse de panier ; la centaine est une corde enroulée ; le millier est une fleur de lotus ; la dizaine de mille est un doigt dressé ; la centaine de mille est un têtard et le million est un pharaon.

Nombres	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Symboles		∩	⊙	☐		☐	☐

### Exemples

∩	⊙ ⊙ ⊙ ∩ ∩	☐ ⊙ ⊙	☐ ⊙ ⊙	☐ ∩ ∩ ∩
11	322	1201	100 200	1 000 030

## II.3 Numération romaine

La numération romaine est un système de numération utilisé par les Romains de l'Antiquité. À partir de seulement sept lettres ou chiffres romains, il est possible écrire les nombres entiers de 1 à 4999. Simples « abréviations destinées à notifier et à retenir les nombres », elles ne permettaient pas à leurs utilisateurs de faire des calculs

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	XI	XII	XX	XXX	XL	L	LX	
10	11	12	20	30	40	50	60	
LXX	LXXX	XC	C	D	M			
70	80	90	100	500	1000			

- Lorsqu'un symbole est placé à la droite d'un symbole plus fort que lui, sa valeur s'ajoute : CCLXXI → 271
- Lorsqu'un symbole est placé à la gauche d'un symbole plus fort que lui, on retranche sa valeur : CCXLIII → 243
- On ne place jamais 4 symboles identique à la suite : 9 s'écrit IX et non VIII
- Le plus grand nombre exprimable est : 3999 ( MMMCMXCIX )
- Système inadapté au calcul

## II.4 Numération chinoise

La numération chinoise sert à écrire des nombres en chinois. Elle est constituée de caractères chinois et remonte donc à la naissance de l'écriture chinoise, au III<sup>e</sup> millénaire avant J.-C. C'est une numération se rapprochant d'un système positionnel à base 10, où les principes de position et d'addition sont utilisés. Ce système suit le principe additif dans la base 10. Les symboles sont



composés de bâtonnets en alternant les rangs par des barres verticales ou horizontales pour éviter la confusion.

Chiffres Des Unités Ou Des Centaines								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
					┐	┑	┑┑	┑┑┑

  

Chiffres Des Dizaines Ou Des Unités De Mille								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	==	===	====	=====	┐	┑	┑┑	┑┑┑

*Exemples*

<i>Symboles</i>	==	┑┑	===	┑┑	===	┐	┑	┐	┑	===
<i>Nombres</i>	21	747	4566	6641						

**II.5 le système décimal**

On attribue au mathématicien Simon Stevin la formulation de l'arithmétique décimale en 1585. Dans cette arithmétique, le système de numérotation est composé de 10 chiffres (d'où le nom décimal).

Ces chiffres sont représentés, dans la plupart des pays, par les symboles arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

Dans le système décimal, les nombres sont représentés par des chiffres de 0 à 9, disposés de part et d'autre de la virgule radicale. Cette dernière est alors appelée virgule décimale, ceci en référence à la base 10.

Les chiffres à gauche de la virgule décimale forment la partie entière du nombre alors que ceux de la partie de droite constituent la partie fractionnelle.

La position de chaque chiffre détermine son poids relatif selon qu'il appartient à la portion entière ou fractionnelle du nombre.

### **II.6 le système binaire**

C'est un système de numération utilisant la base 2. On nomme couramment bit (de l'anglais binary digit, soit « chiffre binaire ») les chiffres de la numération binaire positionnelle. Ceux-ci ne peuvent prendre que deux valeurs ( le 0 et le 1 ).

### **II.7 Le système octal**

Le système de numération **octal** est le système de numération de base 8, et utilise les chiffres de 0 à 7, La numération octale peut être construite à partir de la numération binaire en groupant les chiffres consécutifs en triplets (à partir de la droite)

### **II.8 Le système hexadécimale**

C'est un système de numération positionnel en base 16. Il utilise ainsi 16 symboles, les dix premiers chiffres ( 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) et les lettres *A* à *F* pour les six suivants :