

Examen
durée 1 heure

Questions de cours (10pts)

- 1- Soit $x = \phi(X, t)$ un mouvement par rapport à un repère orthonormé $\mathcal{R} = \{O, e_1, e_2, e_3\}$. Soit $B = B(X, t)$ une grandeur physique attachée à $X \in \Omega_0$, décrire B à l'aide de la variable d'Euler. Rappeler la dérivée particulaire $\frac{dB}{dt}$.
- 2- $D(t)$ un domaine transporté par le mouvement $x = \phi(X, t)$. Considérons l'intégrale d'un champ scalaire $c(x, t)$

$$\mathcal{C}(t) = \iiint_{D(t)} c(x, t) dx$$

Montrer la formule (théorème de transport)

$$\frac{d\mathcal{C}}{dt}(t) = \iiint_{D(t)} \left[\frac{dc}{dt}(x, t) + c(x, t) \text{Div}(V(x, t)) \right] dx$$

où $\frac{dc}{dt}$ est la dérivée particulaire de $c(x, t)$ et $V(x, t)$ le champ de vitesse Eulerien.

Exercice : (10 pts)

On considère la transformation homogène (glissement simple)

$$x = X + 2\alpha t X_2 e_1, \quad \alpha > 0$$

$\mathcal{R} = \{O; e_1, e_2, e_3\}$ un repère cartésien de $\mathbb{R}^3$.

- 1- Calculer les tenseurs $F(t)$, $C(t)$ et le tenseur des petites déformation $\varepsilon(t) = (\varepsilon_{ij})$ lorsque $\alpha t \ll 1$.
- 2- Chercher la représentation Lagrangienne puis Eulerienne du champ de vitesse V .
- 3- Déterminer la matrice du tenseur $D(x, t) = (D_{ij})$ taux de déformation. Interpréter les éléments diagonaux D_{ii} , $i = 1, 2, 3$.