

Université Badji Mokhtar Annaba

Année scolaire 2016/2017

Tronc Commun: Mathématiques et Informatique

Module :Introduction aux Probabilité et Statistique descriptive

Examen de rattrapage

**Exercice 01 (8pts):** Dans une ferme, à une date déterminée, on a pesé les oeufs qui ont été produits (les masses des oeufs sont exprimées en grammes) :

Masse de l'oeuf	[28, 34[	[34, 40[	[40, 45[	[45, 51[	[51, 56[	[56, 62[
Nombre d'oeufs	3	12	35	50	65	5

- 1) Déterminer la population, le caractère étudié et donner sa nature.
- 2) Représenter graphiquement la série.
- 3) Calculer la moyenne arithmétique et l'écart-type par changement de variable.
- 4) Déterminer la classe modale et le mode, la médiane et les deux quartiles  $q_1, q_3$ .

**Exercice 02(3pts):** Soient  $A$  et  $B$  deux événements tels que  $P(A)=1/5$  et  $P(A \cup B)=1/2$

1. Supposons que  $A$  et  $B$  soient incompatibles. Calculer  $P(B)$ ,
2. Supposons que  $A$  et  $B$  soient indépendants. Calculer  $P(B)$ ,
3. Calculer  $P(B)$  en supposant que l'événement  $A$  ne peut être réalisé que si l'événement  $B$  est réalisé.

**Exercice 03 (5pts):** D'une urne contenant 6 boules rouges, 4 noires et 5 bleues, on tire 2 boules simultanément.

- a) Quelle est la probabilité de tirer une rouge et une noire ?
- b) Quelle est la probabilité de tirer deux boules de même couleur ?
- c) Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes?

**Exercice 04(4pts):** Une partie des accidents scolaires est due à des accidents de laboratoires. 25%des étudiants ne lisent pas les notices de mise en garde qui accompagnent les produits qu'ils manipulent. Parmi ceux qui lisent, 10% ont tout de même des accidents par manque de précaution.

Quelle est, pour un étudiant qui ne lit pas la notice, la probabilité d'avoir un accident si la probabilité qu'un accidenté n'ait pas lu la notice est 0.75?

# Corrigé de l'examen de R cettepage 2017.

Exo 1:

- La Population : des œufs d'une ferme.
- Le Caractère : Les masses (poids) - des œufs.
- La Nature : quantitatif continu.

(0,5)  
(0,25)  
(0,25)

Classes	$n_i$	$n_i'$	$x_i$ (centr.)	$y_i$	$n_i x_i$	$n_i y_i^2$	$n_i x_i^3$
28-34	3	$\frac{3}{6} = 0,5$	31	-3,75	-11,25	42,187	3
34-40	12	$\frac{12}{6} = 2$	37	-2,75	-33	80,75	15
40-45	35	$\frac{35}{5} = 7$	42,5	-1,83	-64,05	117,211	50
45-51	50	$\frac{50}{6} = 8,33$	48	-0,91	-45,5	41,405	100
51-56	65	$\frac{65}{5} = 13$	53,5	0	0	0	165
56-62	5	$\frac{5}{6} = 0,83$	59	0,91	4,55	4,140	150
<b>Total</b>	<b>170</b>				<b>-149,25</b>	<b>295,393</b>	

(1,4)

1) Moyenne et écart type par changement de variable.

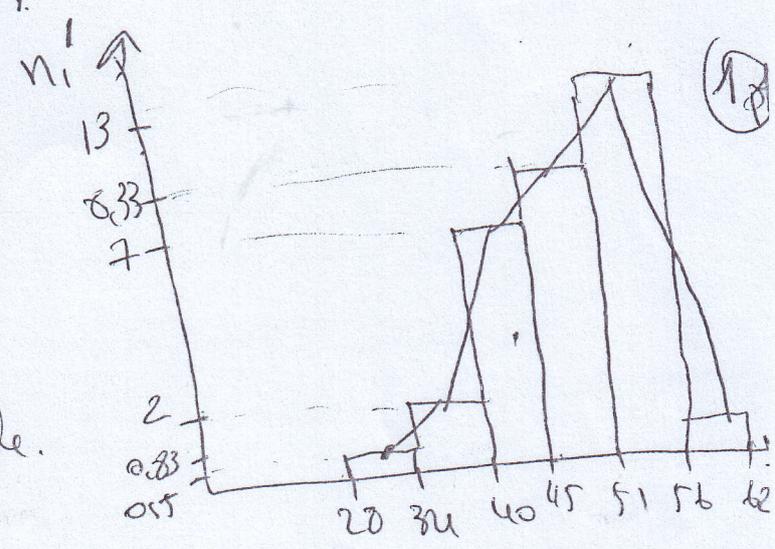
soons  $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$

$\alpha$  : le centre de la classe modale.  
 $\beta$  : l'amplitude

on prend  $\alpha = 53,5$ ,  $\beta = 6$

$y_i = \frac{1}{n} \sum n_i y_i = \frac{1}{170} (-149,25) = -0,877 \Rightarrow \bar{x} = \beta \bar{y} + \alpha$

$\bar{x} = 48,238$



(1,4)

(0,5) (0,95)

(0,25)

(1)

$$\sigma(y) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum m_j^2 - \bar{y}^2} = \sqrt{0,968 - 0,983^2} \leftarrow (0,25)$$

$$\Rightarrow \sigma(x) = \sigma(y) = 6 \times 0,983 = 5,988 \leftarrow (0,25)$$

1) La classe modale  $[54, 56[$  (la classe qui a le plus grand effectif rectifié  $n_i'$  ( $n_{max}' = 13$ )). (0,5)

Mode:  $\Pi_0 = n_i + \Delta x_i \frac{d_1}{d_1 + d_2}$  (0,25)

$$d_1 = n_i' - n_{i-1}' = 13 - 8,33 = 4,67 \quad (0,25)$$

$$d_2 = n_i' - n_{i+1}' = 13 - 0,83 = 12,17 \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \Pi_0 = 54 + 5 \cdot \frac{4,67}{4,67 + 12,17} = 52,385 \text{ g.} \quad (0,25)$$

La médiane:  $\frac{n}{2} = \frac{170}{2} = 85 \Rightarrow m \in [45, 54[$  (0,25)

$$m = n_i + \Delta x_i \frac{\frac{n}{2} - n_{i-1}^{c\uparrow}}{n_i^{c\uparrow} - n_{i-1}^{c\uparrow}} = 45 + 6 \frac{85 - 50}{100 - 50} = 49,2 \text{ g.} \quad (0,25)$$

$q_1$ :?  $\frac{n}{4} = 42,5 \Rightarrow q_1 \in [40, 45[$  (0,25)

$$q_1 = n_i + \Delta x_i \frac{\frac{n}{4} - n_{i-1}^{c\uparrow}}{n_i^{c\uparrow} - n_{i-1}^{c\uparrow}} = 40 + 5 \frac{42,5 - 15}{50 - 15} = 43,928 \text{ g.} \quad (0,25)$$

$q_3$ :?  $\frac{3n}{4} = 127,5 \Rightarrow q_3 \in [54, 56[$  (0,25)

$$q_3 = n_i + \Delta x_i \frac{\frac{3n}{4} - n_{i-1}^{c\uparrow}}{n_i^{c\uparrow} - n_{i-1}^{c\uparrow}} = 54 + 5 \frac{127,5 - 100}{165 - 100} = 53,115 \text{ g.} \quad (0,25)$$

Ex 2 :

$$\text{On a } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leftarrow 0,25$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$$

$$\text{1) } A \text{ et } B \text{ incompatibles } \Rightarrow P(A \cap B) = 0 \quad 0,25$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10} \quad 0,25$$

$$\text{2) } A \text{ et } B \text{ indépendants } \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad 0,25$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A) \cdot P(B) \Rightarrow 0,25$$

$$P(B)(1 - P(A)) = P(A \cup B) - P(A)$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{1 - P(A)} = \frac{3}{8} \quad 0,25$$

3) A ne peut être réalisée qu'avec l'événement B est réalisé

$$\Leftrightarrow P(A) = P(A \cap B) \quad 0,5$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A) = P(A \cup B) - \frac{1}{2} \quad 0,25$$

Ex 3: tirage simultané  $\rightarrow$  l'ordre n'est pas important (0,5)

Nombre de combinaisons possibles =  $C_{15}^2 = 105$  (0,5)

1)  $P_1 = \frac{C_6^1 \times C_4^1}{C_{15}^2} = \frac{8}{35}$  (1 pt)

2)  $P_2 = \frac{C_6^2 + C_4^2 + C_5^2}{C_{15}^2} = \frac{31}{105}$  (1 pt)

3)  $P_3 = 1 - P_2 = \frac{74}{105}$  (1 pt)

Ex 4: L: "les étudiants lisent les notices"  
 A: "l'étudiant a eu un accident"

$P(\bar{L}) = 0,25$  (0,5)

$P(A|L) = 0,1$  (0,5)

$P(\bar{L}|A) = 0,75$  (0,5)

question:  $P(A|\bar{L}) = \frac{P(A \cap \bar{L})}{P(\bar{L})} = \frac{P(\bar{L}|A) \cdot P(A)}{P(\bar{L})}$  (0,5)

2)  $P(A) = P(A|L) \cdot P(L) + P(A|\bar{L}) \cdot P(\bar{L})$  (0,5)

En remplaçant (2) ds (1), on obtient

(1)

$$P(A \mid \bar{L}) = \frac{P(\bar{L} \mid A) \cdot P(A \mid L) \cdot P(L)}{P(\bar{L}) [1 - P(\bar{L} \mid A)]} \quad (0.5)$$

$$= \frac{0.75 \cdot 0.1 \cdot (1 - 0.25)}{0.25 [1 - 0.75]} = \boxed{0.9} \quad (0.5)$$