الجمهوريـــة الجزائريـــة الديمقراطيـــة الشعبيـــة
وزارة التعليم العالى و البحث العلمى

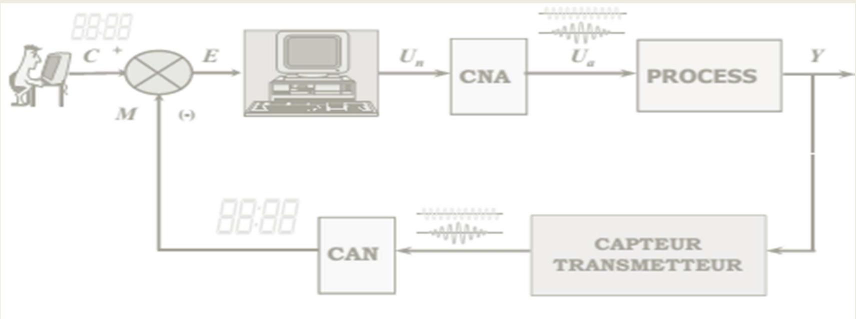
BADJI MOKHTAR - ANNABA UNIVERSITY
UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA

جا معة باجي مختا ر - عنا بة
Année 2014

Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Electromécanique

COMMANDE NUMERIQUE
COURS AVEC APPLICATIONS TP ET TD
Avec MATLAB /SIMULINK

(Présentation des outils de Modélisation et Simulation)



Auteur: MERIDJET Mohammed Salah

ANNEE 2014

Objectifs de cet enseignement :

Les objectifs visés par le contenu du cours :
Au bout de cet enseignement l'étudiant aura maîtrisé les techniques de base pour modéliser un système de commande Numérique, il sera capable d'élaborer un modèle mathématique pour un système physique d'implémenter la loi d'une commande numérique sur calculateur.
Il maitrisera l'outil Mathématique nécessaire à la description du système numérique : à savoir la Transformée en Z et les relations avec la transformée de Laplace propre à l'étude des systèmes continu.
Aussi, il maitrisera la simulation à l'aide du logiciel Matlab/Simulink, et sera en mesure d'interpréter les résultats, pour en apporter les améliorations de la loi de commande.

Connaissances préalables recommandées (prérequis) :

L'Etudiant doit avoir acquis les connaissances de base sur l'algèbre des systèmes linéaires, le calcul opérationnel.

Public cible :

Ce cours est destiné aux

- Master Option : Commande et automatisation des systèmes et
- Master Option : Electromécanique pour le module signaux et systèmes.
- Doctorant désireux d'intégrer la commande Numérique dans leur projet.

COMMANDE NUMERIQUE

Mise en œuvre analogique ou numérique ?

Historique

☞ **<u>Régulation continue:</u>**

- apparition en 1840 (Watt) encore très utilisée.
  Lorsqu'un système possède une entrée u(t) et une sortie y(t) (*système monovariable*), qui sont des fonctions d'une variable continue t, on parle de système à temps continu. Historiquement, les premiers outils développés en Automatique concernaient les systèmes à temps continu. En effet, les bases de la discipline ont été posées bien avant (plusieurs dizaines d'années. . .)

☞ **<u>Régulation numérique:</u>**

- Depuis 1959 (commande d'une unité de polymérisation Texaco de Port Artur, Texas).
- Lorsqu'un système possède une entrée u(k) et une sortie y(k) qui sont des fonctions d'une variable discrète k, on parle de système *(monovariable)* à temps discret .
- Avec l'apparition des calculateurs :
  L'intérêt d'étudier les systèmes à temps discret et leurs spécificités est évidente à l'ère du tout PC, les concepts fondamentaux de l'automatique peuvent être plus aisément transposées du continu vers le discret avec les outils appropriés.

☞ **<u>Limites de la régulation analogique</u>**

- ✓ Manque d'auto-adaptivité
- ✓ ƒ Les paramètres du correcteur continu ne sont pas évolutifs
- ✓ Transmission sensibles aux bruits
- ✓ Précision faible
- ✓ Programmation des algorithmes figée (peu flexible)
- ✓ Archivage des données inexistant (nécessite des CAN)
- ✓ Temps de réponse lent (contrôleur pneumatique, analogique,…)
- ✓ Difficulté de mise en œuvre des algorithmes de commande avancée (retour d'état, observateur …)

Eléments constitutifs

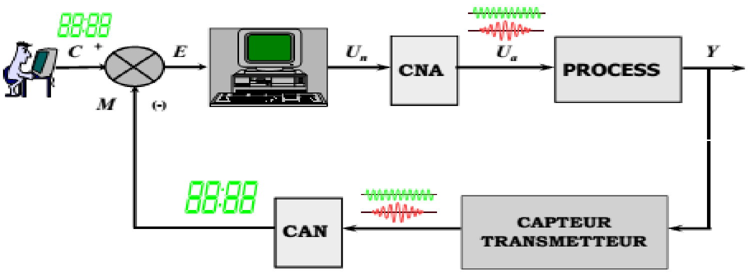


Figure. (1) Elément d'une chaine de régulation numérique

CNA: *Convertisseur Numérique Analogique*

CNA: *Convertisseur Analogique Numérique*

Avantages d'une commande numérique

☞ **Avantages**

- ✓ Informations numériques transmises peu sensibles au bruit
- ✓ Elaboration de consignes sous forme de programmes (missiles, machine outils, …)
- ✓ Calcul optimal des paramètres de réglage (régulateur auto-adaptatifs)
- ✓ Gestion des alarmes, autodiagnostic
- ✓ Commande embarquée
- ✓ Gestion statistique des données
- ✓ Programmation simple des actions P, PI, PID
- ✓ Programmation des commandes avancées
- ✓ faible coût et leurs performances nettement supérieures à celles des régulateurs analogiques

Inconvénients d'une commande numérique

☞ **Inconvénients**

- ✓ Temps de calcul en temps réel
- ✓ Nécessité de CAN et de CNA (car les actionneurs ont analogiques) dans la boucle numérique
- ✓ Le temps réel difficile à mettre en œuvre : le temps de calcul des paramètres de réglage doit être inférieur au temps de réponse des éléments de la boucle.

Rôle d'un calculateur

☞ **Fonctions d'un calculateur dans une commande numérique**

- ✓ Un calculateur peut être : microprocesseur, ordinateur, microcalculateur

- ✓ Calculer en fonction de l'algorithme des actions de commande vers l'actionneur via le CNA
- ✓ Enregistrer l'évolution des variables du procédé en temps réel
- ✓ Afficher le suivi du procédé : gestion des alarmes et des consignes
- ✓ Aide à l'opérateur pour la prise de décision en situation d'alarmes

Mise en œuvre

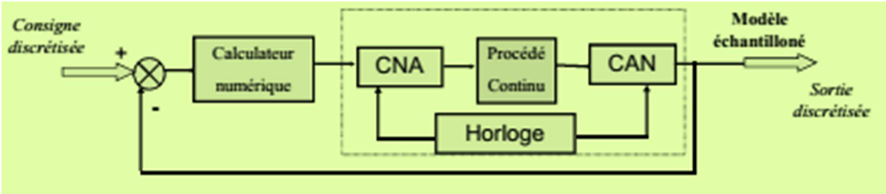


Figure. (2) asservissement numérique

- La consigne est spécifiée numériquement.
- L'erreur consigne-sortie discrétisée est traitée par un calculateur numérique.
- Ce calculateur génère une séquence de nombre. A l'aide d'un convertisseur numérique analogique (CNA), cette séquence est convertie en un signal analogique qui est maintenu constant entre des instants réguliers par un bloqueur d'ordre zéro (BOZ). L'ensemble CNA-BOZ est appelé échantillonneur Bloqueur.
- Ces instants espacés régulièrement sont appelés instants d'échantillonnage et sont définis par une horloge de synchronisation.

DEFINITIONS

☞ **Echantillonnage**

- ✓ Un signal continu f(t) est remplacé par une suite discontinue de ses valeurs f(nTe) aux instants d'échantillonnage t=nTe (n=0,1,2,…) où Te est la période d'échantillonnage

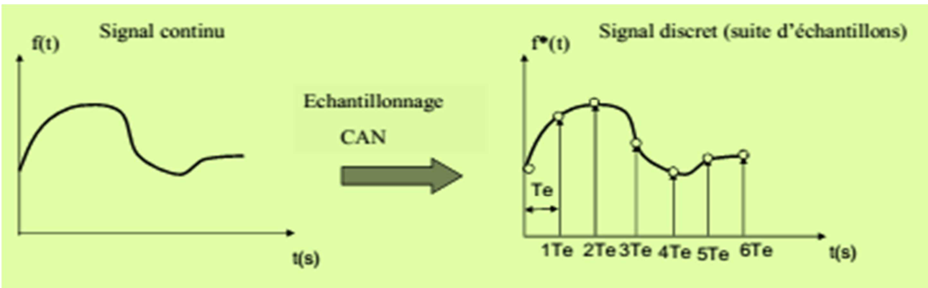


Figure (3) Echantillonnage à la période Te

☞ **Quantification**

- ✓ Après avoir échantillonné, on quantifie l’amplitude du signal par un nombre fini de valeurs codées en général en binaire. Les données sont représentées sur un calculateur dans un certain format.

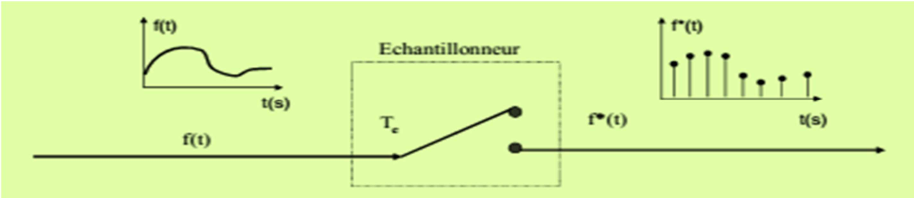


Figure (4) Echantillonneur à pulsation ⟹ (peigne de Dirac)

☞ **Erreur associée à la quantification**

- ✓ = bruit de quantification

☞ **Reconstruction (CNA)**

- ✓ consiste à élaborer un signal analogique à partir d’une suite de nombres

☞ **Discrétisation(CAN)**

- ✓ Découpage temporel du signal

Bloqueur

☞ **Reconstitution du Signal continu: Bloqueur d’ordre zéro (BOZ)**

- ✓ Le bloqueur d’ordre zéro **(BOZ)** a pour action de maintenir constante et égale à f(nTe) l ’amplitude de l ’impulsion entre les instants nTe et (n+1)Te.

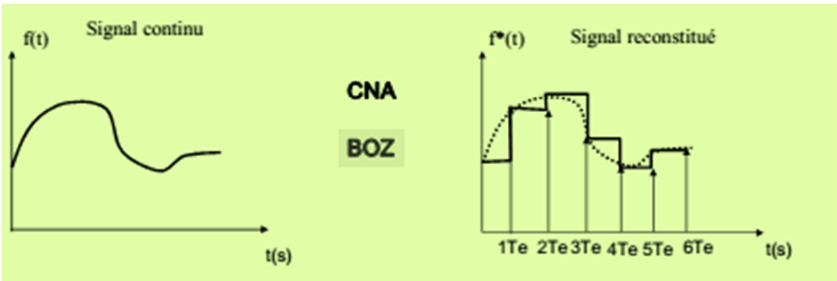


Figure. (5) rôle du CNA i.e BOZ ⟹ Reconstruction du signal continu

Outil mathématique

☞ **Description d’un signal échantillonné**

- ✓ On définit le signal échantillonné par la suite en k : {f(K)}= {f(KTe)}

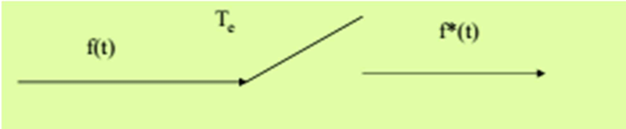


Figure. (6) signal continu discrétisé

$$f^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_e)\delta(t - nT_e)$$ (1)

Transformée de Laplace

$$F^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_e)e^{-nT_e p}$$ (2)

Théorème de Shannon

On échantillonne un signal continu de fréquence f_0 pour différentes fréquences d'échantillonnage f_e

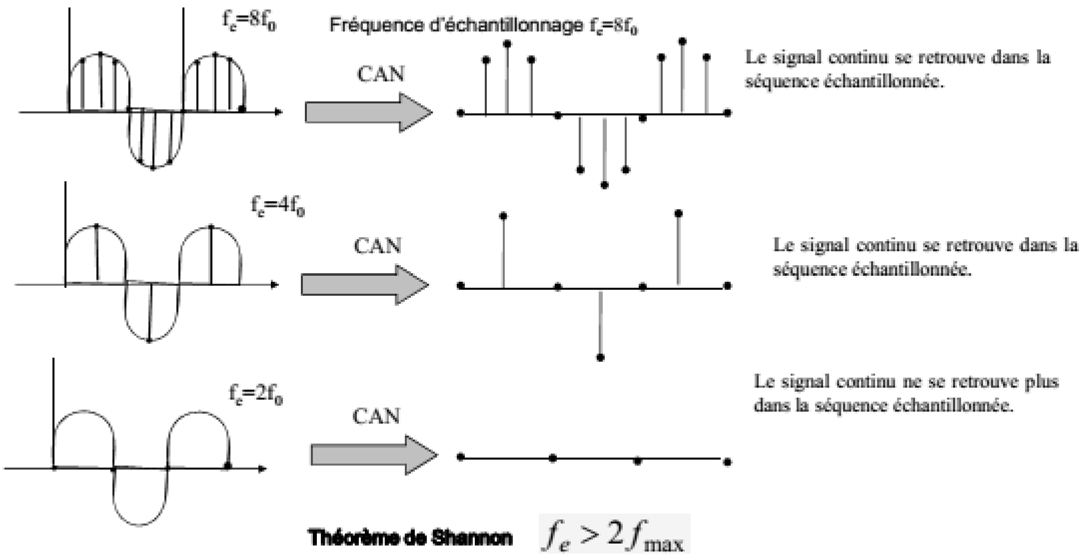


Figure. (7) Représentation de la disparition de l'information contenue dans le signal

- ❖ **Importance**

☞ Ce théorème très utile donne précisément la fréquence à laquelle il faut échantillonner un Signal lorsqu'on le numérise.

- ❖ **Enoncé**

- ✓ la fréquence d'échantillonnage doit être au moins égale au double de la de la fréquence du signal analogique. Si l'on se situe sous cette limite théorique, il y a perte d'information dans le signal.
- ✓ Pour ne pas perdre d'information dans un signal la distance entre deux échantillons doit être inférieure à la demi-période du signal.
- ✓ Pour ne pas perdre de détail dans une image, la taille des pixels doit être moins de la moitié du plus petit détail de l'image.

Exemple 1

- ✓ **Dans l'audio : pour F < 20 kHz (son Hi-Fi), Fe = 44,1 kHz**
- ✓ **voix humaine en téléphonie : pour F < 3400 Hz, Fe = 8 kHz**.

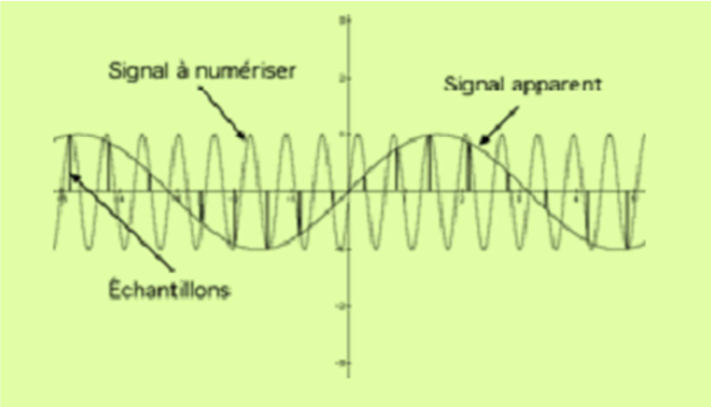


Figure. (8) signaux de l'exemple 1 ci-dessus

Choix en pratique de la période d'échantillonnage

☞ La fréquence d'échantillonnage ne doit pas être trop faible (elle doit au moins :

- ✓ respecter le théorème de Shannon). Elle ne doit pas être trop élevée non plus pour éviter le risque de faire apparaître des zéros instables.
- ✓ En règle générale, on peut utiliser les bornes :

$$0.25\tau < T_e < \tau$$

τ: constante de temps du procédé **1er ordre**

Pour un **deuxième ordre**

$$0.25 < T_e.\omega_n < 1.5$$

ω_n: Pulsation propre du système

Choix de la période d'échantillonnage pour la régulation des processus

TYPE DE VARIABLE OU PPROCESSUS	PERIODE D 'ECHANTILLONNAGE (en s)
DEBIT	1-3
NIVEAU	5-10
PRESSION	1-5
TEMPERATURE	10-45
DISTILLATION	10-180
ASSERVISSEMENTS	0,001-0,1
REACTEURS CATALYTIQUES	10-45
CIMENTERIES	20-45
SECHAGE	20-45

Mise en œuvre (Filtrage et multiplexage des signaux analogiques)

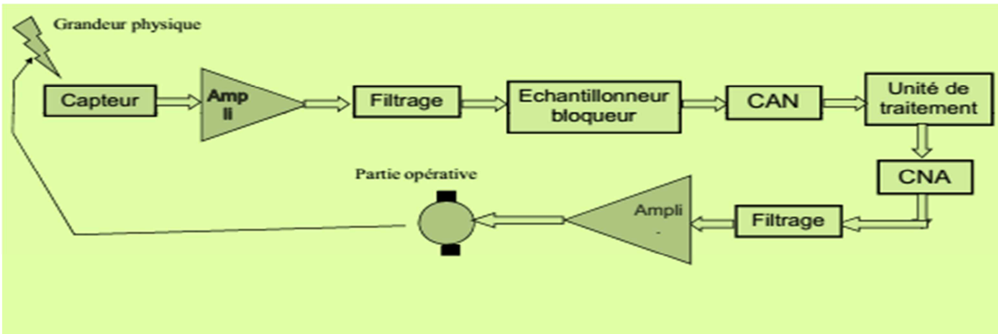


Figure. (9) Schéma de principe d'une boucle de traitement numérique

L'échantillonneur bloqueur

Définition

L'échantillonneur bloqueur est un échantillonneur réel, qui ne réalise pas la conversion analogique numérique instantanément, mais après un temps Tc nécessaire à la conversion. Pendant ce temps, la sortie du convertisseur reste constante.

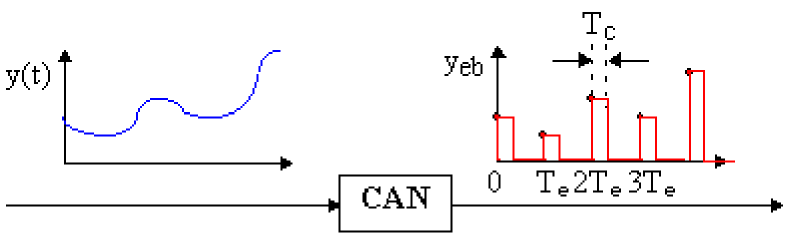


Figure (10) Echantillonneur Bloqueur

Du point de vue mathématique, l'échantillonneur bloqueur réalise la fonction:

$$y_{eb}(t) = \left(y(t)\cdot\delta_{T_e}(t)\right) * \Pi_{T_c}\left(t-\frac{T_c}{2}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(kT_e)\cdot\Pi_{T_c}\left(t-\frac{T_c}{2}-kT_e\right) \qquad (3)$$

c.à.d. une convolution entre le signal échantillonné idéalement et la fonction porte de largeur Tc.

Le spectre du signal après passage par l'échantillonneur bloqueur sera:

$$Y_{eb}(f) = \Im\{y_{eb}(t)\} = \left[F_e \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y(f-nF_e)\right]\cdot\left[T_c\cdot\frac{\sin(\pi T_c f)}{\pi T_c f}\cdot e^{-j2\pi f\frac{T_c}{2}}\right],\ avec\ Y(f)=\Im\{y(t)\} \qquad (4)$$

Pour reconstruire la composante de ce spectre correspondant à n=0, on utilise un filtre passe-bas idéal de bande passante Fe:

$$Y_r(f)\big|_{n=0} = Y_{eb}(f)\cdot\Pi_{F_e}(f) = F_e T_c\,\frac{\sin(\pi T_c f)}{\pi T_c f}\,Y(f)\cdot e^{-j2\pi f\frac{T_c}{2}} \qquad (5)$$

La reconstruction n'est pas parfaite car

- le spectre du signal reconstitué diffère de l'originel Y(f) non seulement par une constante, mais par un terme dépendant de la fréquence.
- l'échantillonneur bloqueur introduit un retard de phase de Tc/2

$$\boxed{F_e = \frac{1}{T_e} \geq 2\cdot F_{max}} \qquad (6)$$

Pour retrouver toutes les fréquences contenues dans le spectre du signal continu, il faut que les termes qui caractérisent le spectre périodique du même signal après échantillonnage aient des supports disjoints. Un contre-exemple est présenté dans la figure suivante:

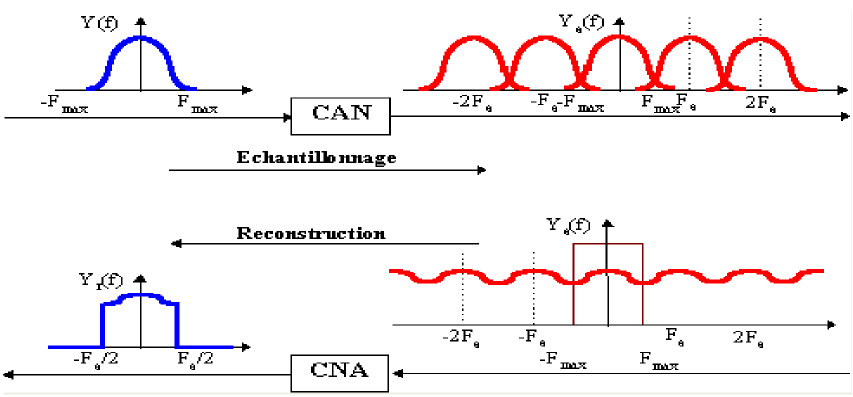
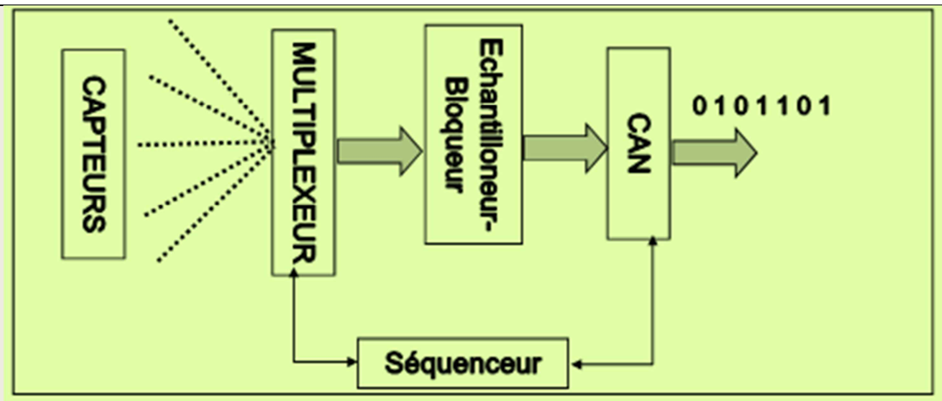


Figure (11) Echantillonnage et Reconstruction

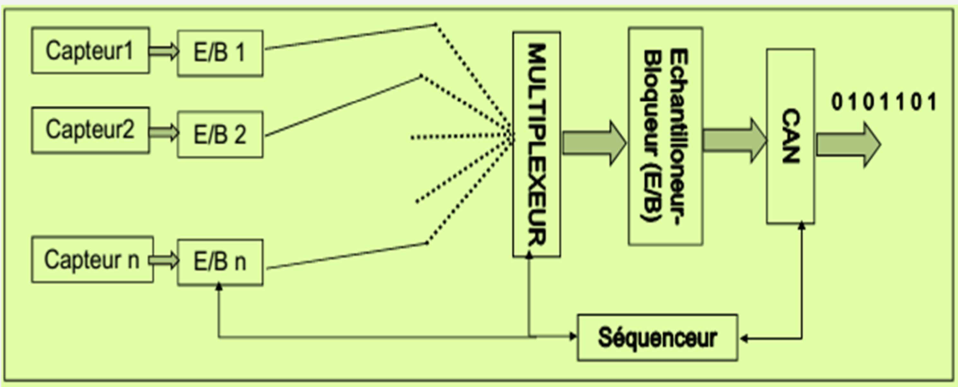
Rôle des éléments de la boucle numérique

Capteur	Transforme l'énergie en une grandeur physique mesurable. Il est l'interface entre le monde physique et le monde électrique. Il va délivrer un signal électrique image du phénomène physique que l'on souhaite numériser. Il est toujours associé à un circuit de mise en forme.
Amplificateur	Cette étape permet d'adapter le niveau du signal issu du capteur à la chaîne globale d'acquisition.
Filtre	Ce filtre est communément appelé filtre anti-repliement. Son rôle est de limiter le contenu spectral du signal aux fréquences qui nous intéressent. Ainsi il élimine les parasites. C'est un filtre passe bas que l'on caractérise par sa fréquence de coupure et son ordre.
Echantillonneur bloqueur	Son rôle est de prélever à chaque période d'échantillonnage (Te) la valeur du signal. On l'associe de manière quasi-systématique à un bloqueur. Le bloqueur va figer l'échantillon pendant le temps nécessaire à la conversion. Ainsi durant la phase de numérisation, la valeur de la tension de l'échantillon reste constante assurant une conversion aussi juste que possible. ***On parle d'échantillonneur bloqueur.***
CAN	Il transforme la tension de l'échantillon (analogique) en un code binaire (numérique).
CNA	Il effectue l'opération inverse du CAN, il assure le passage du numérique vers l'analogique en restituant une tension proportionnelle au code numérique.
Filtre de sortie	Son rôle est de « lisser » le signal de sortie pour ne restituer que le signal utile. Il a les mêmes caractéristiques que le filtre d'entrée.
Amplificateur de sortie	Il adapte la sortie du filtre à la charge.
Performances globale de la chaîne d'acquisition	Fréquence de fonctionnement : C'est le temps mis pour effectuer les opérations de : • ƒ Echantillonnage ***(Tech)***, Conversion (***Tconv*** et Stockage ***(Tst))***
temps minimum d'acquisition	la somme de ces trois temps : $T_{acq} = T_{ech} + T_{conv} + T_{St} \Rightarrow F_{max} = \frac{1}{T_{ech} + T_{conv} + T_{St}}$ (7)
Résolution de la chaîne	La numérisation d'un signal génère un code binaire sur N bits. On obtient donc une précision de numérisation de 1 2N%. Il faut donc que tous les éléments de la chaîne de conversion aient au moins cette précision. On leur demande en général une résolution absolue de (0.5*1 2N%)

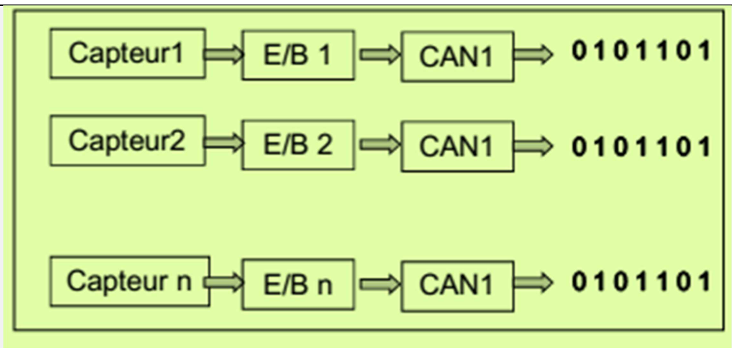
Acquisitions

Acquisition	***Multiplexeur Acquisition séquentielle décalée*** **L'acquisition décalée** se base sur l'utilisation en amont d'un multiplexeur qui va orienter un capteur vers la chaîne unique d'acquisition
Eléments	 Figure 12

Avantages : *Economique*	**Inconvénients :** ***décalage dans le temps des acquisitions. On réservera donc cette structure ne nécessitant pas une synchronisation entre les données numérisées. Temps d'acquisition complet est proportionnel au nombre de capteur.***

Acquisition	***Acquisition séquentielle simultanée***
Eléments	 Figure (13)

Avantages ***Economique moyen, acquisitions synchrones.***	**Inconvénients** ***un E/B pour chaque capteur. Temps d'acquisition complet est à proportionnel au nombre de capteur.***

Acquisition	***Acquisition parallèle***
Eléments	 Figure(14)

Avantages	Inconvénients
les conversions simultanées, Acquisition d'une donnée pendant que l'on en stocke une autre, gain de temps sur l'acquisition complète .	***Coût élevé***

Transformées en z

Définition

- **<u>du point de vue numérique</u>**, à la suite de nombre f(0), f(Te), …., f(nTe) constituant le signal numérique, on peut faire correspondre la série :

$$\boxed{F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_e) z^{-n}} \qquad (8)$$

- **<u>du point de vue continu:</u>** Soit F*(p) la transformée de Laplace du signal échantillonné.

$$F^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_e) e^{-nT_e p} \qquad (9)$$

Transformée en z

La transformée en z d'un signal $f(t)$ est obtenue en remplaçant $exp(T_e p)$ par la variable complexe z dans la formule précédente.

$$\boxed{F^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_e) e^{-nT_e p}} \Rightarrow \boxed{F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT_e) z^{-n}} \qquad (10)$$

Exemples de calcul de transformée en z par la définition

$$\boxed{f(t) = e^{-at}} \Rightarrow \boxed{f(nT_e) = e^{-anT_e}} \quad (11)$$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-anT_e} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1-e^{-aT_e}z^{-1}} = \frac{z}{z-e^{-aT_e}} \quad (12)$$

Bloqueur d'ordre zéro

- **Fonction de transfert d'un bloqueur d'ordre zéro (BOZ)**

- ✓ Il a pour action de maintenir constante et égale à $f(nTe)$ l'amplitude de l'impulsion entre les instants nTe et $(n+1)Te$.
- ✓ Sa FT Bo(p) est la transformée de Laplace de sa réponse impulsionnelle

$\Gamma(t)$: signal de saut

$$s(t) = \Gamma(t) - \Gamma(t-T) \Rightarrow s(p) = \Gamma(p) - \Gamma(p)e^{-TP} = \Gamma(p)(1-e^{-TP}) =$$
$$\frac{1}{p}(1-e^{-TP}) \Rightarrow Bo(p) = \frac{s(p)}{\delta(P)} = \frac{1}{p(1-e^{-TP})}$$

Figure(16)

<u>**Fonction de transfert du BOZ**</u>

$$\boldsymbol{B_0(p) = \frac{1}{p(1-e^{-Tp})}} \quad (13)$$

Système discret

Représentation des systèmes numériques

Un système numérique linéaire invariant est défini par une relation de la forme suivante entre son entrée u et sa sortie y :

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y(k-i) = \sum_{j=0}^{m} b_j u(k-j) \quad (14)$$

Ce type d'équation est appelée équation aux différences ou équation récurrente, car elle permet de calculer itérativement la valeur de la sortie aux instants d'échantillonnage à partir de l'entrée à ces mêmes instants et des conditions initiales.

Exemple 2

On considère l'équation aux différences suivante :

$$2y[k] + y[k-1] - y[k-2] = u[k] - u[k-1] \tag{15}$$

Cette équation est dite d'ordre 2 car elle fait intervenir la sortie 2 pas d'échantillonnage avant l'instant courant. Pour pouvoir déterminer la valeur de la sortie à chaque instant, il est nécessaire de connaıtre deux valeurs successives de la sortie, appelées conditions Initiales.

Exemple 3 :

Soit l'équation récurrente : avec Te période d'échantillonnage

$$y(kTe) - y((k-1)Te) + y((k-2)Te) = u(kTe) + 0,5ue((k-1)Te) \tag{16}$$

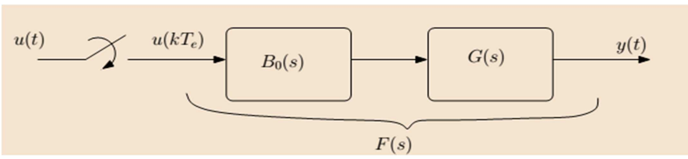
La fonction de transfert G(z) est

$$G(z) = \frac{1 + 0,5\, z^{-1}}{1 - z^{-1} + z^{-2}} \tag{17}$$

Calcul des transmittances en z des systèmes

Système analogique précédé d'un BOZ

Un des sous-systèmes qu'il est courant de calculer est celui compose d'un convertisseur analogique numérique (BOZ) et d'un système continu classique, comme sur la figure suivante :



Figure(17)

La FT de transfert du processus muni de son Bloqueur d'ordre zéro (BOZ) est calculée suivant la formule suivante :

$$\boxed{Z\{B_0 G(p)\} = (1 - z^{-1}) Z\left\{\frac{G(p)}{p}\right\}} \tag{18}$$

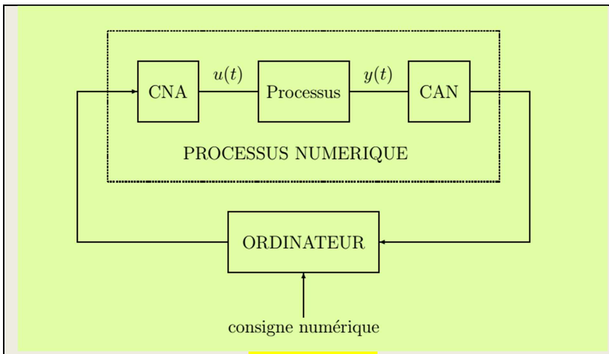
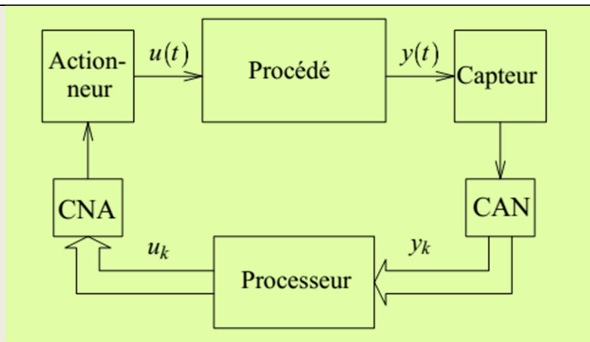
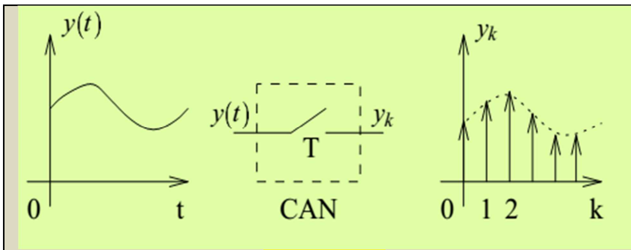


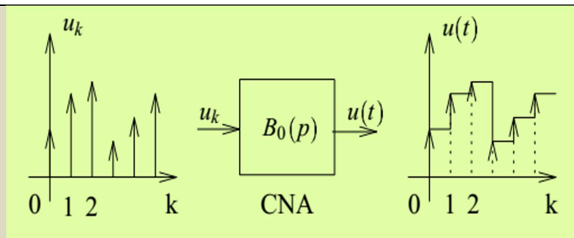
Figure (18)
Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement



Figure(19)
Structure générale d'une commande de procédé par calculateur

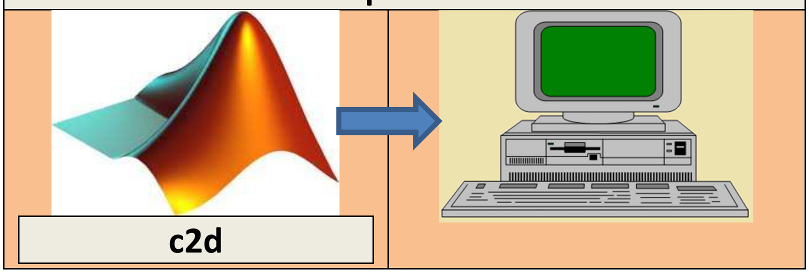


Figure(20)
Convertisseur analogique-numérique

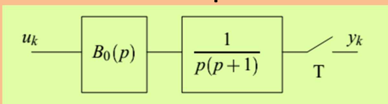


Figure(21)
Convertisseur numérique-analogique

Outils de Modélisation et simulation
Matlab /Simulink
Avec Exemples de TD et TP



Exemple



Figure(22)
Système échantillonné

- Considérons le système échantillonné représenté sur la Figure 22 et pour lequel on veut calculer la fonction de transfert en z.

APPLICATION. Exemple Résolu
Travaux dirigés (TD)

Pour le processus Figure 22 munis de son BOZ Calculer la transmittance en Z du système en vue d'être commandé par calculateur ;

☞ Utilisation de la table des transformées en Z.

TABLEAU 1.1

SOLUTION

La fonction de transfert continue étant :

$$G_c(p) = \frac{1}{p(p+1)}$$

La fonction de transfert échantillonnée est donnée par :

$$G(z) = \mathcal{Z}[B_0(p)G_c(p)] = \frac{z-1}{z}\mathcal{Z}\left[\frac{G_c(p)}{p}\right]$$

Avec la décomposition en éléments simples suivante:

$$\frac{G_c(p)}{p} = \frac{1}{p^2(p+1)} == \frac{-1}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p+1}$$

En utilisant le tableau 1.1, il vient :

$$G(z) = \frac{z-1}{z}\left[-\frac{z}{z-1} + \frac{Tz}{(z-1)^2} + \frac{z}{z-e^{-T}}\right]$$

Soit :

$$G(z) = K\frac{(z-b)}{(z-1)(z-a)} \qquad \begin{cases} K = e^{-T} - 1 + T \\ a = e^{-T} \\ b = 1 - \dfrac{T\left(1-e^{-T}\right)}{e^{-T} - 1 + T} \end{cases}$$

Soit pour T=1s. Il vient :

$$G(z) = 0.3679\frac{z+0.7183}{(z-1)(z-0.3679)}$$

Voir ci-contre solution avec Matlab

Application Numérique(TP) Exemple Résolu

Soit pour T=1s. Il vient :

$$G(z) = 0.3679\frac{z+0.7183}{(z-1)(z-0.3679)}$$

MATLAB

script

```
T=1
Num=1
Den=[ 1 1 0]
Sysc=tf(Num,Den)
[numd,dend]=c2d(Sysc,T,'zoh')
tfz=tf(numd,dend)
```

Exécution du programme

```
T =
    1
Num =
    1
Den =
    1    1    0
Sysc =
     1
  -------
  s^2 + s
 tfz=tf(numd,dend)
tfz =
            0.3679 z + 0.2642
          ----------------------
          z^2 - 1.368 z + 0.3679
 Sample time: 1 seconds
Discrete-time transfer function.
```

Transformée de Laplace $F(p)=\mathcal{L}[f(t)]$	Signal continu $f(t)$	Signal échantillonné f_k	Transformée en z $F(z)=\mathcal{Z}[f_k]$
1	$\delta(t)$	$f_0=1\,,\quad \forall k\neq 0 \quad f_k=0$	1
e^{-ap}	$\delta(t-a)$		
e^{-hTp}	$\delta(t-hT)$	$f_h=1\,,\quad \forall k\neq h \quad f_k=0$	z^{-h}
$\dfrac{1}{p}$	$\Gamma(t)$	1	$\dfrac{z}{z-1}$
$\dfrac{1}{p^2}$	t	kT	$T\,\dfrac{z}{(z-1)^2}$
$\dfrac{2}{p^3}$	t^2	k^2T^2	$T^2\,\dfrac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$\dfrac{1}{p+a}$	e^{-at}	e^{-akT}	$\dfrac{z}{z-e^{-aT}}$
$\dfrac{1}{(p+a)^2}$	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\dfrac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\dfrac{b-a}{(p+a)(p+b)}$	$e^{-at}-e^{-bt}$	$e^{-akT}-e^{-bkT}$	$\dfrac{z(e^{-aT}-e^{-bT})}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
		a^k	$\dfrac{z}{z-a}$
		$(-a)^k$	$\dfrac{z}{z+a}$
$\dfrac{a}{p(p+a)}$	$1-e^{-at}$	$1-e^{-akT}$	$\dfrac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin\omega t$	$\sin\omega kT$	$\dfrac{z\,\sin\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$
$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos\omega t$	$\cos\omega kT$	$\dfrac{z(z-\cos\omega T)}{z^2-2z\cos\omega T+1}$

TAB. 1.1 – Signaux échantillonnés et leurs transformées de Laplace

Système continu $G_c(p)$	Décomposition en elt. simples $\frac{G_c(p)}{p}$	Transformée en z $\mathcal{Z}\left[\frac{G_c(p)}{p}\right]$	Système échantillonné $G(z) = \mathcal{Z}[G_c(p)B_0(p)]$
1	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$	1
$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$	$\frac{T}{z-1}$
$\frac{b}{p+a}$	$\frac{b/a}{p} - \frac{b/a}{p+a}$	$\frac{b}{a}\frac{z}{z-1} - \frac{b}{a}\frac{z}{z-e^{-aT}}$	$\frac{b}{a} \cdot \frac{1-e^{-aT}}{z-e^{-aT}}$

TAB. 1.2 – exemple de calcul des fonctions de transfert de systèmes échantillonnés simples

Bibliographie

[1] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis. Analyse et Régulation des Processus Industriels - Tome 2 : Régulation numérique.

Collection : Méthodes et Pratiques de l'Ingénieur. Editions TECHNIP.

[2] D.R. Coughanowr. Process Systems Analysis and Control. McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS. Chemical Engineering Series.

[3] J. Delmas. Commande numérique des processus - Systèmes linéaires échantillonnés. Cours de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace (SupAéro).

[4] Gene F. Franklin, J. David Powell et Michael L. Workman. Digital Control of Dynamic Systems. ADDISON WESLEY

[5] T. Hans, J. Filippini et P. Guyenot. Asservissements numériques - Eléments de cours et Applications. Edition EYROLLES.

[6] D. Jaume, S. Thelliez et M. Verge. Commande des systèmes dynamiques par calculateur. Edition EYROLLES.

[7] M. Kunt. Traitement numérique des signaux. Edition DUNOD.

[8] R. Longchamp. Commande numérique de systèmes dynamiques. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

[9] W.L. Luyben. Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers.McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS. Chemical Engineering Series.

[10] Mentor (Ed.). Asservissements numériques - Théorie et Applications. MENTOR.

[11] K. Ogata. Modern Control Engineering. Second Edition, Prentice Hall.

[12] K. Ogata. Discrete-time Control Systems. Prentice Hall International Editions.

[13] George A. Perdikaris. Computer Controlled Systems - Theory and Applications.KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.

[14] M. Rivoire et J.-L. Ferrier. Cours d’Automatique - Tome 1 - Signaux et Systèmes. Edition EYROLLES.

[15] M. Rivoire et J.-L. Ferrier. Cours d’Automatique - Tome 2 - Asservissement, Régulation, Commande analogique. Edition EYROLLES.

[16] M. Rivoire et J.-L. Ferrier. Cours d’Automatique - Tome 3 - Commande par calculateur, Identification. Edition EYROLLES.

[17] M. Rivoire, J.-L. Ferrier et J. Groleau. Exercices d’Automatique - Tome 1 - Signaux et Systèmes. Edition EYROLLES.