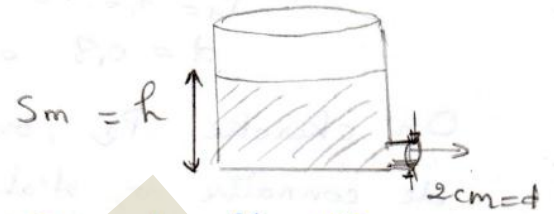


Série d'exercices n°2 : Hydrodynamique

Ex1 : D'après le théorème de Torricelli :
la vitesse est :

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ m}}$$

$$v = 9,9 \text{ m/s}$$



le débit $Q = S \cdot v$ / S : surface de l'orifice

$$\text{on a } S = \pi r^2 \text{ ou } S = \pi \frac{d^2}{4}$$

$$\text{donc } Q = \pi \frac{d^2}{4} \times v = \pi \frac{(0,02)^2}{4} \times 9,9 \text{ m/s}$$

$$Q = 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 0,186 \text{ m}^3/\text{min} \quad (\times 60)$$

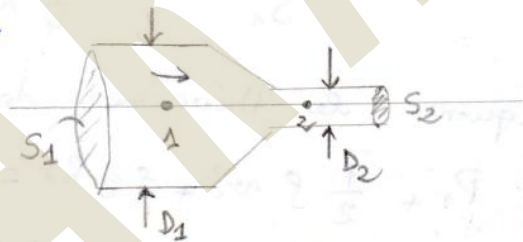
Ex2 : On a $D_1 = 15 \text{ cm}$, $D_2 = 5 \text{ cm}$
et $v_1 = 1 \text{ m/s}$
on cherche v_2 et p_2 :

→ Suivant l'équation de continuité :

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$\Rightarrow \pi r_1^2 \cdot v_1 = \pi r_2^2 \cdot v_2 \Rightarrow D_1^2 \cdot v_1 = D_2^2 \cdot v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{D_1^2 \cdot v_1}{D_2^2} = \frac{(15)^2 \cdot 1 \text{ m/s}}{(5)^2} = 9 \text{ m/s}$$



→ Comme l'écoulement est horizontal, si on prend 2 points dans la conduite (1 et 2), ils ont la même hauteur :
 $h_1 = h_2$, on applique l'équation de Bernoulli :

$$P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 = P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

$$\text{donc on aura : } P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Rightarrow P_2 = 10^5 + \frac{1}{2} (10^3 \text{ kg/m}^3) ((1)^2 - (9)^2) = 10^5 - 4 \cdot 10^4$$

$$\Rightarrow P_2 = 6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Exercice 3:

Données: $D_1 = 40 \text{ cm}$, $D_2 = 25 \text{ cm}$

$$P_1 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad h_2 = 6 \text{ m}$$

$$d = 0,8 \quad \text{et} \quad Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

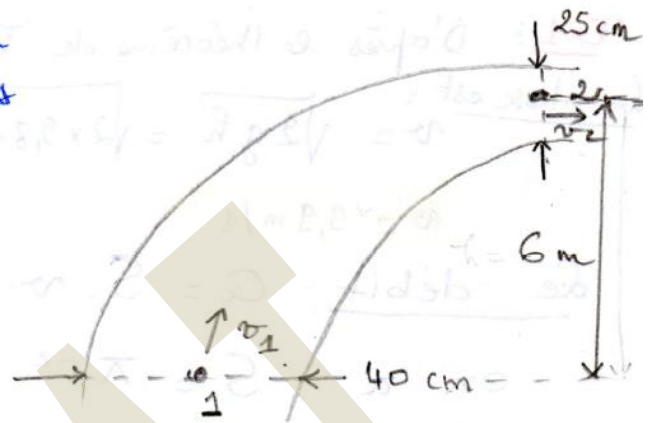
On cherche P_2 , on aura besoin de connaître v_2 d'abord, donc et v_1

$$Q = S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow$$

$$\pi \frac{D_1^2}{4} \cdot v_1 = \pi \frac{D_2^2}{4} \cdot v_2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{0,1 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{1}{4} \pi (0,25)^2} = 2,04 \text{ m/s}$$

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{0,1 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{1}{4} \pi (0,4)^2} = 0,8 \text{ m/s}$$



Appliquons le théorème de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) - \rho g h_2 \quad (h_1 = 0)$$

$$P_2 = 1,6 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} (0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) ((0,8)^2 - (2,04)^2) - (0,8 \cdot 10^3) \cdot 9,8 \cdot 6$$

$$P_2 = 1,11 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

EXERCICE n°4

Débitmètre de Venturi

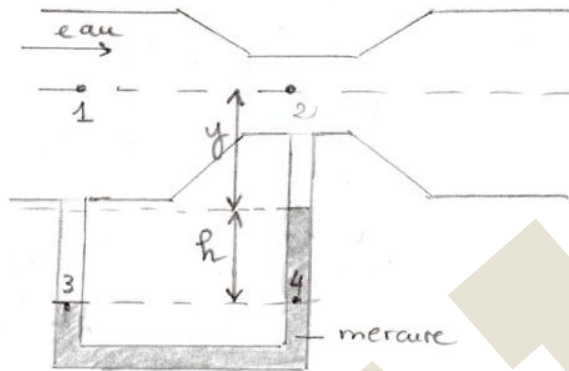
Données : $D_1 = 30 \text{ cm}$
 $D_2 = 15 \text{ cm}$, $h = 23 \text{ cm}$

1) on a $h_1 = h_2$ donc

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

avec $\rho = \rho_{H_2O}$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$



2) En appliquant (LFH) au point (3): $P_3 = P_1 + \rho_{H_2O} g \cdot (h + y)$
" " " (4): $P_4 = P_2 + \rho_{H_2O} g y + \rho_{Hg} g h$

et comme 3 et 4 sont au même niveau alors :

$$P_3 = P_4 \Rightarrow P_1 + \rho_{H_2O} g (h + y) = P_2 + \rho_{H_2O} g y + \rho_{Hg} g h$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = h g (\rho_{Hg} - \rho_{H_2O}) = 0,23 \cdot 9,8 \cdot (13,6 - 1) \cdot 10^3$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = 2,84 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

3) En appliquant l'équation de continuité on a :

$$Q = S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{\pi}{4} D_1^2 \cdot v_1 = \frac{\pi}{4} D_2^2 \cdot v_2$$

$$\text{comme } D_1 = 2 D_2 \Rightarrow 4 D_2^2 v_1 = D_2^2 v_2 \Rightarrow v_2 = 4 v_1$$

$$\text{D'après la q ① : } P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} (16 v_1^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} \cdot 15 v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2}{15} \cdot \frac{P_1 - P_2}{\rho_{H_2O}}} = \sqrt{\frac{2}{15} \cdot \frac{2,84 \cdot 10^4}{1 \cdot 10^3}}$$

$$v_1 = 1,94 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow Q = S_1 \cdot v_1 = \frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot v_1 = \frac{\pi}{4} (0,3)^2 \cdot 1,94$$

$$Q = 0,137 \text{ m}^3/\text{s} \xrightarrow{\times 60 \times 1000} 8227 \text{ l/min}$$