<u>Corrigé Electrostatique</u>

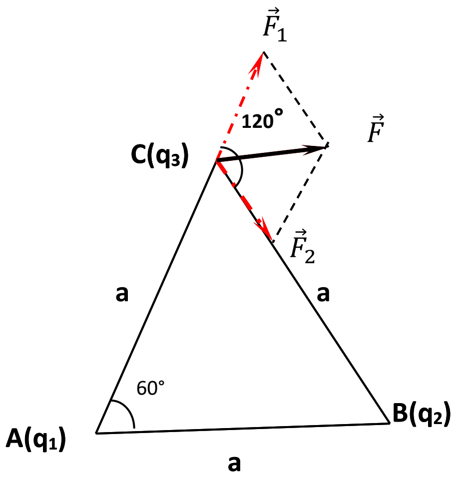
<u>Exercice 1 :</u>

Les 2 charges q_1 et q_2 exercent sur la charge q_3 une force F (en C) :

Avec : $q_1 = 2.10^{-6}$C, $q_2 = -3.10^{-6}$ C et $q_3 = 10^{-6}$ C.

Et $\varepsilon_r = 2{,}4$; $\varepsilon_0 = 8.85.10^{-12}$

Nous présentons toutes les forces sur le schéma ci-dessous :



Alors la force résultante qui agit sur q_3 est :

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$,

le module de cette force est :

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\vec{F}_1.\vec{F}_2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2|\vec{F}_1|.|\vec{F}_2|} \cos \propto$$

$$|\vec{F}_1| = k\frac{q_1q_3}{a^2}|\vec{u}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1q_3}{a^2} = \frac{9.10^9.2.10^{-6}.10^{-6}}{2{,}4\,.a^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \quad \text{et} \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$$

$$|\vec{\boldsymbol{F}}_1| = \frac{\mathbf{18.10^{-3}}}{\mathbf{2,4\,a^2}}$$

N

$$\left|\vec{F}_2\right| = k\frac{q_2q_3}{a^2}|\vec{u}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_2q_3}{a^2} = \frac{9.10^9.3.10^{-6}.10^{-6}}{2{,}4\ a^2}$$

$$\left|\vec{F}_2\right| = \frac{27.10^{-3}}{2{,}4a^2}\mathbf{N}$$

Alors :

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\left|\vec{F}_1\right|.\left|\vec{F}_2\right|\cos\propto}$$

$$\vec{F} = \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1q_3}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_2q_3}{a^2}\right)^2 + 2.\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1q_3}{a^2}\right).\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1q_3}{a^2}\right).\cos 120°}$$

Avec $\cos 120° = -1/2$

$$\vec{F} = \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_3}{a^2}\right)^2 ({q_1}^2 + {q_2}^2 + 2.q_1q_2\cos 120°).}$$

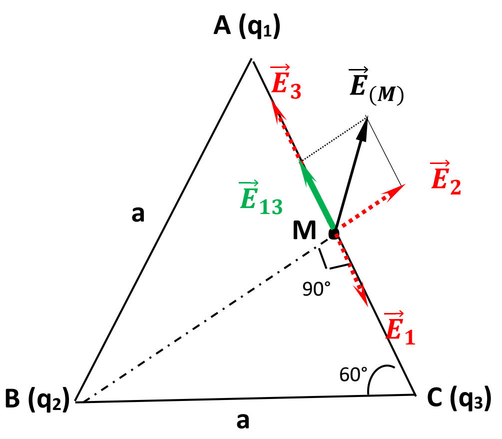
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_3}{a^2}\sqrt{\left({q_1}^2 + {q_2}^2 -.q_1q_2\right).}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_3}{a^2}\sqrt{4.10^{-12} + 9.10^{-12} - 6.10^{-12}} = \frac{9.10^9}{2{,}4}\frac{3.10^{-6}}{a^2}\sqrt{19} = \frac{27.10^{-6}}{2{,}4.a^2}.\sqrt{19}\ \text{N}$$

<u>Exercice 2 :</u>

$q_1 = 10^{-6}$ C ; $q_2 = 2.10^{-6}$ C et $q_3 = 2.10^{-6}$ C

Calcul du champ électrique résultant au point M: le champ électrique est une grandeur vectorielle, d’abord nous présentons sur le schéma les champs créés par chaque charge.



$\vec{E}_{(M)} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$; $\vec{E}_{(M)} = \vec{E}_{13} + \vec{E}_2$; $\vec{E}_{13} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3$

Les champs $\vec{E}_1\ et\ \vec{E}_3$ ont la même direction mais de sens contraire alors leur module est :

$|\vec{E}_{13}| = |\vec{E}_3| - |\vec{E}_1|$, $|\vec{E}_1| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{MA^2}$ et $|\vec{E}_3| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3}{MC^2}$;

Avec *MA = MC* = $\frac{a}{2}$ *et* $q_3 = 2q_1$; donc $|\vec{E}_3| = 2|\vec{E}_1|$

Alors $|\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{13}}| = |2\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}| - |\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}| = |\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}|$

$|\vec{E}_1| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 9.10^9.\frac{4}{a^2}.10^{-6} \quad \rightarrow |\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}| = \frac{\mathbf{36}}{\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}}\mathbf{10^3}$ **V/m**

Calcul du champ résultant au point M est **:**

$\vec{E}_{(M)} = \vec{E}_{13} + \vec{E}_2$ Alors le module est $|\vec{E}_{(M)}| = \sqrt{\vec{E}_{13}^{\ 2} + \vec{E}_2^{\ 2}}$

et comme le module de $|\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{13}}| = |\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}| \rightarrow |\vec{\boldsymbol{E}}_{(\boldsymbol{M})}| = \sqrt{\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}^{\ \mathbf{2}} + \vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{2}}^{\ \mathbf{2}}}$

$|\vec{\boldsymbol{E}}_{(\boldsymbol{M})}| = \sqrt{\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{1}}^{\ \mathbf{2}} + \vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{2}}^{\ \mathbf{2}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{MA^2}\right)^{\mathbf{2}} + \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{MB^2}\right)^{\mathbf{2}}}$ **;** *MA* = $\frac{a}{2}$ *et MB* = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

MB représente une hauteur et en même temps médiane et dans un triangle équilatéral la hauteur

MB= $a\sqrt{\frac{3}{2}}$ *en utilisant le théorème de* ***Pythagore***

; $|\vec{\boldsymbol{E}}_{(\boldsymbol{M})}| = = \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}\right)^{\mathbf{2}} + \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right)^{\mathbf{2}}}$

$|\vec{\boldsymbol{E}}_{(\boldsymbol{M})}| = = \sqrt{\left(k\ \frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}\right)^{\mathbf{2}} + \left(k.\frac{q_2}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right)^{\mathbf{2}}}$; *et nous avons* $\mathbf{q_2 = 2\ q_1}$

$|\vec{\boldsymbol{E}}_{(\boldsymbol{M})}| = = \sqrt{\left(k\ \frac{q_1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}\right)^{\mathbf{2}} + \left(k.\frac{2q_1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right)^{\mathbf{2}}} = \sqrt{\left(\mathbf{4}.k\ \frac{q_1}{(a)^2}\right)^{\mathbf{2}} + \left(4.k.\frac{2q_1}{3a^2}\right)^{\mathbf{2}}}$

$$\left|\vec{E}_{(M)}\right| = \sqrt{\left(4.k\ \frac{q_1}{(a)^2}\right)^2.\left(1+\frac{2}{3}\right)} = 4.k\ \frac{q_1}{(a)^2}\sqrt{\left(1+\frac{2}{3}\right)} = 4.k\ \frac{q_1}{(a)^2}\sqrt{\frac{5}{3}} = 4.9.10^9.10^{-6}.\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\boxed{\left|\vec{E}_{(M)}\right| = \frac{36.10^3}{(a)^2}.\sqrt{\frac{5}{3}}\ V/m}$$

***Calcul du potentiel électrique résultant au point M*:** le potentiel est une grandeur scalaire

V(M) = V$_1$+V$_2$+V$_3$ $= k\ \frac{q_1}{\frac{a}{2}} + k\ \frac{q_2}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} + k\ \frac{q_3}{\frac{a}{2}}$;

Avec $q_2 = 2\ q_1$

$q_3 = 2\ q_1$

V(M) = $k\ \frac{q_1}{\frac{a}{2}} + k\ \frac{2.q_1}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} + k\ \frac{2.q_1}{\frac{a}{2}} = 3.k\ \frac{q_1}{\frac{a}{2}} + k\ \frac{2.q_1}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 6.k\ .\frac{q_1}{a} + 4.k\ \frac{q_1}{a\sqrt{3}}$

V(M) =$k\ .\frac{q_1}{a}\ .\left(6+\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = \frac{9.10^9.10^{-6}}{a}.\left(6+\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = \frac{9.10^3}{a}\ .\left(6+\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$

$$\boldsymbol{V(M) = \frac{9.10^3}{a}\ .\left(\frac{6\sqrt{3}+4}{\sqrt{3}}\right) V}$$