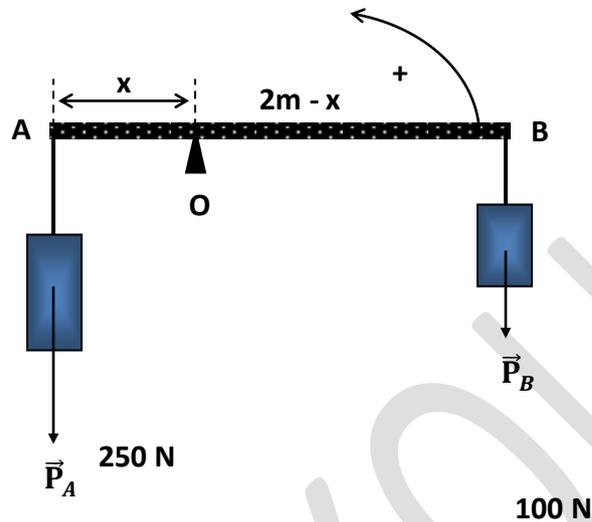


## Corrigé TD: Forces et Moment

Exercice 1

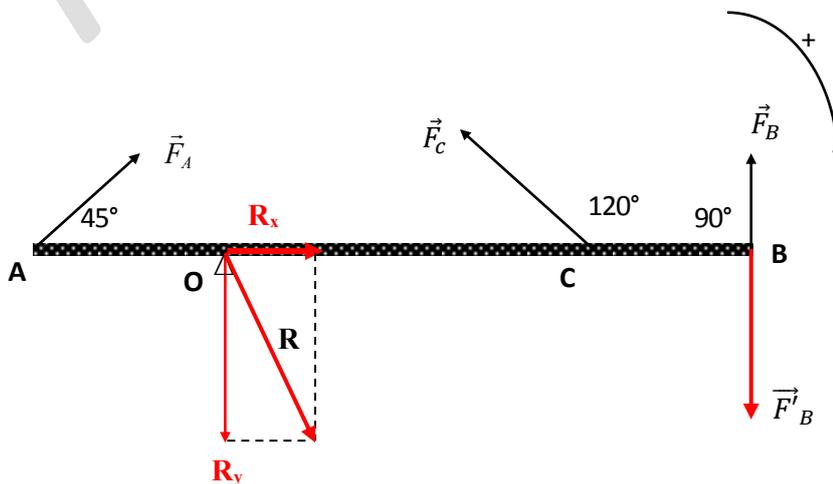
La force d'équilibre n'exerce aucun mouvement sur la barre puisque la force est appliquée en O, point d'équilibre.

Les moments :

A l'équilibre la somme des forces appliquées est égale à zéro

$$\vec{M}_{\vec{P}_A/O} + \vec{M}_{\vec{P}_B/O} = x \cdot P_A - (2m - x) \cdot P_B = 0$$

$$x \cdot P_A = (2m - x) \cdot P_B \rightarrow 250x = (2m - x) \cdot 100 \rightarrow \underline{x = 0,57 \text{ m}}$$

Exercice 2 :

Application numérique :  $|\vec{F}_A| = 20 \text{ N}$ ,  $|\vec{F}_B| = 10 \text{ N}$  et  $|\vec{F}_C| = 30 \text{ N}$

1°/ Moment de chacune des forces par rapport à O

- $\vec{M}_{\vec{F}_A}/O = \vec{OA} \wedge \vec{F}_A = |\vec{F}_A| \cdot |\vec{OA}| \cdot \sin 45^\circ = 20 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} = \mathbf{2,8 \text{ N.m}}$
- $\vec{M}_{\vec{F}_C}/O = \vec{OC} \wedge \vec{F}_C = -|\vec{F}_C| \cdot |\vec{OC}| \cdot \sin 120^\circ = -30 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \mathbf{-7,8 \text{ N.m}}$
- $\vec{M}_{\vec{F}_B}/O = \vec{OB} \wedge \vec{F}_B = |\vec{F}_B| \cdot |\vec{OB}| \cdot \sin 90^\circ = 10 \cdot 4 = \mathbf{-4 \text{ N.m}}$

2°/ Le sens de la force  $\vec{F}'_B$  qui doit être appliquée en B, perpendiculairement à la barre pour maintenir l'équilibre (voir schéma).

- **Grandeur de  $\vec{F}'_B$**

A l'équilibre la somme des moments des forces appliquées est nulle

$$\bullet \vec{M}_{\vec{F}_A}/O + \vec{M}_{\vec{F}_B}/O + \vec{M}_{\vec{F}_C}/O + \vec{M}_{\vec{F}'_B}/O = \mathbf{0}$$

$$\vec{M}_{\vec{F}'_B} = \vec{OB} \wedge \vec{F}'_B = |\vec{F}'_B| \cdot |\vec{OB}| \cdot \sin 90^\circ = -|\vec{F}'_B| \cdot |\vec{OB}|$$

$$\bullet \vec{M}_{\vec{F}_A}/O + \vec{M}_{\vec{F}_B}/O + \vec{M}_{\vec{F}_C}/O = \vec{M}_{\vec{F}'_B}/O = |\vec{F}'_B| \cdot |\vec{OB}|$$

$$2,8 - 7,8 - 4 = -|\vec{F}'_B| \cdot |\vec{OB}| \rightarrow |\vec{F}'_B| \cdot |\vec{OB}| = 9 \text{ N.m} \rightarrow |\vec{F}'_B| = \frac{9}{0,4} = \frac{9}{0,4} = 22,5 \text{ N}$$

$$|\vec{F}'_B| = 22,5 \text{ N}$$

Alors pour avoir l'équilibre on applique une force  $\vec{F}'_B$  en B et qui doit être dirigé vers le bas de module  $|\vec{F}'_B| = \mathbf{22,5 \text{ N}}$ .

3°/ La deuxième condition d'équilibre de la barre est donnée par le fait que la somme vectorielle des forces appliquées à la barre est **nulle**.

$$\bullet \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}'_B + \vec{R} = \mathbf{0}$$

$\vec{R}$  : C'est la réaction en O (voir schéma)

Puis on fait la projection des forces sur les axes Ox et Oy.

**Suivant l'axe Ox :**

$$R_x + F_{Ax} + F_{Bx} + F_{Cx} + F'_{Bx} = 0 \rightarrow R_x + F_A \cdot \cos 45^\circ - F_C \cos 60^\circ + 0 = 0$$

$$\rightarrow R_x + 20 \frac{\sqrt{2}}{2} - 30 \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \mathbf{R_x = 0,9 \text{ N}}$$

**Suivant l'axe Oy :**

$$R_y + F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} + F'_{By} = 0$$

$$R_y + F_A \cdot \sin 45^\circ + F_B + F_C \cos 30^\circ + F'_B = 0$$

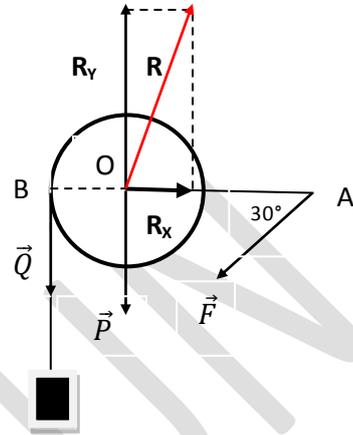
$$R_y + F_A \cdot \sin 45^\circ + 10 + F_C \cos 30^\circ - 22,5 = 0$$

$$R_y + 14,1 + 10 + 30 \frac{\sqrt{3}}{2} - 22,5 = 0 \rightarrow R_y = -27,6N$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

### Exercice 3

Le disque étant homogène le poids  $\vec{P}$  est appliqué en O de même  $\vec{R}$  à son point d'application O, par conséquent la somme des moments des forces appliquées par rapport à O est nulle.



- $\vec{M}_{\vec{Q}/O} + \vec{M}_{\vec{F}/O} + \vec{M}_{\vec{P}/O} = 0$

$$\overline{OB} \wedge \vec{Q} + \overline{OA} \wedge \vec{F} + \overline{OO} \wedge \vec{P} = 0$$

$$Q \cdot \frac{2l}{3} - F \cdot l \sin 30^\circ = 0$$

$$Q = 45N$$

- La somme des forces appliquées est égale à zéro

$$\vec{R} + \vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} = 0$$

- projections des forces sur les axes Ox et Oy

**suivant Ox :**

$$R_x - F \cos 30^\circ = 0$$

$$R_x = F \cos 30^\circ = 60 \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 52N$$

**Suivant Oy :**

$$R_y - P - Q - F \cos 60^\circ = 0$$

$$R_y - 15 - 45 - 30 = 0$$

$$R_y = 90N$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{52^2 + 90^2} \approx 104N$$

A. DJEKOUN