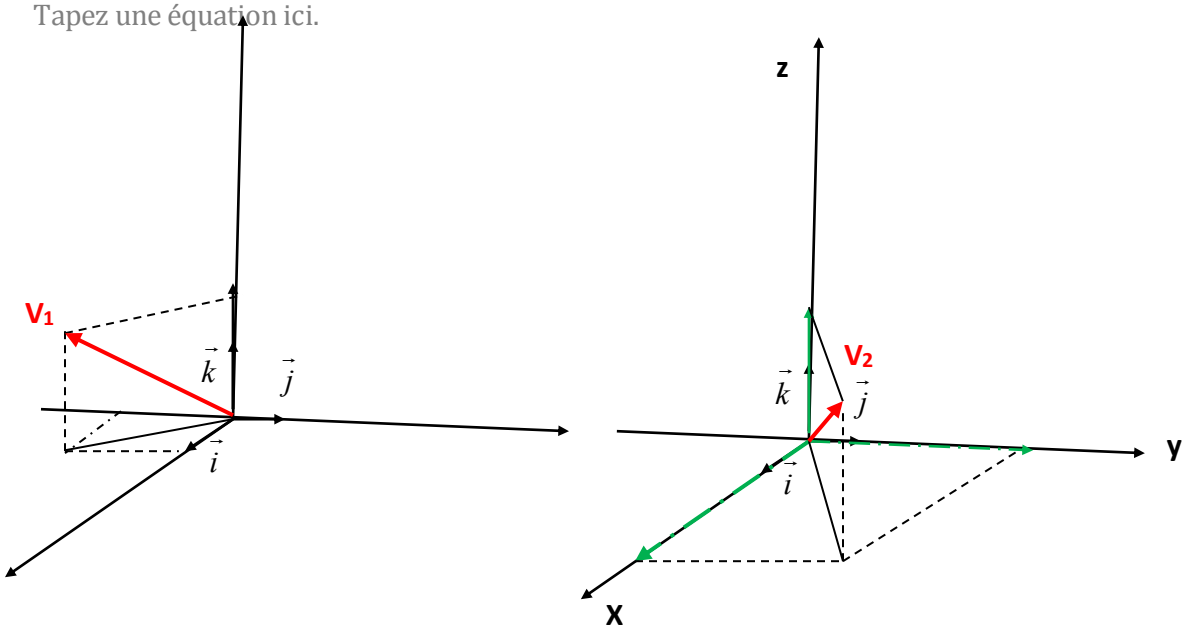
Solution TD2 sur les vecteurs

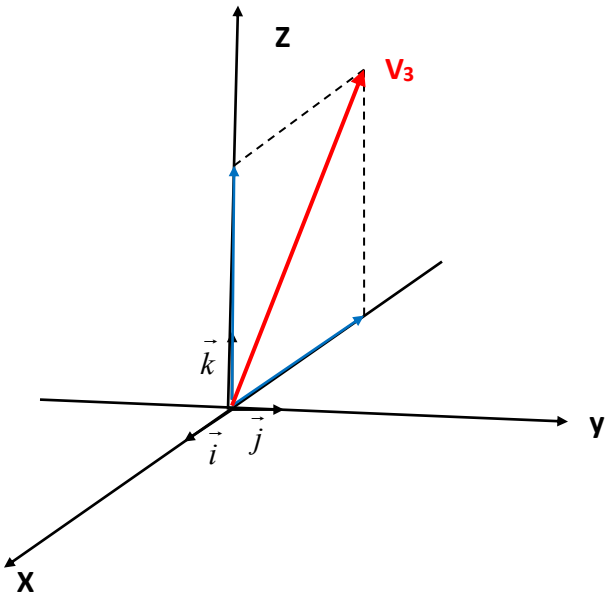
Exercice 1 :

a/ $\vec{V}_1 = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{V}_2 = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ et $\vec{V}_3 = -3\vec{i} + 4\vec{k}$

Représentation des 3 vecteurs dans un repère orthonormé

Tapez une équation ici.





b/ Les composantes du vecteur : $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = (1 + 4 - 3)\vec{\imath} + (-2 + 4 + 0)\vec{\jmath} + (2 - 2 + 4)\vec{k}$

$$\vec{V} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 4\vec{k}$$

c/ On peut écrire le vecteur $\vec{V}$ sous la forme $\vec{V} = |V|.\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire porté par

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{|V|} = \frac{2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}}{\sqrt{24}}$$

d/ $\vec{V}_1.\vec{V}_2 = 1.4 + (-2.4) + 2.4 = 4$

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 4 & 4 & -2 \end{vmatrix} = (-2x-2)-(4x2)\,\vec{i} - (1x-2)-(4x2)\,\vec{j} + (1x4)-(4x-2)\,\vec{k} = -4\vec{i} + 10\vec{j} + 12\vec{k}$$

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -4\vec{i} + 10\vec{j} + 12\vec{k}$$

Exercice 2 :

1°/ Expression du vecteur $\vec{r}$

$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$

2°/ Le module de $\vec{r}$ est :

$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

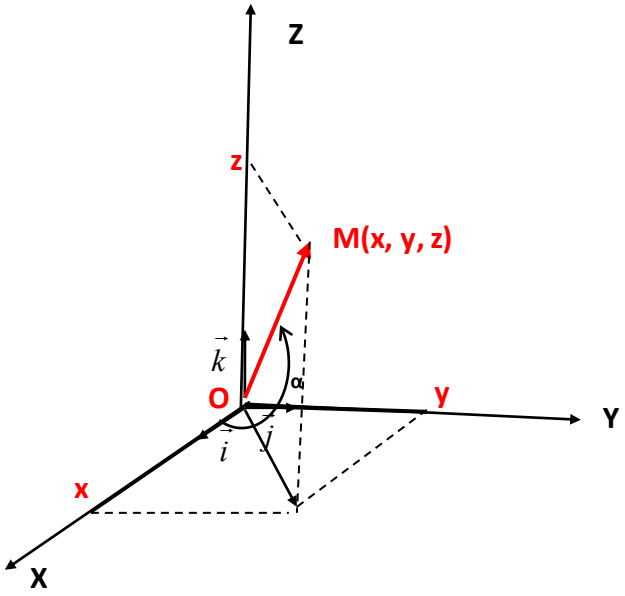
Avec x=1, y = 2, z =3.

$|\vec{r}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}$

$|\vec{r}| = \sqrt{14}$

3°/ Calcul de l'angle α compris entre :

$\vec{i}$ et $\vec{r}$



On applique le produit scalaire

$\vec{i}\,.\,\vec{r} = |\vec{i}\,|.|\vec{r}|.\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{i}\,.\vec{r}}{|\vec{i}\,|.|\vec{r}|}$$

Avec les composantes de $i(1,0,0) et\ r(1,2,3)$

Alors

$$\cos\alpha = \frac{\vec{i}\,.\vec{r}}{|\vec{i}\,|.|\vec{r}|} = \frac{1.1 + 0.2 + 0.3}{\sqrt{1}.\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$$