

FORCES ET MOMENTS DE FORCES

I. Notions de “force”

I.1. Généralités

Une utilisation importante de l’algèbre vectorielle est l’application qu’on en fait à la composition des forces.

Intuitivement, la notion de force est liée physiologiquement à l’idée d’effort musculaire. Plus précisément, on peut introduire des forces mécaniques de manière statique ou dynamique. Si un corps au repos est mis en mouvement, la cause du mouvement sera une force (notion dynamique)

I.2. Domaine d’application et unités de forces

A) *Point matériel et solide*

Un point est une “particule” de matière, sans dimension (ni volume, ni surface), mais de masse non nulle. Quant au solide, il s’agit d’un ensemble (fini ou non) de points matériels. Un corps sera dit “solide parfait”, s’il est indéformable, c’est-à-dire si la distance entre deux quelconques de ses points reste constamment inchangée.

Dans la suite du cours, nous considérerons tous les corps comme des corps solides parfaits.

B) Unités de forces

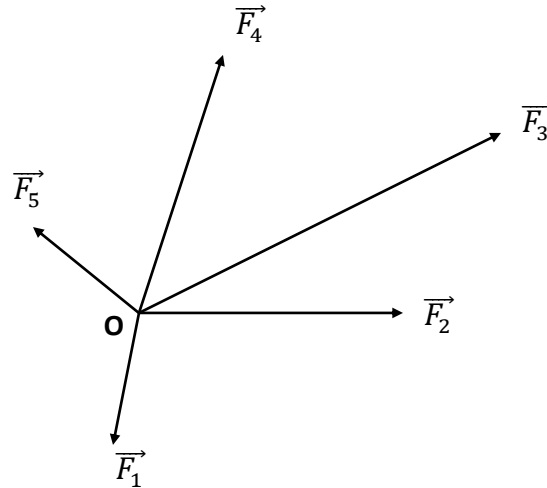
Dans le système international (SI), l’unité de force est le : newton [N]. La masse d’un corps peut être considérée, en première approximation, comme étant la quantité de matière qui le compose; l’unité de masse est le kilogramme [kg].

Définition : le newton [N] est la force qui communique à une masse de un kilogramme une accélération de 1 m/s^2 .

Remarque importante : Il ne faut pas confondre la notion de “masse” avec celle de “poids”. En effet, la masse est l’ensemble des molécules qui composent un corps tandis que le poids est la force.

I.3 Composition de forces concourantes

Si les forces sont concourantes c'est à dire si elles sont toutes appliquées au même point, leur résultante \vec{R} est une somme vectorielle.



Alors la résultante de plusieurs forces concourantes $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots = \sum_i^n \vec{F}_i$.

Si les forces sont coplanaires, c'est à dire dans le même plan, exemple le plan XOY nous avons alors

$$\vec{R} = R_x \vec{U}_x + R_y \vec{U}_y$$

Où

$$R_x = \sum_i^n F_i x$$

$$R_y = \sum_i^n F_i y$$

La grandeur (module) de \vec{R} est égale :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

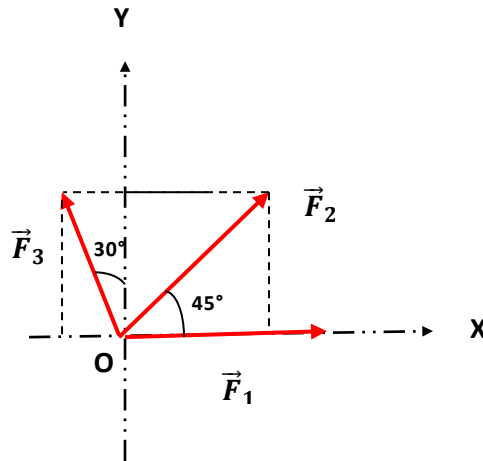
et sa direction est donnée par l'angle α tel que :

$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x}$$

Exemple :

Trouver la résultante des forces suivantes F_1 , F_2 , F_3 agissant sur un corps au point O (voir figure). $F_1 = 1200\text{N}$, $F_2 = 900\text{N}$ et $F_3 = 300\text{N}$

On fait la projection des forces sur les axes Ox et Oy.



$$\vec{R} = R_x \vec{U}_x + R_y \vec{U}_y$$

$$R_x = \sum_i^n F_i x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 1200 + F_2 \cos 45^\circ - F_3 \sin 30^\circ = 1200 + 900 \frac{\sqrt{2}}{2} - 300 \frac{1}{2}$$

$$R_x = 1200 + 636,3 - 150 = 1686,3\text{N}$$

$$R_y = \sum_i^n F_i y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 + F_2 \sin 45^\circ + F_3 \cos 30^\circ = 900 \frac{\sqrt{2}}{2} + 300 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$R_y = 636,3 + 259,8 = 896,1\text{N}$$

D'où

$$\vec{R} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \vec{R} = \sqrt{1686,3^2 + 896,1^2} = 1909,60\text{N}$$

$$\vec{R} = \mathbf{1909,60\text{N}}$$

$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{896,1}{1636,3} = 0,54$$

$$\rightarrow \alpha = \arctang(0,54) = 28,36^\circ$$

$$\alpha = \mathbf{28,36^\circ}$$

2.1. Moments de forces

2.2.1. Introduction et définition

L'expérience quotidienne nous montre que la seule notion de force ne suffit pas : par exemple, pour soulever un poids au moyen d'un levier coudé ACB, on a tout intérêt à appliquer l'effort (force \vec{F}) le plus loin possible à l'extrémité B du levier, si on désire que le module de \vec{F} soit le plus faible possible.

Ainsi donc, le "bras de levier" de \vec{F}) joue un rôle dans la composition des forces en présence.

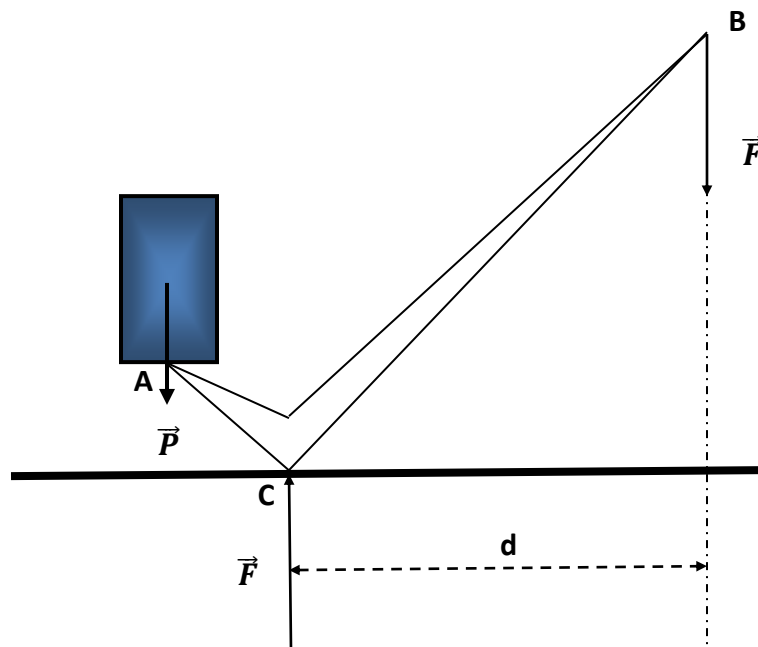


Figure 1. - Notion de moment de force

Notre expérience quotidienne nous indique que l'efficacité de la force \vec{F} à produire une rotation croît avec la distance (appelée bras de levier d) entre la ligne d'action de \vec{F} et le point de rotation C.

Considérons une force agissant sur un corps solide C qui peut tourner autour d'un point O fixe (**fig.2**). Si la force ne passe pas par O, elle aura pour effet de faire tourner le corps autour de O.

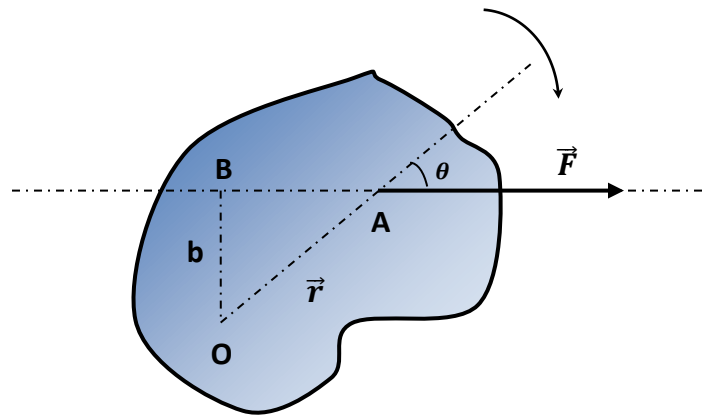


Figure. 2- Moment de force

OB = b (bras de levier)

A : le point d'application de la force \vec{F}

Alors, il est plus commode de définir dans ce cas une grandeur physique \mathcal{M} qu'on appellera moment de la force \vec{F} par l'expression :

Le module du moment de la force $|\vec{M}| = \text{le module de la force } |\vec{F}| \times \text{le bras de levier } b$

$$|\mathcal{M}| = |\vec{F}| \cdot b$$

Moment = force x bras de levier

On exprime un moment dans le système international en Nm (newton mètre).

Notons :

- ❖ qu'on peut déplacer une force le long de sa ligne d'action sans changer son moment (la distance $b = OA \cdot \sin \theta$ reste la même); avec $OA = r$.

alors

$$b = r \cdot \sin \theta$$

- ❖ que le mouvement de rotation sous l'action de \vec{F} s'effectue autour d'un axe de rotation perpendiculaire au plan formé par la force \vec{F} et le point O.

2.2.2. Moment d'une force par rapport à un point

A) Expression vectorielle

De ce qui précède, on peut conclure que le moment peut être considéré comme une grandeur vectorielle (**fig. 3**) donnée par le produit vectoriel :

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Où r est le vecteur position, par rapport au point O , du point où s'applique la force. Le moment a la même direction que le pouce de la main droite.

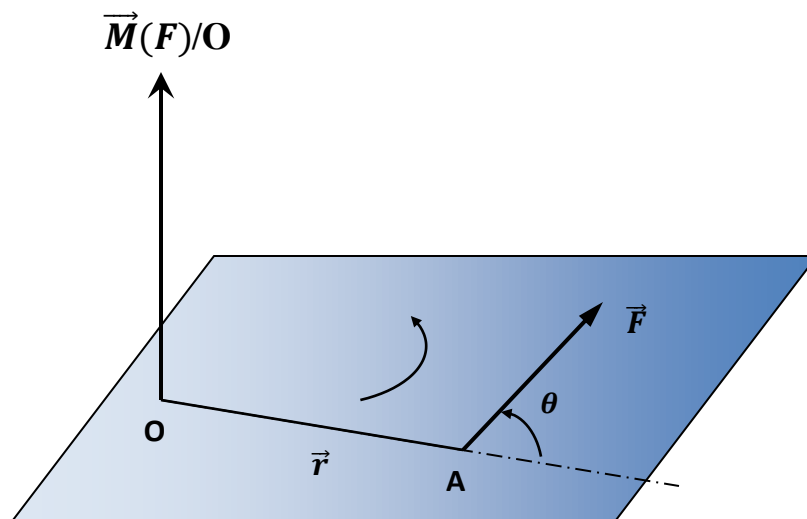


Figure .3. - Moment de force par rapport à un point.

Avec :

- le point par rapport auquel on cherche le moment;
- A, en fait, *un point quelconque* de la ligne d'action de la force.

\vec{M} (F)/O est donc un vecteur :

- lié au point P;
- perpendiculaire au plan formé par \vec{F} et OA;
- de module $|\vec{M}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \theta$

- Le moment d'une force est toujours défini *par rapport à un point donné*; si on change ce point de référence, en général le moment de la force change;
- $\vec{M}(F)/O = 0$ si O est sur la ligne d'action de $|\vec{F}|$ ou si $|\vec{F}| = 0$.

2.2.3. Moment de plusieurs forces concourantes

Considérons maintenant le cas de plusieurs forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n$ agissant en un point A.

Le moment par rapport à O de chaque \vec{F}_i est :

$$\vec{M}_i = \vec{r} \wedge \vec{F}_i$$

Remarquons que nous écrivons \vec{r} et \vec{r}_i , car toutes les forces sont appliquées au même point A. Alors le moment de la résultante \vec{R} est :

$$\vec{M}_i = \vec{r} \wedge (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots)$$

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{R} = \vec{r} \wedge \vec{F}_1 + \vec{r} \wedge \vec{F}_2 + \vec{r} \wedge \vec{F}_3 + \dots$$

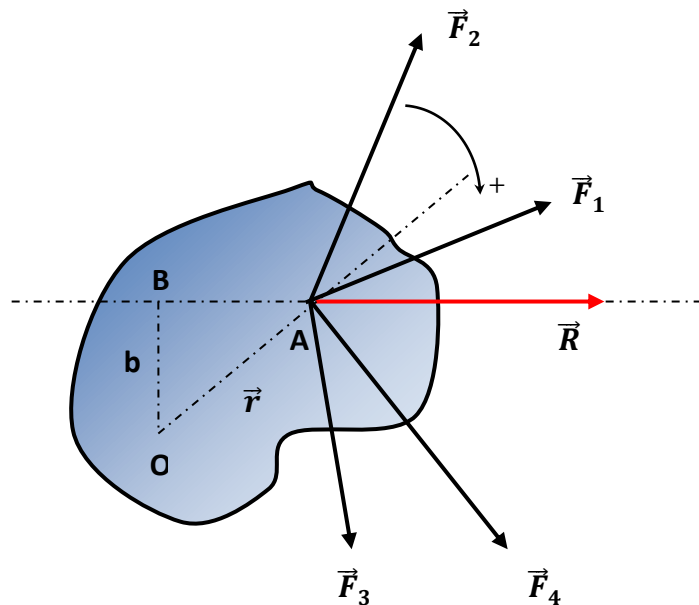


Figure .4. - Moment de plusieurs forces concourantes par rapport à un point.

Alors :

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \vec{M}_4 + \vec{M}_5 + \dots \dots \vec{M}_n = \sum_i^n \vec{M}_i$$

Ceci s'énonce que le moment de la résultante c'est la somme vectorielle des moments des forces composantes si elles sont concourantes.