VI.3. Lois exponentielle :

La plupart des phénomènes naturels sont soumis au processus de vieillissement. Il existe des phénomènes ou il n'ya pas de vieillissement ou d'usure. Il s'agit d'accidents, pour ces phénomènes, la probabilité pour un objet être encore en vie ou de ne pas tomber en panne avant un délai donné sachant que l'objet est en bon état à un instant t, ne dépend pas de t.
Donc : Le taux de défaillance $\lambda(t)$ est indépendant de l'âge (constant).
On a donc :

- **La distribution exponentielle de la fiabilité s'exprime : $R(t) = e^{-\lambda t}$**
- **La fonction de défaillance ou défiabilité $F(t)= 1- e^{-\lambda t}$**

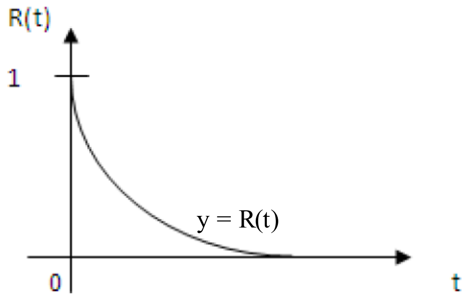

Fig.VI.4. probabilité de survie d'un dispositif suivant la loi exponentielle.

- **Esperance : $E(t) = \frac{1}{\lambda}$ = MTTF, uniquement pour cette loi.**

N.B :

La distribution exponentielle s'applique aux systèmes opérants en continu. C'est ce qu'on appelle distribution sans mémoire.

VI.4.Représentation de la logique d'un système

Représenter la logique d'un système, c'est représenter l'ensemble des états de fonctionnement et de non- fonctionnement du système, et les liaisons entre ces différents états.
Nous avons les deux types de représentations :

- **Le diagramme de fiabilité** : Qui représente les états de bon fonctionnement du système
- **L'arbre de défaillance** : Qui représente les états de défaillance du système.

VI.4.1. diagrammes de fiabilité

La méthode du diagramme de fiabilité est un graphe admettant une entrée et une sortie dont les blocs représentent les éléments du système.
On présente le principe de cette modélisation par des systèmes en série, en parallèles ou mixte.

VI.4.1.1. système série :

Un système composé de plusieurs sous-systèmes est dit en série si la défaillance d'un de ses composants entraine la défaillance du système global.
Le système en série est représenté par la figure suivante. Un système composé d'au moins deux sous-systèmes. La défaillance d'un d'entre eux, entraine la défaillance du système.

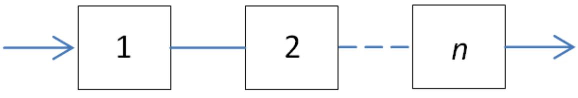

Fig. VI.5. diagramme en série

Comme les sous-systèmes sont indépendants du point de vue de leur défaillance, ou obtient :

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} Ri(t)$$

Si le taux de défaillance est constant pour chaque sous –système (λ_i), donc :
Donc : le taux de défaillance du système est donc :

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda i$$

Et, MTTF du système est :

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda i}$$

Et, alors la fiabilité du système est donnée par la forme suivante :

$$R(t) = \exp(-(\sum_{i=1}^{n} \lambda i)t)$$

Dans le cas où toutes les composantes ont le même taux de défaillance, MTTF du système est:

$$\text{MTTF} = \frac{1}{n\lambda}$$

VI.4.1.2. système parallèle :
Le système est dit en parallèle s'il fonctionne dès que l'un au moins des sous-systèmes fonctionne, sa défaillance implique la défaillance de tous les sous-systèmes.

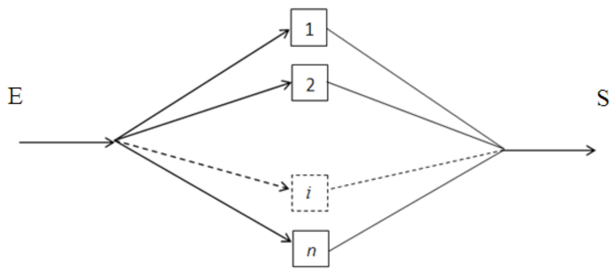

Fig. VI.6. Système en parallèle.

Si les sous-systèmes sont mutuellement indépendants, alors la fiabilité du système s'ecrit sous la forme :

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - Ri(t))$$

VI.4.1.3. Systèmes mixtes :

- **Système en parallèle-série**

Un système en parallèle-série est présenté par la figure suivante :

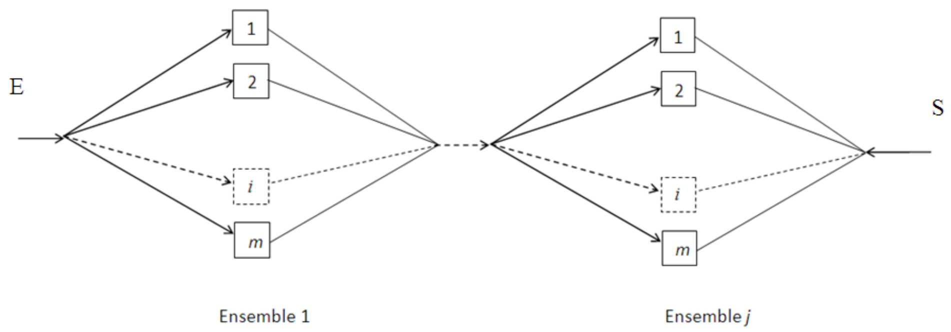

Fig. VI.7. Système en parallèle-série

La fiabilité d'un ensemble *j est donnée par :*

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{mj}(1 - Rij(t))$$

Ou $R_{ij}(t)$ est la fiabilité de l'élément i du $j^{iéme}$ ensemble. Par conséquent, la fiabilité du système global est :

$$R(t) = \prod_{j=1}^{n}[1 - \prod_{i=1}^{mj}(1 - Rij(t))]$$

- **Système en série-parallèle :**
  Un système mixte série-parallèle est présenté par la figure suivante :

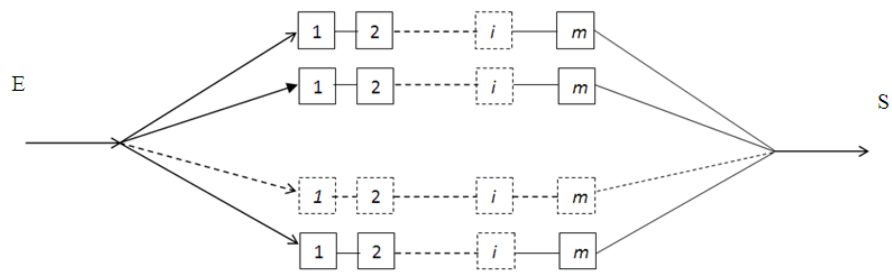

Fig. VI.8. Système parallèle- série

La fiabilité d'une branche s'écrit :

$$R(t) = \prod_{i=1}^{mj} Rij(t)$$

Et la fiabilité de l'ensemble est :

$$R(t) = 1 - \prod_{j=1}^{n}\left(1 - \prod_{i=1}^{mj} Rij(t)\right)$$