

Examen

Exercice 1 (5.5pts) : Le tableau suivant est le résultat d'une étude sur le nombre de caries dentaires que présentent les élèves d'une école lors d'un contrôle :

Nombre de caries	0	1	2	3	4
Nombre d'élèves	24	28	16	18	8

- 1- Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ? Donner son type.
- 2- Donner une représentation graphique de cette variable statistique.
- 3- Déterminer le mode et les quartiles de cette distribution.

Exercice 2 (4.5pts): Ce tableau donne les notes de physique obtenues par un groupe d'étudiants:

Classes	[0-4[[4-8[[8-12[[12-16[[16-20[
Effectifs	5	29	43	17	6

- 1-Tracer le polygone des effectifs
- 2-Calculer la moyenne de cette distribution en utilisant un changement de variables.
- 3-La population est elle homogène ?

Exercice 3 (3.75pts) :

Soient deux évènements A et B tels que $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5$ et $P(A \cap B) = 0.2$

- 1) a- Les évènements A et B sont ils incompatibles?
b- Les évènements A et B sont ils indépendants?
- 2) Calculer $P(A \cap B/B), P(A \cup B/B), P(A \cap \bar{B}/B)$ et $P(A/\bar{B})$.

Exercice 4 (6.25pts) :

A) Définir l'espace fondamental associé au lancer de 2 dés équilibrés dans les cas suivants et calculer son cardinal:

- i) on distingue les deux dés.
- ii) on ne distingue pas les deux dés.
- iii) on s'intéresse à la somme des résultats obtenus.

B)Un lot de 100 dés dont 25 sont truqués telle que la probabilité d'obtenir 6 est 0.5. On choisit au hasard un dé, on le lance et on obtient 6. Quelle est la probabilité que le dé soit truqué?

BON COURAGE

Exo 1:

1. pop: 94 élèves d'une école. (0,15)

2) Caractère: Nombre de caries dentaires d'un élève; type du caractère: quantitatif discret (0,15)

3. Mode: $M_0 = 1$ carie correspond à $n_{max} = 28$. (0,25)

• Quartiles:

$N = 94 = 2 \times 47 = 2k$ (pair). (0,25)

$\Rightarrow Q_2 = Me = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$ (0,25)

$Q_2 = \frac{x_{47} + x_{48}}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1$ carie (0,15)

Q_1 : médiane de la 1^{ère} demi-série

$k = 47 = 2 \times 23 + 1 = 2p + 1$ (impair) (0,25)

$Q_1 = x_{p+1} = x_{24} = 0$ carie (0,15)

Q_3 : "médiane de la 2^{ème} demi-série".

$Q_3 = x_{k+p+1} = x_{71} = 3$ caries. (0,15)

2. nbre d'élèves

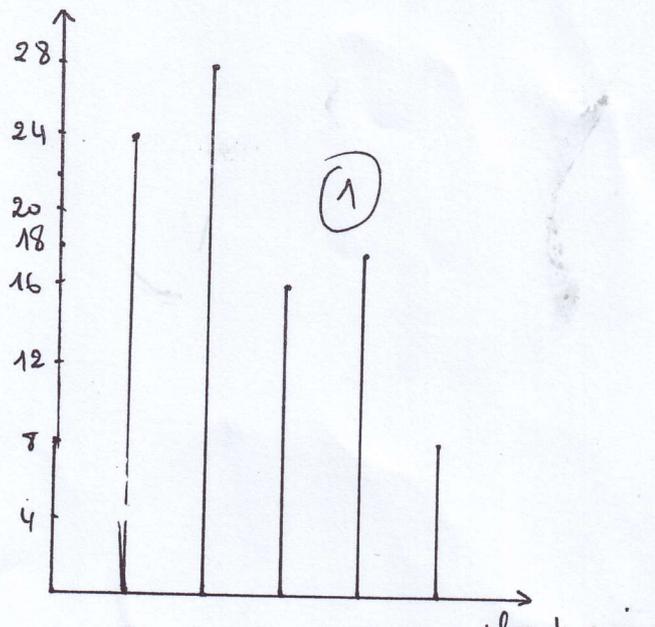


diagramme en bâtons (0,25)

Exo 2:

classes	[0,4[[4,8[[8,12[[12,16[[16,20[Total
centres de classes $\bar{x}_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$	2	6	10	14	18	-
effectifs: n_i	5	29	43	17	6	100
$z_i = \frac{x_i - 10}{4}$ (1)	-2	-1	0	1	2	-
$n_i z_i$	-10	-29	0	17	12	-10
$n_i z_i^2$	20	29	0	17	24	90

1. Moyenne: (1) $\Rightarrow x_i = 4z_i + 10$
 2) donc $\bar{X} = 4\bar{z} + 10$ avec $\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i z_i}{N} = \frac{-10}{100} = -0,1$ (0,25)

$\Rightarrow \bar{X} = 4(-0,1) + 10 = 9,6$ (0,25)

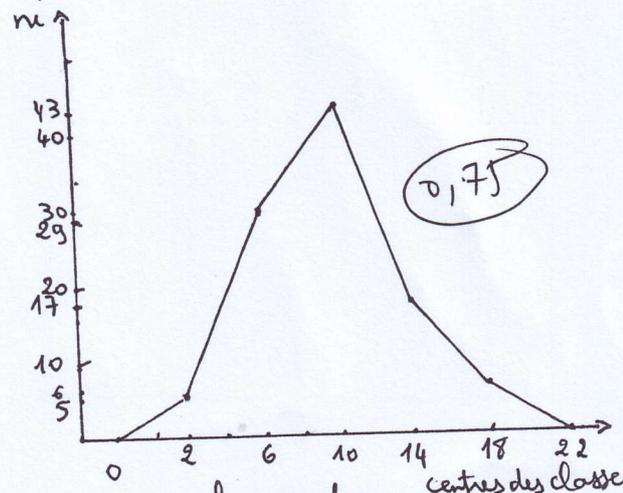
3. Coefficient de variation:

$CV_x = \frac{\sigma_x}{\bar{X}} \times 100$ (0,25)
 $\sigma_x = 4\sigma_z$ avec $\sigma_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 n_i z_i^2}{n} - \bar{z}^2} = \sqrt{\frac{90}{100} - (-0,1)^2}$

$\sigma_z = \sqrt{0,9 - 0,01} = \sqrt{0,89} = 0,94$ (0,25)

$\sigma_x = 4(0,94) = 3,76$ (0,25)

$\Rightarrow CV_x = \frac{3,76}{9,6} \times 100 \approx 39\% > 15\% \Rightarrow$ la population est hétérogène. (0,15)



polygone des effectifs

Ex 3: $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,2$.

1) $P(A) \cdot P(B) = 0,3 \times 0,5 = 0,15 \neq 0,2 = P(A \cap B) \Rightarrow$ les évts ne sont pas indépendants

a- $P(A \cap B) = 0,2 \neq 0 \Rightarrow A$ et B ne sont pas incompatibles

2) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(A \cap B|B) = \frac{P(A \cap B \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$

$P(A \cup B|B) = \frac{P[(A \cup B) \cap B]}{P(B)} = \frac{P(A \cup B \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$

$P(A \cap \bar{B}|B) = \frac{P[(A \cap \bar{B}) \cap B]}{P(B)} = \frac{P[A \cap (B \cap \bar{B})]}{P(B)} = \frac{P(A \cap \emptyset)}{P(B)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B)} = 0$

$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0,3 - 0,2}{1 - 0,5} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2$

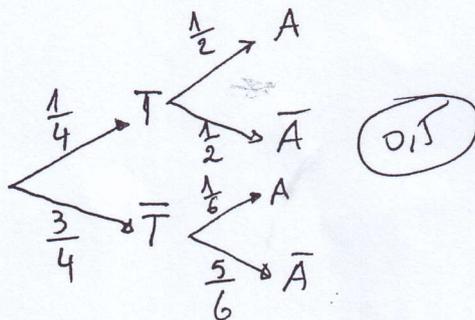
Ex 4

- 1) i) $\Omega = \{(i, j) : i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$ card $\Omega = 6 \times 6 = 36$ (l'ordre est important et il y a rép.).
 ii) $\Omega = \{\{i, j\} : i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$ card $\Omega = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 15$ (ni ordre, ni répétitifs).
 iii) $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ card $\Omega = 11$

T: "le dé est truqué"
 A: "On obtient 6"

$P(T) = \frac{\text{nbre de cas favorables}}{\text{nbre de cas possibles}} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$P(A|T) = 0,5 = \frac{1}{2}$



$P(T|A) = \frac{P(A|T) P(T)}{P(A|T) P(T) + P(A|\bar{T}) P(\bar{T})}$

$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{2}{8}}$

$P(T|A) = \frac{1}{2}$

(formule de Bayes avec le système complet $\{T, \bar{T}\}$ et l'évnt A)