

Faculté des Sciences

Tronc commune Mathématiques et Informatique

Travail personnel (Analyse2)

Partie I (Calcul des intégrales)

Dans les exercices de 1 à 4 choisir deux intégrales à évaluer parmi quatre.

Exercice 1.Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}, g(x) = \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}, h(x) = \cos x \cdot \sin^2 x, k(x) = \frac{1}{x \ln x}$$

Exercice 2(Intégration par parties). Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 x e^x dx, J = \int_1^e x^2 \ln x dx, K = \int \arctan x dx, E = \int (\ln x)^2 dx.$$

Exercice 3(Changement de variables) Calculer les intégrales :

$$\int_1^2 \frac{e^x}{1+e^x} dx, \int_1^4 \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dt, \int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx, \int \tan x dx.$$

Exercice 4.(Fractions rationnelles). Calculer :

$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 2} dx, \int \frac{1}{x^2 - x + 1} dx, \int \frac{1}{x^2 + 4} dx, \int \frac{dx}{1 - x^2}.$$

Exercice 4(Intégration des fonctions en sinx et cosx). Calculer :

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}, \int \frac{1}{5+3\cos x} dx, \int (\sin x)^3 (\cos x)^3 dx, \int \sin 3x \cdot \cos 2x \cdot dx$$

Exercice 5.(Obligatoire)

1- Soit $I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^n}, n \in \mathbb{N}^*.$

Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n puis déduire la valeur de I_3 .

2- En utilisant la somme de Riemann calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1^3}{n^4} + \frac{2^3}{n^4} + \dots + \frac{n^3}{n^4} \right)$

Partie II (Equations différentielles)

Exercice 1. (Equations différentielles du premier ordre)

Résoudre les équations :

1- $\frac{dy}{dx} = 2xy^{-2}$

2- $\frac{dy}{dx} = xy + 2x$

3- $\frac{dx}{1+x^2} + ydy = 0$

4- $y' + y = \frac{1}{1+e^x}$

5- $(1+x)y' + y = 1 + \ln(1+x)$

Exercice 2. (Equations différentielles du deuxième ordre sans second membre)

Résoudre les équations suivantes :

1- $y'' - 2y' + y = 0$

2- $y'' + 9 = 0$

3- $y'' - 4y' + 3y = 0$

Bon courage