

## VI.4.2. Arbre de défaillance (AdD) :

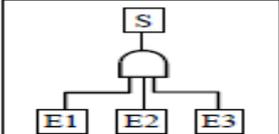
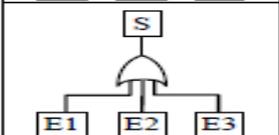
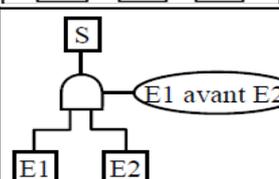
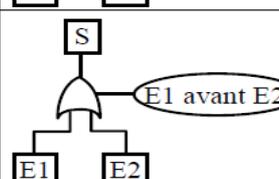
Un arbre de défaillances (AdD) modélise l'ensemble des combinaisons d'événements et de conditions qui peuvent aboutir à l'événement indésirable (également appelé événement sommet) exemple : pas d'alimentation électrique, le moteur ne démarre pas,...etc. L'identification de cet événement est absolument essentielle à l'efficacité et à la pertinence de la méthode.

### VI.4.2.1. Construction de l'arbre :

- **événement indésirable (sommet) :** La première étape réside dans la définition de l'événement indésirable :
- **Les événements intermédiaires :** sont des événements moins globaux que l'événement sommet. Une fois ces événements définis, ils seront liés à l'événement sommet via un connecteur logique.
- **Les connecteurs logiques :** sont la liaison entre les différentes branches et/ou événements. Les connecteurs les plus classiques sont **ET** et **OU**.
- **Événement de base :** Les événements de base sont les événements les plus fins de l'arbre, il ne sera pas possible de les détailler davantage.

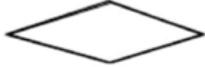
Les symboles graphiques les plus utilisés sont les suivants :

- **Portes logiques :**

	Porte ET
	Porte OU
	Porte ET avec condition
	Porte OU avec condition

- **Événements :**

	rectangle	Représentation d'un événement (événement indésirable ou intermédiaire) résultant de la combinaison d'autres événements par l'intermédiaire d'une porte logique.
	cercle	Représentation d'un événement élémentaire ne nécessitant pas de futur développement

	<p>Losange</p>	<p>Représentation d'un événement de base non développé.</p>
	<p>Triangle</p>	<p>Renvoi vers un sous-arbre </p> <p>Sommet d'un sous-arbre </p>

### Exemple 1:

Voici un exemple d'analyse par arbre de défaillances d'un système simple constitué d'une ampoule fonctionnant sur batteries et dont la mise en action est commandée à l'aide d'un bouton poussoir.

- **Événement redouté :**  
⇒ **L'ampoule ne s'allume pas.**
- **Premier niveau :**  
⇒ **Événements de niveau inférieur pouvant générer l'événement redouté :**
  - Défaillance au niveau du bouton poussoir;
  - Défaillance des batteries A et B (redondance) ;
  - Défaillance de l'ampoule.
- **Second niveau :**  
⇒ **Événements pouvant être à l'origine de l'indisponibilité du bouton poussoir :**
  - Erreur de l'opérateur (pression trop forte sur le bouton) ;
  - Dégradation des fils au niveau de l'interrupteur ;
  - Blocage du mécanisme.
- ⇒ **Événements pouvant être à l'origine de l'indisponibilité d'une batterie :**
  - Décharge complète de la batterie.
- ⇒ **Événements pouvant être à l'origine de la défaillance de l'ampoule :**
  - Agression mécanique de l'ampoule ;
  - Défaillance de l'ampoule elle-même.

L'arbre de défaillances correspondant à cette analyse est le suivant :

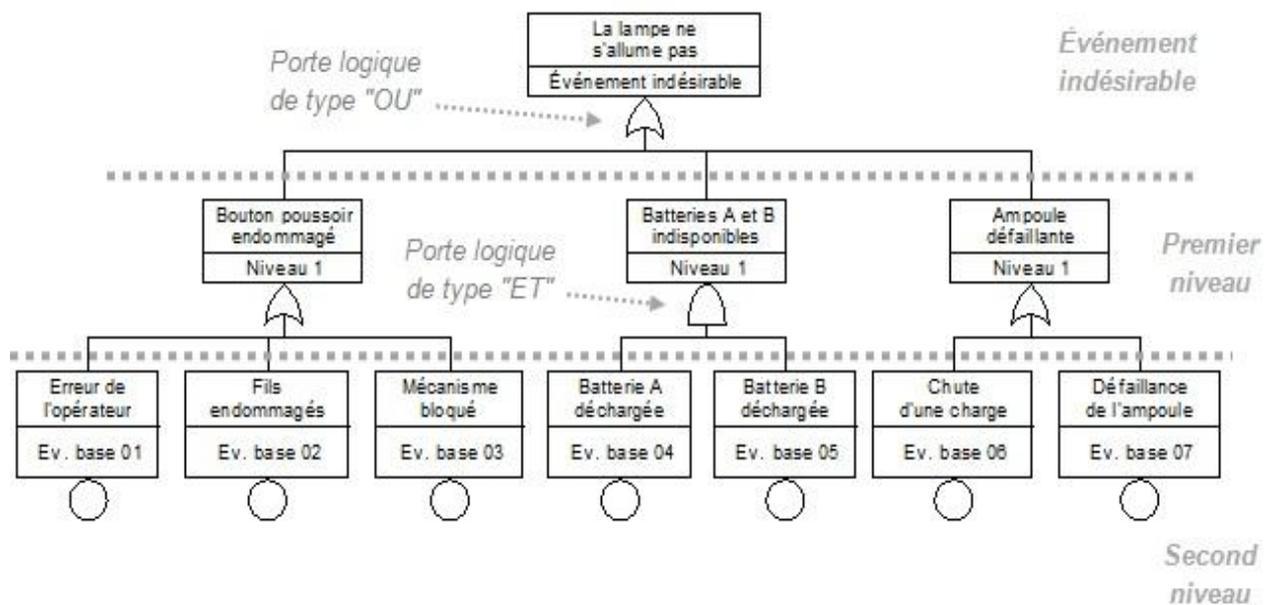


Fig. VI.12 Exemple d'analyse par arbre de défaillances d'un système simple : une lampe alimentée par batterie.

### Exemple 2 (à résoudre):

Construire l'AdD pour l'évènement : « piratage du compte courant » suite au vol du carnet de chèques ou du vol de la carte magnétique et de la captation de son code.

### VI.6.3. Exploitation de l'arbre

#### VI.6.3.1. Réduction de l'arbre:

La coupe minimale (ou chemin critique), est Plus petite combinaison d'évènement entraînant l'évènement indésirable.

La recherche des coupes minimales se fait traditionnellement à partir de l'AdD en appliquant les règles classiques de simplification des expressions booléennes à la fonction logique sous-jacente qu'il représente.

Si on retire à une coupe minimale un seul de ses éléments, le reste ne suffit plus à produire l'évènement redouté.

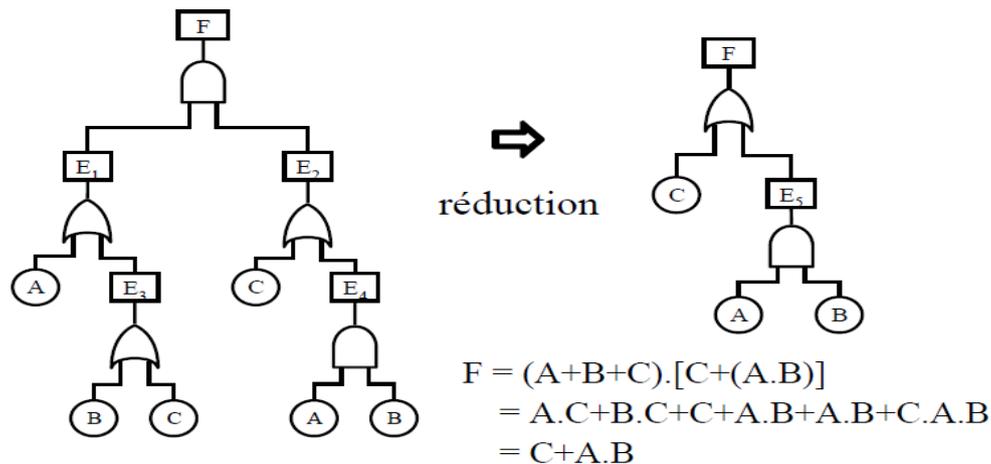
La réduction de l'équation de l'arbre de défaillance se fait grâce à l'algèbre de Boole :

Propriétés	Produit	Somme
Commutativité	$A.B = B.A$	$A + B = B + A$
Idempotence	$A . A = A$	$A + A = A$
Absorption	$A . (A+B) = A$	$A + A.B = A$
Associativité	$A . (B . C) = (A . B) . C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
Distributivité	$A . (B + C) = A.B + A.C$	$A + B.C = (A+B) . (A+C)$

Selon l'algèbre de Boole, la porte ET et OU s'expriment comme suit :

- La porte ET  $\Rightarrow$  produit (x)
- La porte ou  $\Rightarrow$  somme (+)

### Exemple d'application : « coupes minimales »



#### VI.6.3.2. Exploitation quantitative :

L'exploitation quantitative d'un AdD consiste principalement à calculer la probabilité d'occurrence de son événement sommet (ER). Cette exploitation n'est possible que si l'on dispose de données numériques relatives aux probabilités d'occurrence de tous les événements de base de l'AdD.

Quelle que soit la méthode de calcul, l'évaluation quantitative d'un AdD suppose l'indépendance de tous les événements de base.

En pratique, il est souvent difficile d'obtenir des valeurs précises de probabilités des événements de base. En vue de les estimer, il est possible de faire appel à :

- Des bases de données,
- Des jugements d'experts,
- Des essais lorsque cela est possible,
- Au retour d'expérience sur l'installation ou des installations analogues.

À partir des probabilités des événements de base, on peut appliquer, d'une manière ascendante, les deux règles de base suivantes :

Porte ET :  $P(S) = P(E1).P(E2)$

Porte OU :  $P(S) = P(E1) + P(E2) - P(E1).P(E2)$  (théorème de Poincaré)

Avec :

**S** : événement de sortie

**E1** et **E2** : événements de base

Cette exploitation quantitative de l'arbre, au même titre que son exploitation qualitative, ne peut être effectuée qu'à partir d'un arbre réduit.

#### Exemple :

On applique cette démarche à l'arbre de défaillance réduit de l'exemple précédent,

Les probabilités des événements de base sont par exemple :

$$P(C) = 10^{-6}$$

$$P(A) = 10^{-3}$$

$$P(B) = 10^{-2}$$

$$\text{Donc : } P(EF) = P(C) + P(A).P(B) - P(A).P(B).P(C) = 1.1. 10^{-5}$$

Notons, que pour des éléments de base de faible probabilité, la probabilité de l'événement final est sensiblement égale à la somme des probabilités affectées aux coupes minimales.