Télécommunication fondamentale

Chapitre 2 :

Filtrage analogique

I) Définition et types filtres

Définition : La fonction filtrage analogique sert à assurer la suppression des signaux de fréquence non désirée. Il existe deux types de filtres analogiques:

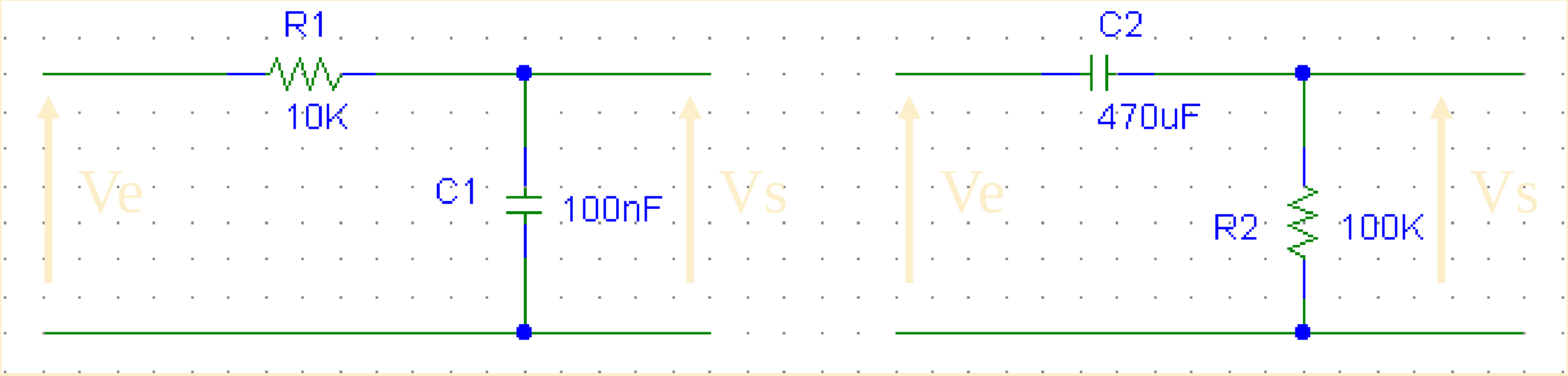
Les filtres actifs :

Il y a amplification de la puissance du signal d'entrée par un élément actif (AOP, Transistor).

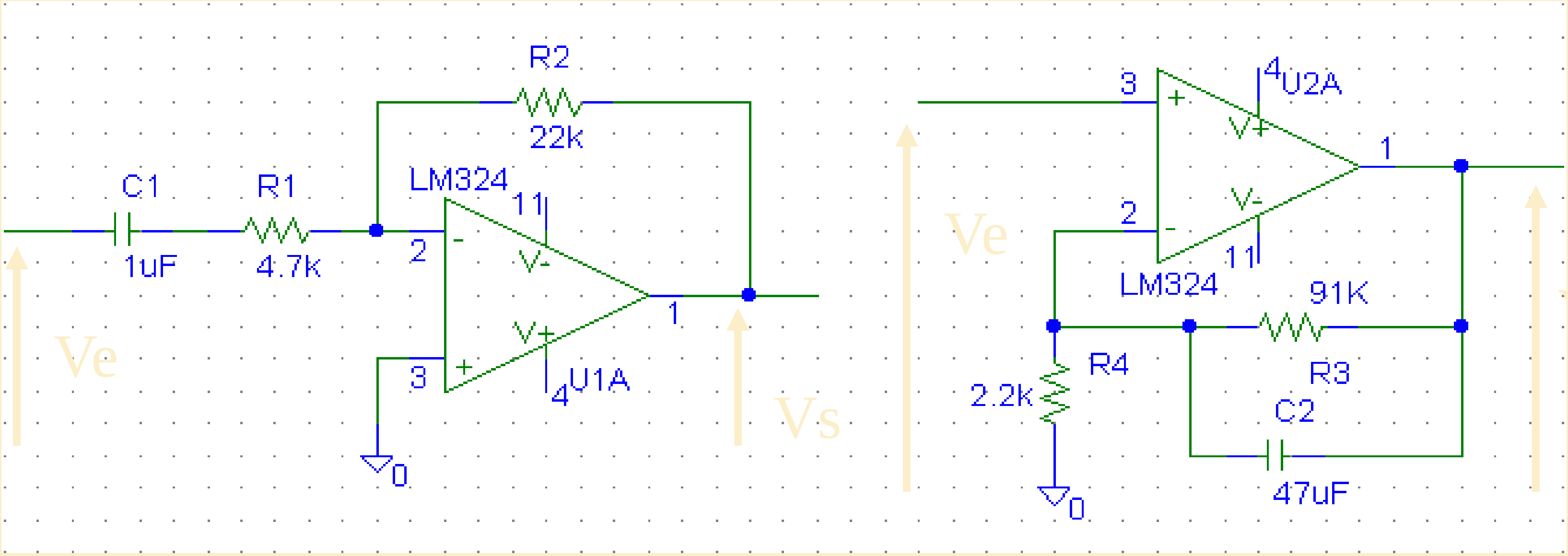
Les filtres passifs :

Il ne sont composés que d'éléments passifs (résistances, condensateurs, bobines).

Exemples de filtres Passifs :



Exemples de filtres Actifs :



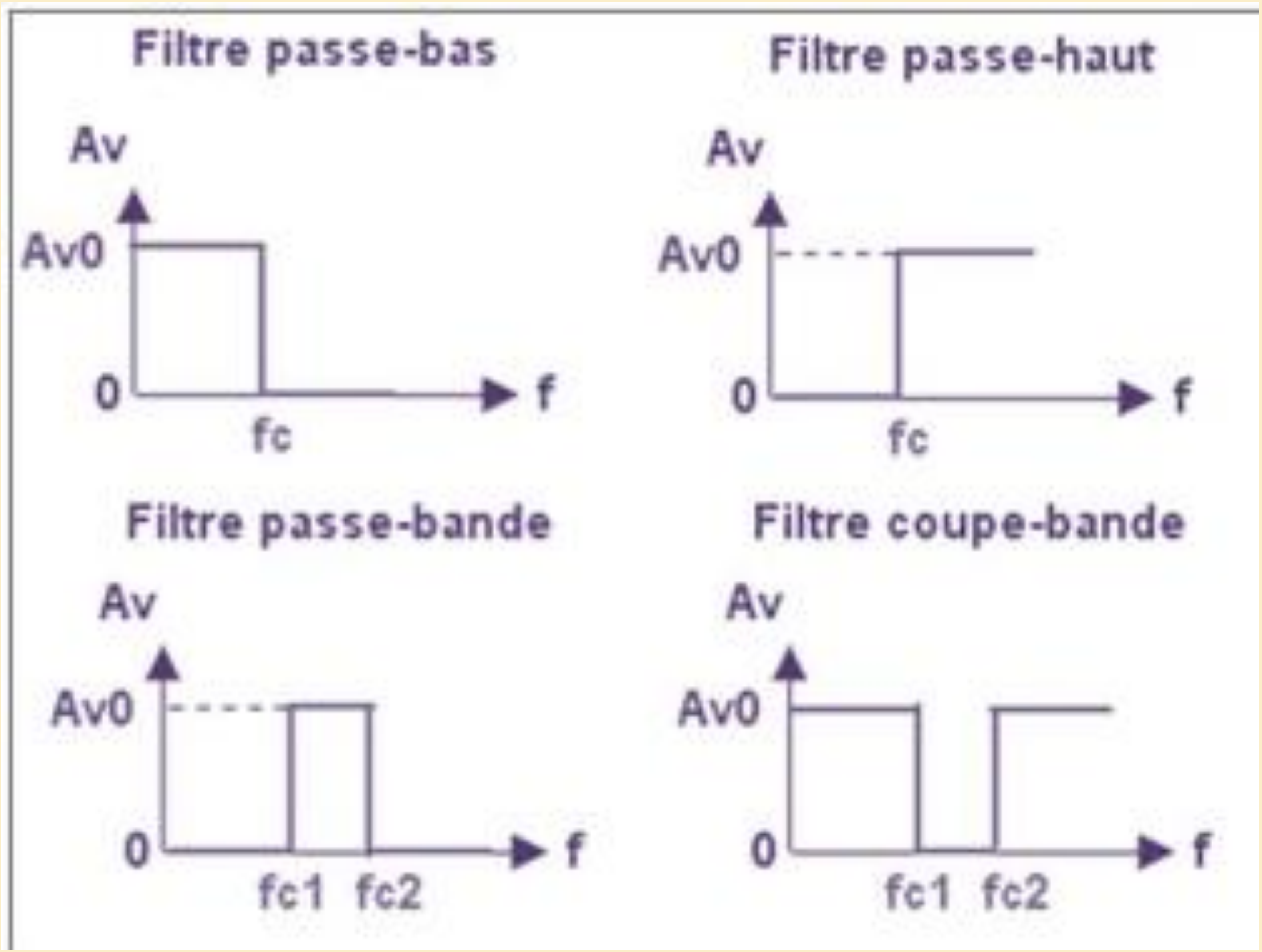
II) Différents types filtres

Qu’ils soient actifs ou passifs, les filtres analogiques laissent ou ne laissent pas passer certaines fréquences.

Ainsi on distingue essentiellement 4 sortes de filtres analogiques :

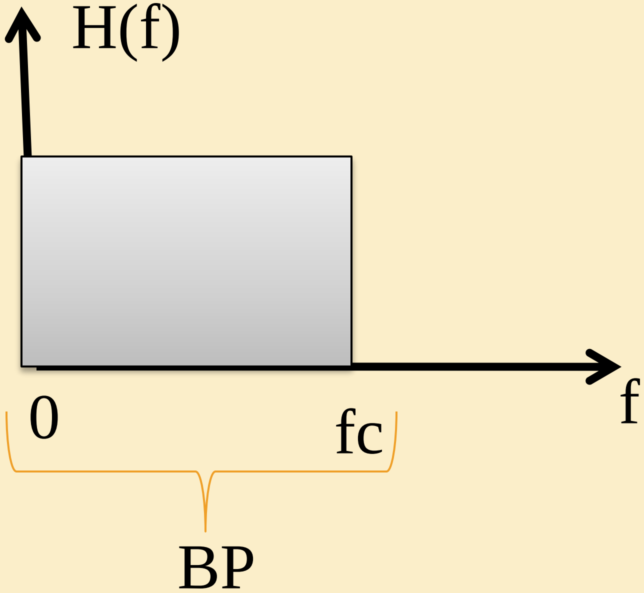
- **Les filtres Passe-Bas** (ne laissent passer que les fréquences basses)
- **Les filtres Passe-Haut** (ne laissent passer que les fréquences hautes)
- **Les filtres Passe-Bande** (ne laissent passer qu’une plage de fréquences)
- **Les filtres Coupe-Bande** (ne laissent pas passer une plage de fréquences)

II) Action des différents filtres

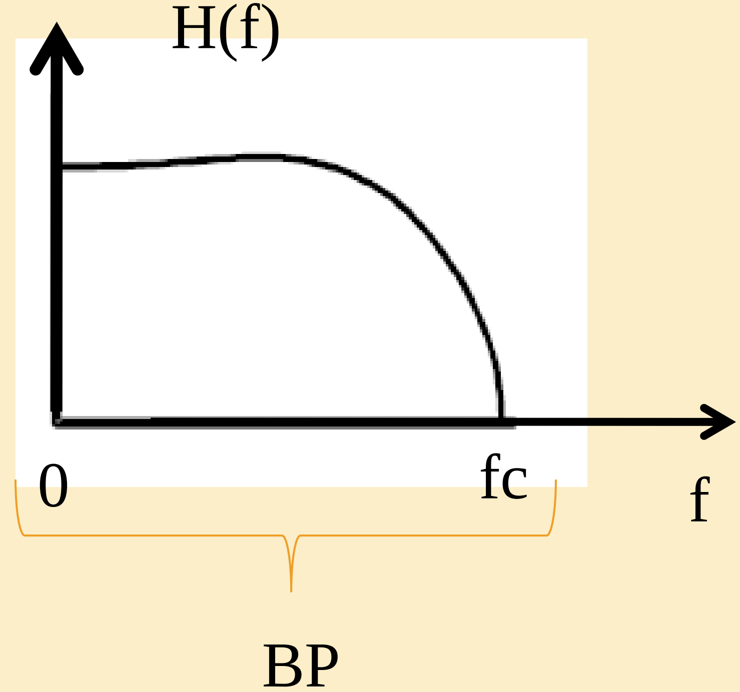


II) Différents types de filtres

<u>Les filtres Passe-Bas</u> (ne laissent passer que les fréquences basses)



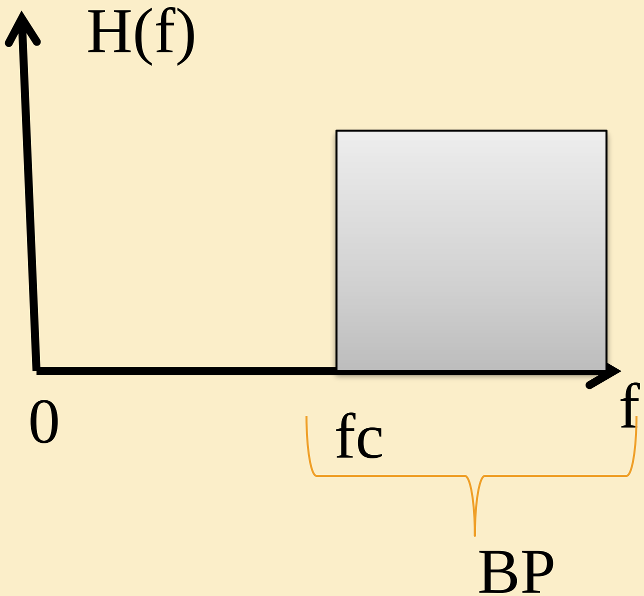
Réponse fréquentielle d'un filtre passe-bas idéal



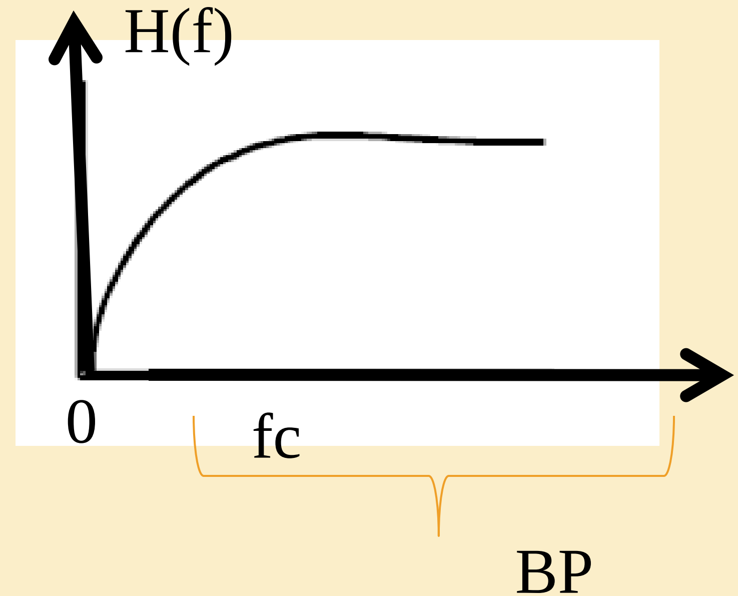
Réponse fréquentielle d'un filtre passe-bas réel

II) Différents types de filtres

•**<u>Les filtres Passe-Haut</u>** (ne laissent passer que les fréquences hautes)



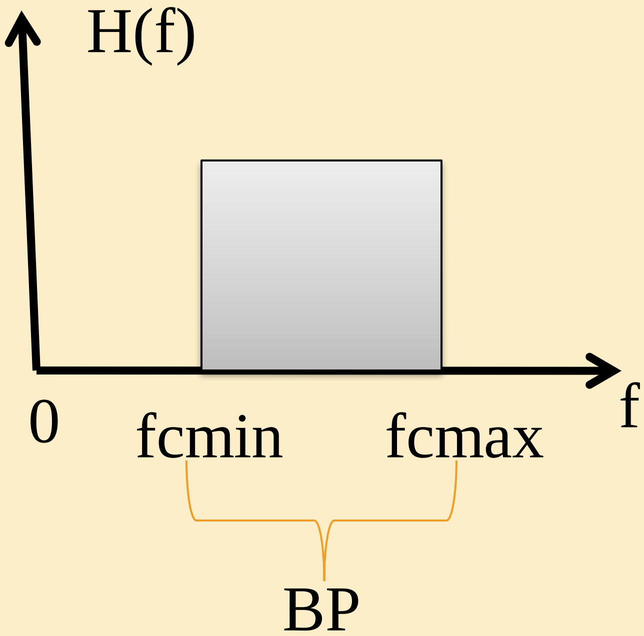
Réponse fréquentielle d'un filtre passe-haut idéal



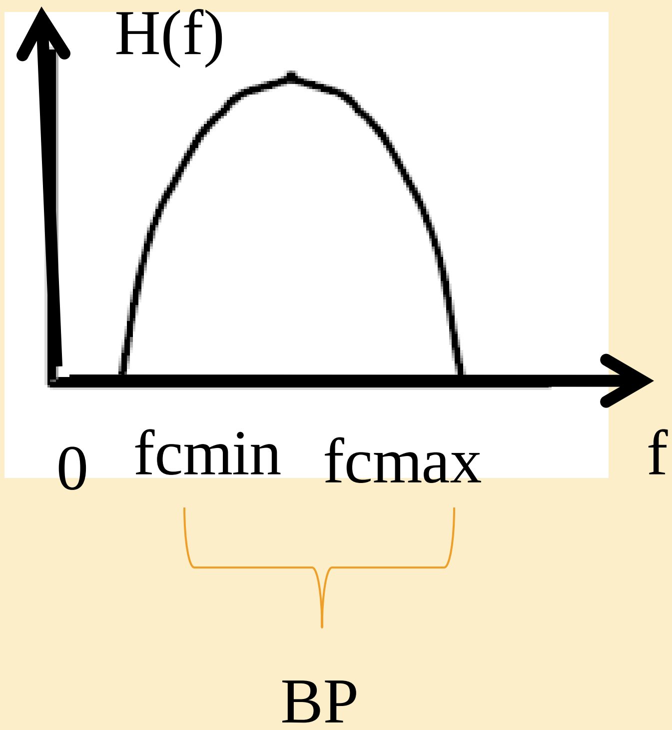
Réponse fréquentielle d'un filtre passe-haut réel

II) Différents types de filtres

<u>Les filtres Passe-Bande</u> (ne laissent passer qu'une plage de fréquences)



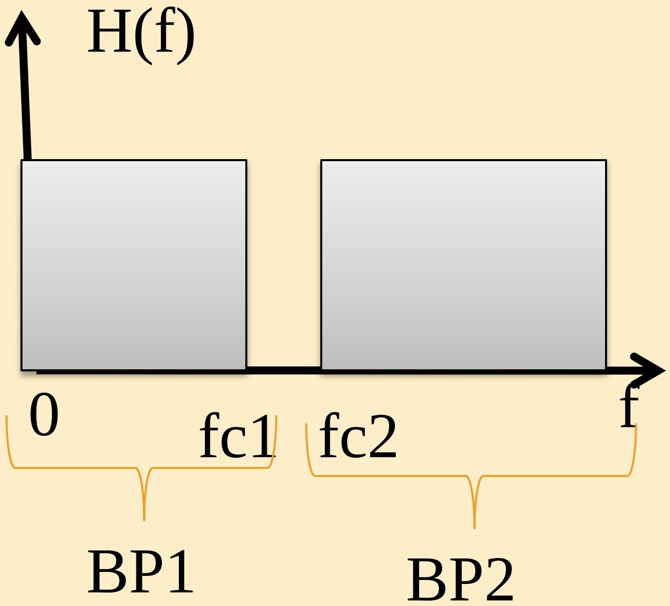
Réponse fréquentielle d'un filtre passe-bande idéal

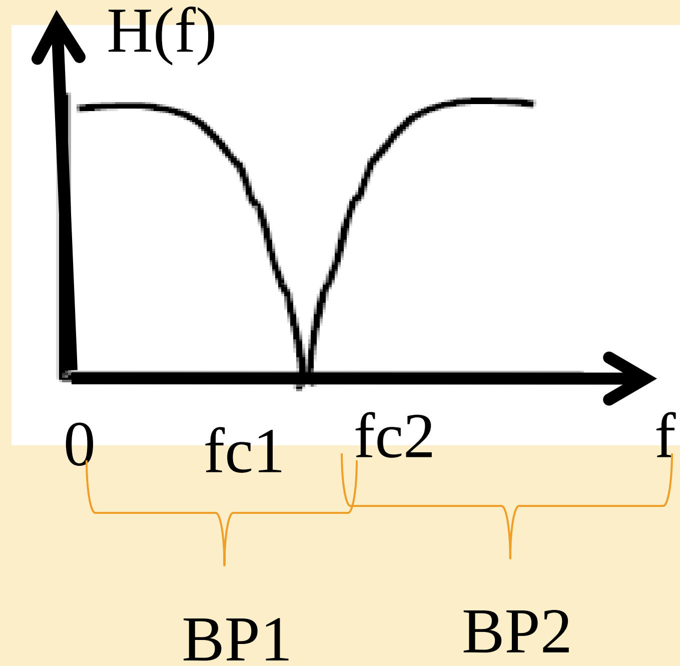


Réponse fréquentielle d'un filtre passe-bande réel

II) Différents types de filtres

<u>Les filtres Coupe-Bande</u> (ne laissent pas passer une plage de fréquences). Appelé aussi filtre rejecteur





Réponse fréquentielle d'un filtre coupe-bande idéal

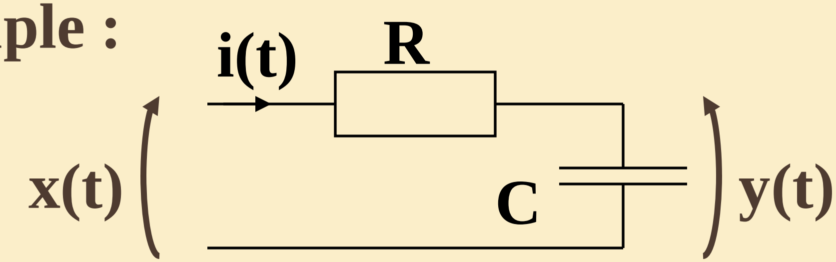
Réponse fréquentielle d'un filtre coupe-bande réel

III) Représentation mathématiques des filtres

la relation reliant y(t) à x(t) est:

$$y(t) = fonction(x(t))$$

exemple :



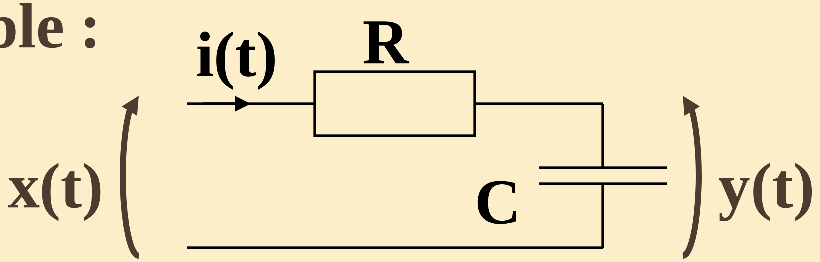
$$x(t) = y(t) + Ri(t)$$

$$\text{or} \quad i(t) = C\frac{dy}{dt}$$

$$x(t) = RC\frac{dy}{dt} + y(t)$$

III) Représentation mathématiques des filtres

exemple :



$$x(t) = RC\frac{dy}{dt} + y(t)$$

si x(t) est sinusoïdal : $x(t)=X\sin(\omega t)$,
alors y(t) est aussi sinusoïdal : $y(t)=AX\sin(\omega t+\varphi)$

$$X\sin(\omega t) = AXRC\omega\cos(\omega t+\varphi) + AX\sin(\omega t)$$

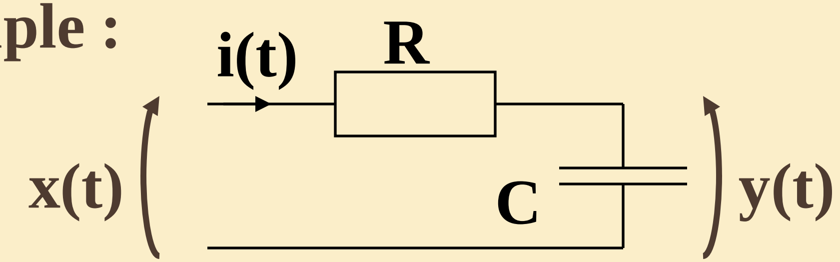
$$\sin(\omega t) = A\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}\left[\frac{RC\omega}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos(\omega t+\varphi) + \frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\sin(\omega t+\varphi)\right]$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}$$

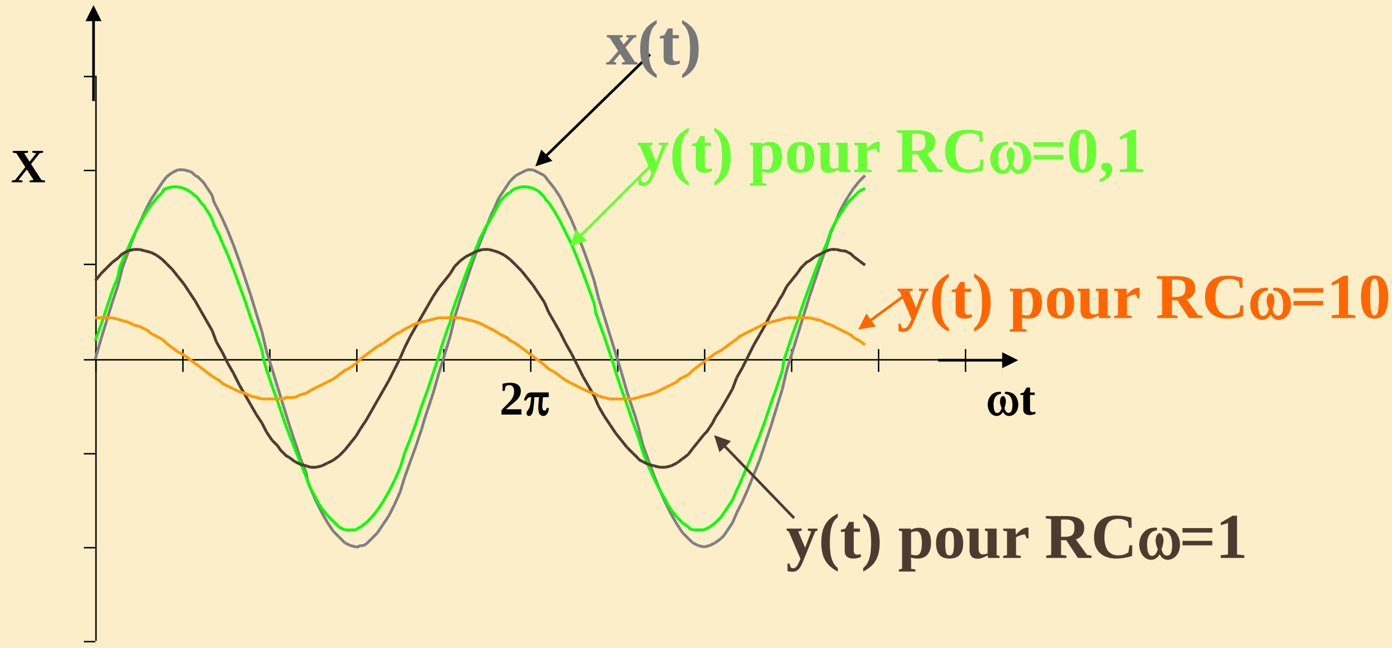
$$\mathrm{tg}\varphi = RC\omega$$

III) Représentation mathématiques des filtres

exemple :



$$x(t) = RC\frac{dy}{dt} + y(t)$$



III) Représentation mathématiques des filtres

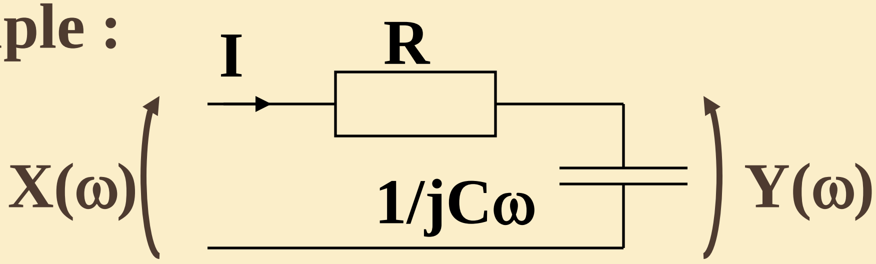
$$\text{si } x(t) = Ae^{j\omega t} \text{ alors } \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = j\omega A e^{j\omega t} \\ \displaystyle\int x(t)dt = \dfrac{A}{j\omega} e^{j\omega t} \end{cases}$$

donc

$$y(t) = \left[a + \sum_i \left(b_i (j\omega)^i + \frac{c_i}{(j\omega)^i} \right) \right] A e^{j\omega t}$$

$Ae^{j\omega t}$ → **S.L.** → $A\,G(\omega)\,e^{j\omega t}$

exemple :



$$X(\omega) = \left(R + \frac{1}{jC\omega} \right).I$$

$$\text{et} \quad Y(\omega) = \frac{1}{jC\omega}.I$$

$$G(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

III) Représentation mathématiques des filtres

➢ **lien avec la transformation de Fourier**

$X(\omega)$

$X(f)$

$G(\omega)$

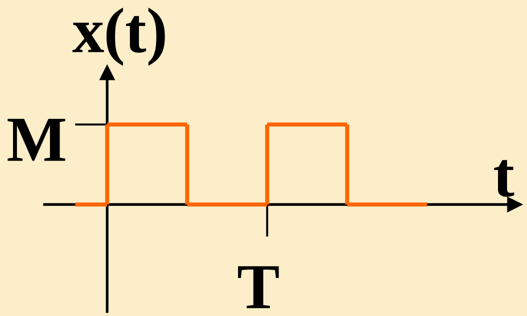
$Y(\omega) = G(\omega)\, X(\omega)$

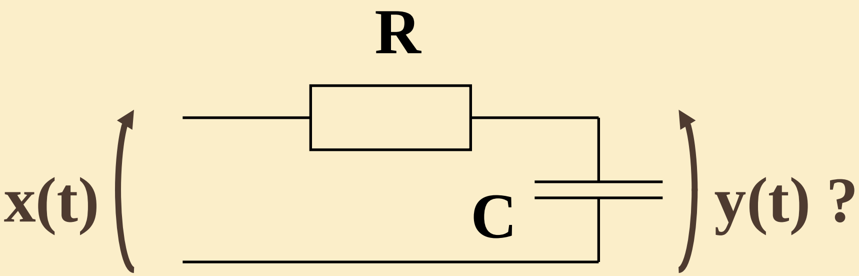
$Y(f) = G(f)\, Y(f)$

les signaux harmoniques sont les fonctions propres des systèmes linéaires

III) Représentation mathématiques des filtres

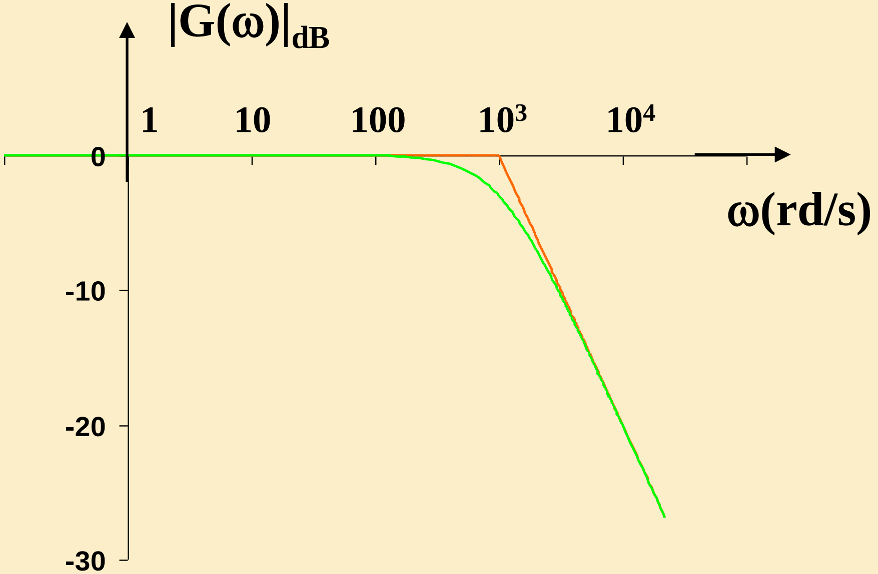
exemple :





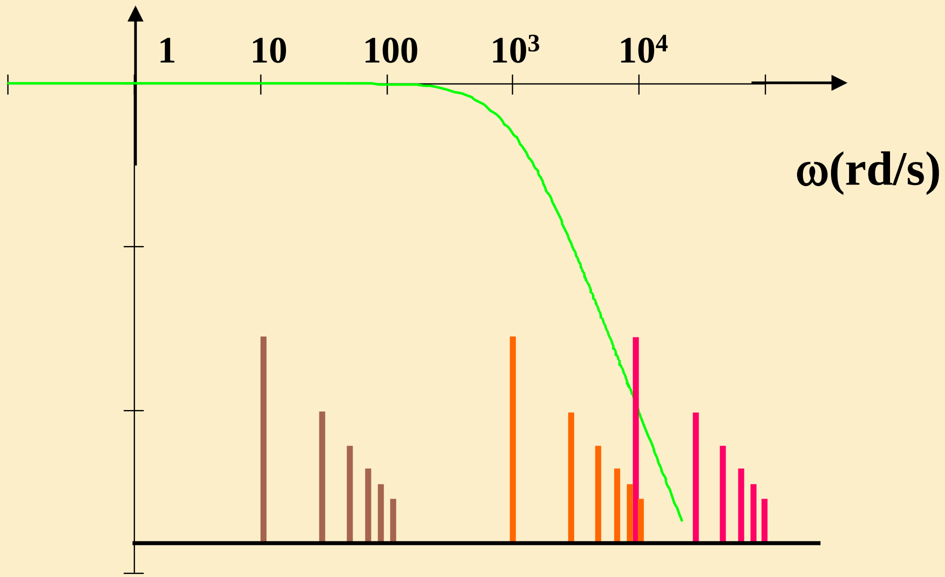
$$G(\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \omega_0 = 1000\,\text{rd/s}$$

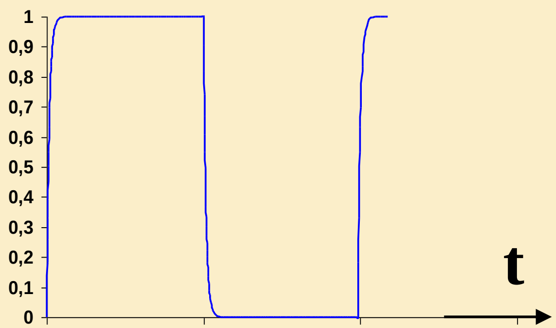
$$|G(\omega)|_{dB} = 20\log|G(\omega)|$$

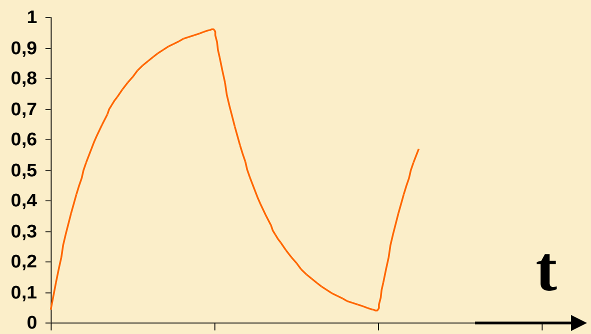


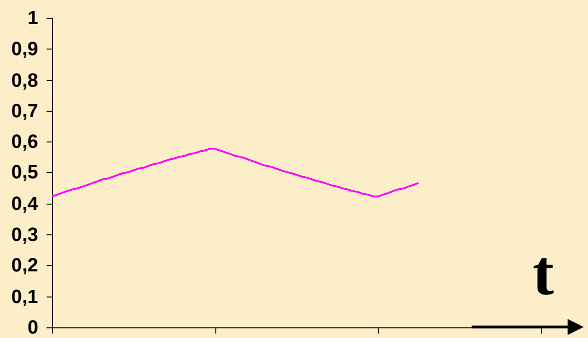
III) Représentation mathématiques des filtres

exemple :





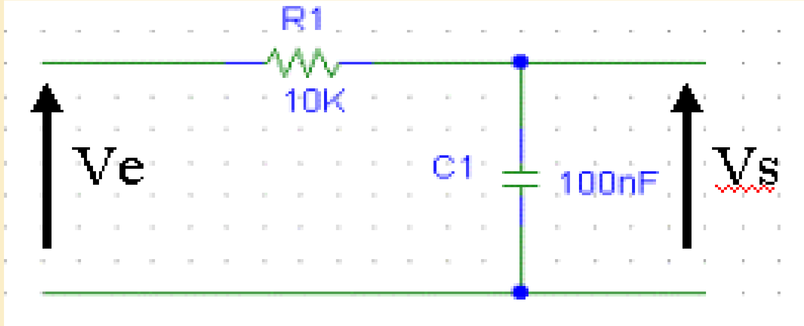




IV)Exemple de Calcul d'un filtre

Le calcul de la REPONSE FREQUENTIELLE sera faite sur un filtre RC de type Passe-Bas.

<u>Montage :</u>



$Vs (f) = Ve (f) . Z_{C1} / (R1 + Z_{C1}) =$

$Ve (f) . (1 / (1 + J\ R1\ C1\ 2 \pi f))$

D'où :

$$\boxed{\mathbf{H (f) = 1 / (1 + J\ R1\ C1}\ 2\ \pi\ f\ \mathbf{))}}$$

Traçage de la courbe de gain

Pour tracer la courbe de gain, il faut le calculer grâce à la formule suivante :

$G\ (dB) = 20 * \log \left| Vs / Ve \right|$ (Log du module de H (f))

Le gain s'exprime en décibel

D'où :

$$G\ (dB) = 20 * \log \frac{1}{\sqrt{(1 + R1^2\, C1^2\, (2\, \pi\, f)^2)}}$$

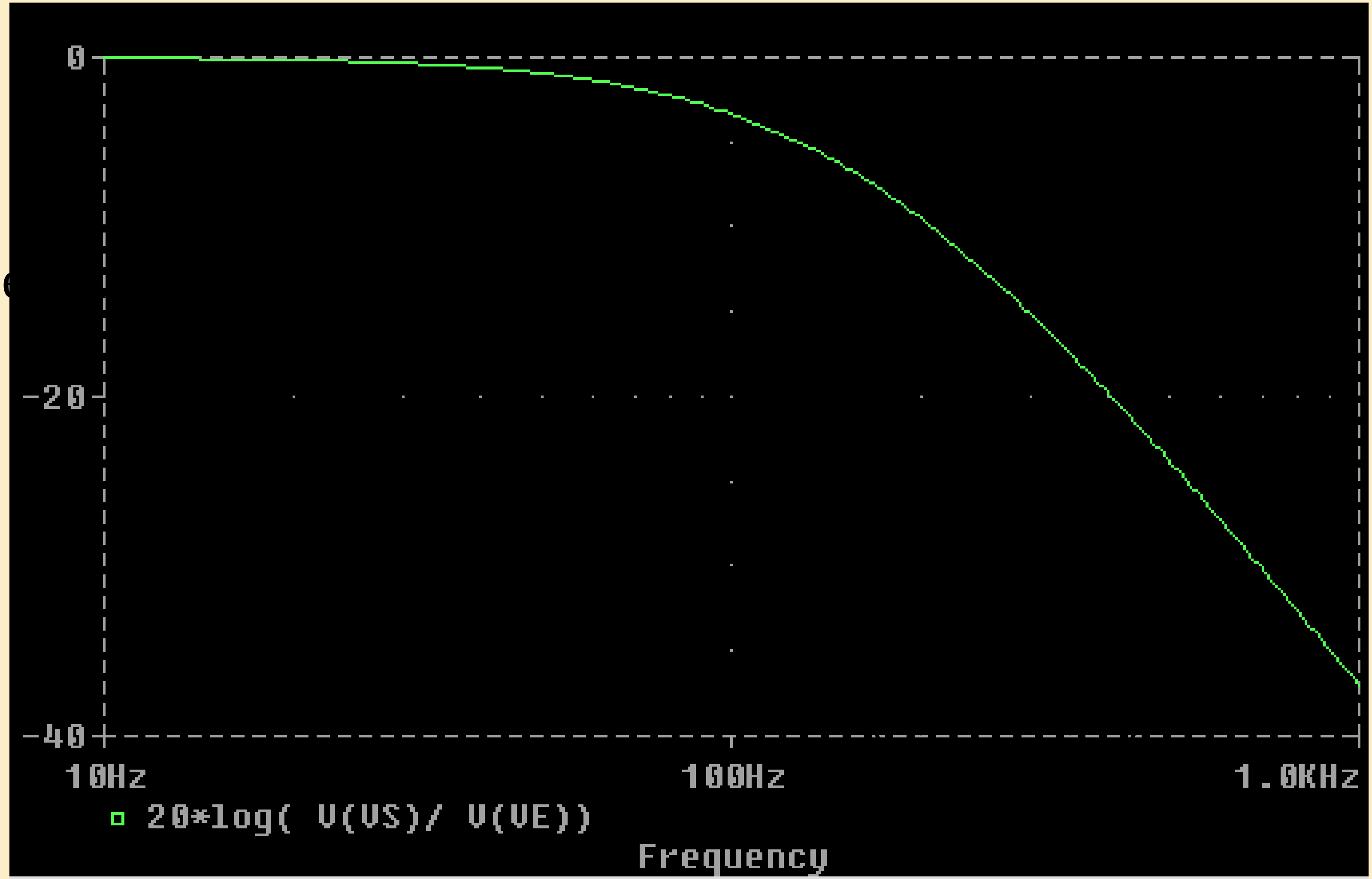
<u>Quelques valeurs :</u>

$f = 10Hz \Rightarrow G = 0\ dB$ $f = 160Hz \Rightarrow G = -\ 3dB$

$f = 1000Hz \Rightarrow G = -\ 38dB$

La courbe de gain du filtre RC

Le



Quelques remarques et définitions

➔ La fréquence pour laquelle le gain est de -3 dB par rapport au gain maximum (ici 0 dB) s'appelle :

la **FREQUENCE de COUPURE**

Celle-ci se calcule de la façon suivante :

$$fc_{(-3dB)} = 1 / (2 . \pi . R . C)$$

Notre exemple : $fc_{(-3dB)} = 1 / (2 . \pi . 10k\Omega . 100nF) = 160$ Hz

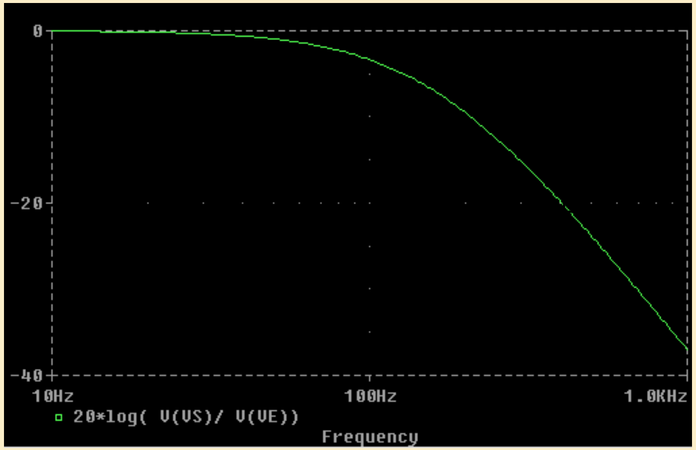
➔ Avant cette fréquence, on retrouve en sortie la quasi totalité du signal (Filtre Passe Bas) d'où le gain nul (Vs = Ve)

➔ Après cette fréquence , le signal de sortie est fortement atténué car le gain tend vers $-\infty$ (Vs = 0)

Quelques remarques et définitions

➔ Le filtre étant **d'ORDRE 1**, le gain diminue de **20 dB / décade**, c'est à dire qu'après la fréquence de coupure, chaque fois que l'on multipliera par 10 la fréquence, le gain baissera de 20 dB.

Notre exemple : A f = 1 kHz le gain est de – 40 dB environs. A f = 10 kHZ le gain sera de –60 dB. A f = 100 kHz le gain sera de –80 dB …

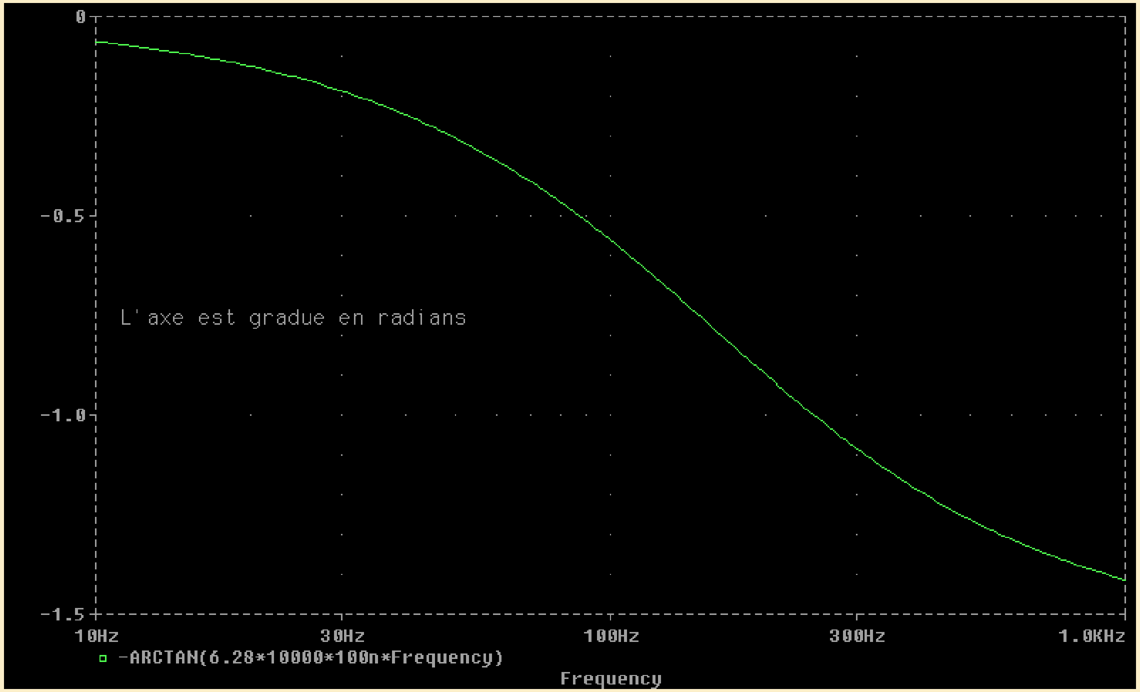


➔ On note sur la courbe de gain l'ordre du filtre par une croix. Il y en aura 2 pour un ordre 2, 3 pour un ordre 3, …

➔ Notre exemple est un ordre 1 donc une seule croix.

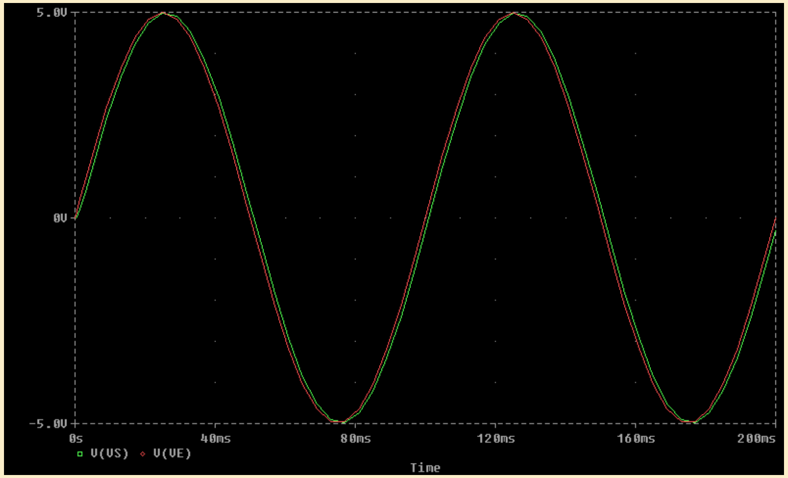
V) Le déphasage

Outre l'amplitude du signal qui diminue si la fréquence du signal d'entrée augmente (pour le filtre Passe Bas RC), il apparaît un **déphasage** entre la tension d'entrée et la tension de sortie.



Celui-ci est nul une décade avant la fréquence de coupure, il est de 45° à la fréquence de coupure et de 90° une décade après la fréquence de coupure. Les chronogrammes ci-contre le prouvent !

Chronogrammes (déphasage)

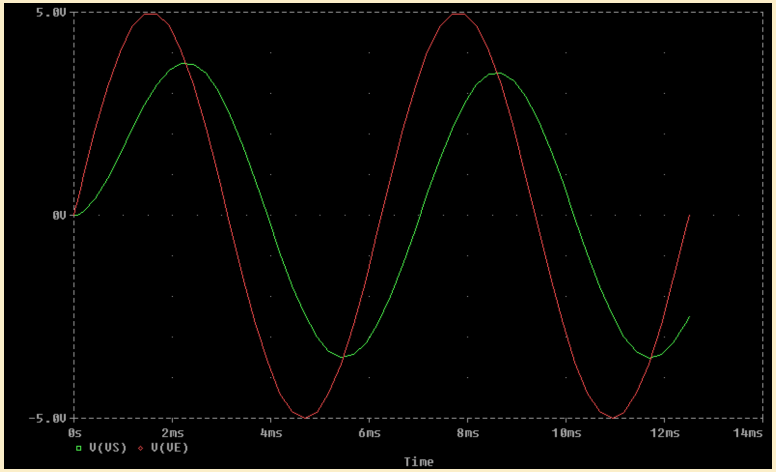


La fréquence du signal d'entrée est de 10Hz et on observe un déphasage pratiquement nul. L'amplitude du signal de sortie est quasiment la même qu'en entrée.

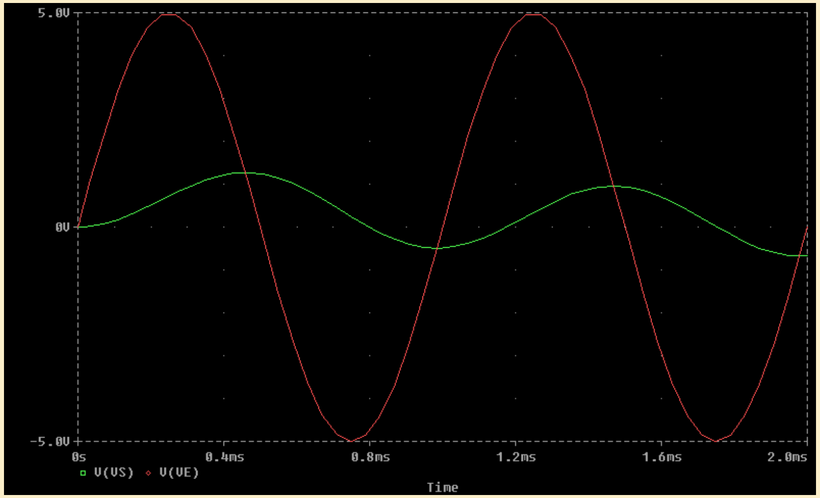
La fréquence du signal d'entrée est de 160Hz et on observe un déphasage de 45°. Nous sommes à la fréquence de coupure !

Vs max = Ve max / $\sqrt{2}$

G (dB) = -3 dB



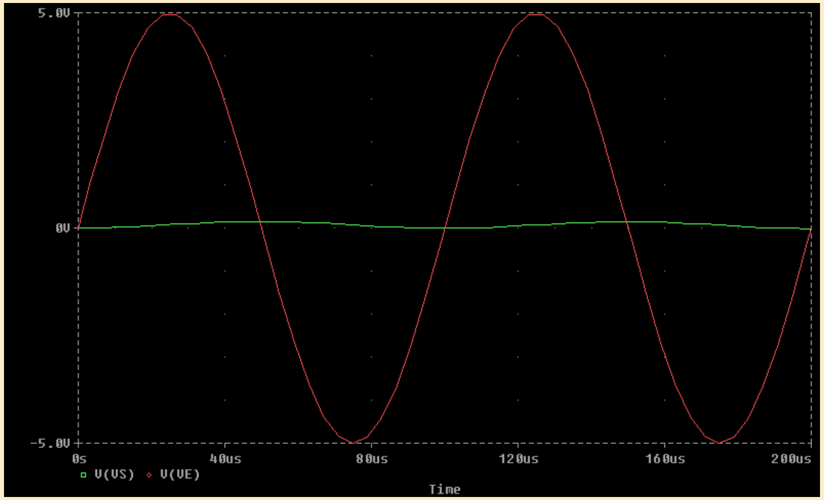
Chronogrammes (déphasage)



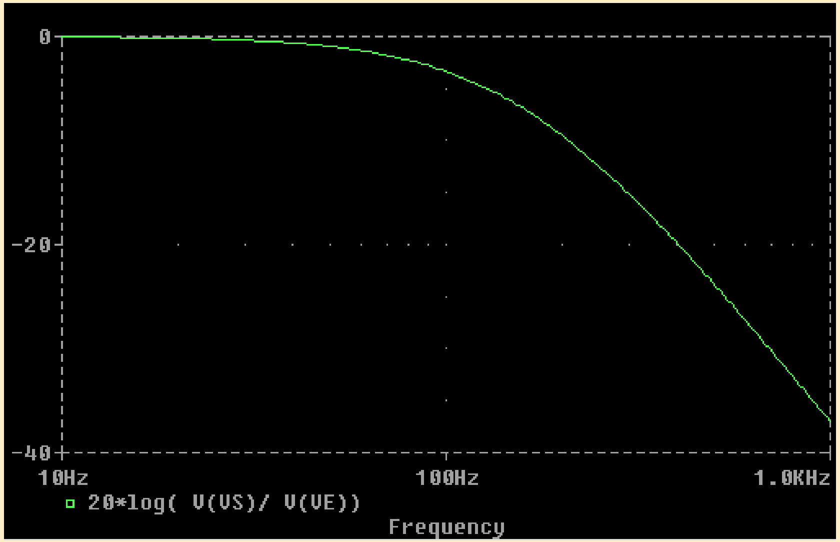
La fréquence du signal d'entrée est de 1KHz et on observe un déphasage compris entre 45° et 90°. L'amplitude du signal de sortie est déjà bien atténuée !

La fréquence du signal d'entrée est de 10KHz et on observe un déphasage de 90°. L'amplitude du signal de sortie est pratiquement nulle !

Le filtre ne laisse donc pas passer des signaux de fréquence 10Khz.

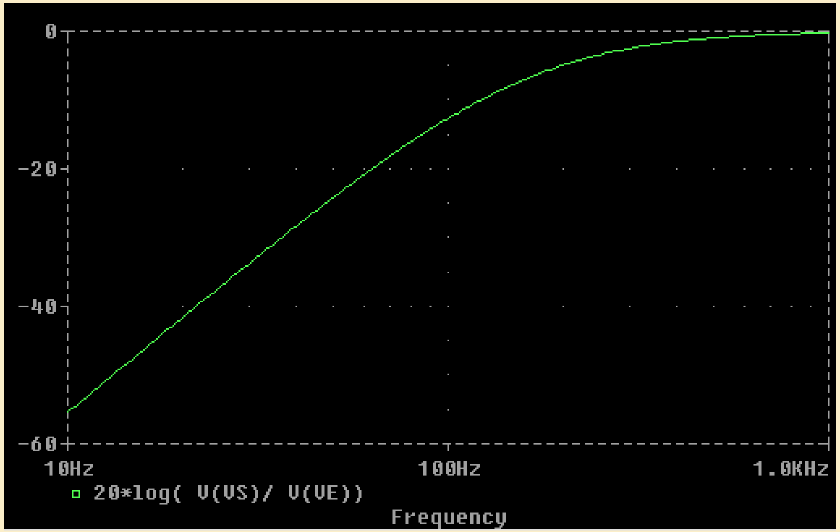


Courbes de gain des filtres



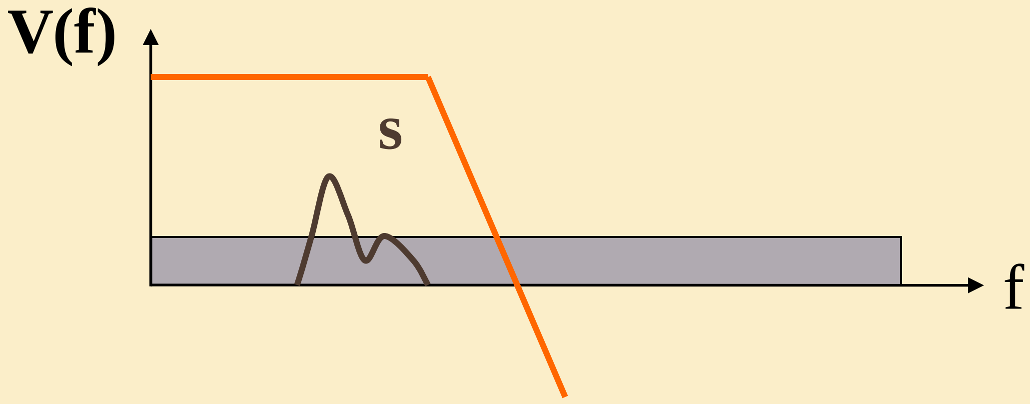
Sur la courbe de gain ci-contre, on voit que les hautes fréquences sont atténuées. C'est donc un filtre **passe-bas**

Sur la courbe de gain ci-contre, on voit que ce sont les basses fréquences qui sont atténuées. C'est donc un filtre **passe-haut**

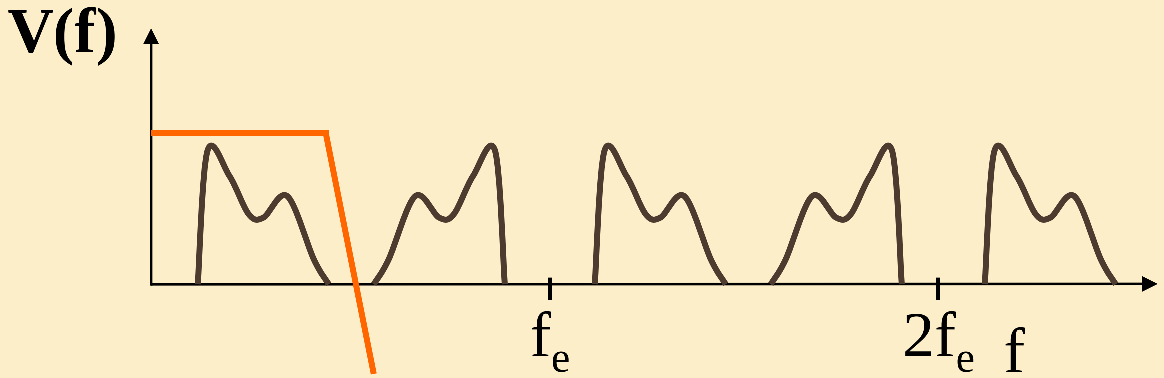


VI) Applications des filtres

- **réduction du bruit:**

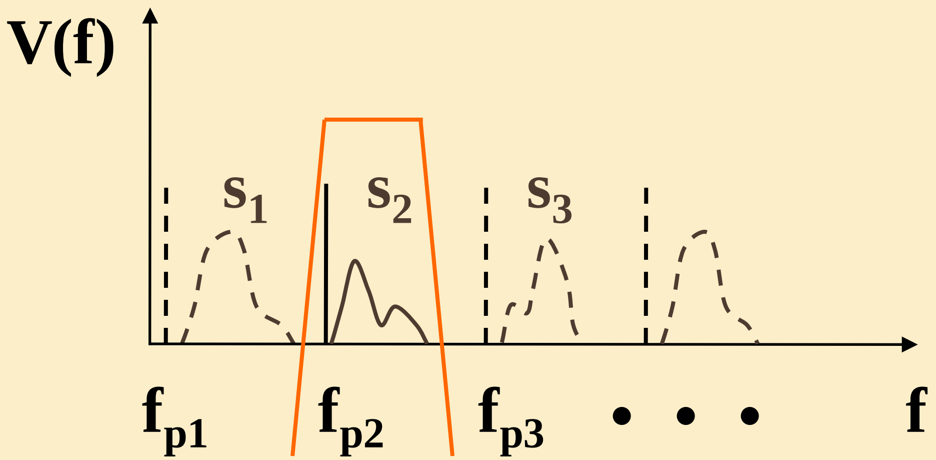


- **antirepliement:**



VI) Applications des filtres

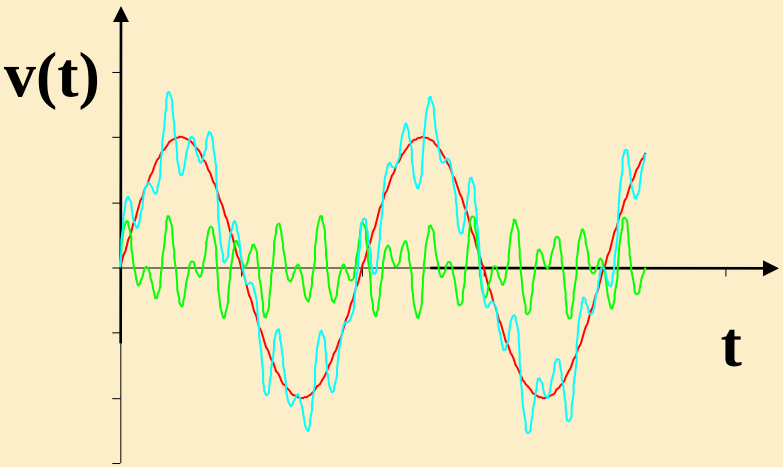
➢ **sélection (ou élimination) d'une bande fréquentielle dans le spectre d'un signal :**

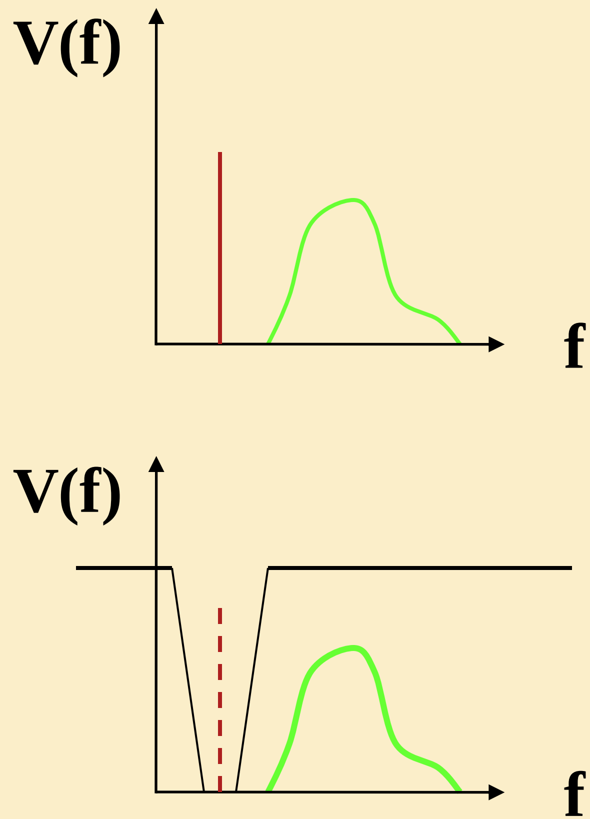


sélection d'un signal modulé en amplitude

VI) Applications des filtres

➢ **sélection (ou élimination) d'une bande fréquentielle dans le spectre d'un signal :**





réjection de parasites