

TD 6 COMPRESSEURS

Exercice VI.1 :

L'air sort de la roue d'un compresseur centrifuge à la vitesse radiale $C_{r2} = 120 \text{ m/s}$ faisant un angle $\beta_2 = 22^\circ$ avec la direction axiale. La vitesse périphérique de la roue est $U_2 = 450 \text{ m/s}$; l'efficacité du compresseur est $\eta_s = 0.85$ et l'efficacité mécanique est $\eta_m = 0.96$. Trouvez le facteur de glissement $\sigma = \frac{C_{2u}}{U_2}$, la température de stagnation T_{02} , la température statique T_2 , le taux de compression global $\frac{P_{03}}{P_{01}}$; la pression à la sortie du diffuseur et la puissance nécessaire requise pour ce compresseur. On donne $\gamma = 1.4$; $T_{01} = 293 \text{ K}$; $P_{01} = 1 \text{ bar}$; $\dot{m} = 5 \text{ kg/s}$.

Exercice VI.2 :

Un compresseur centrifuge dont le nombre de pales de la roue est $Z = 19$ fonctionne à $N = 18\,000 \text{ tr/min}$; l'air entre dans la direction axiale. La température de stagnation d'entrée de l'air est $T_{01} = 290 \text{ K}$ et il est comprimé de 1 à 5 bars. Le rendement isentropique du compresseur est $\eta_s = 0.85$, le coefficient de charge est $\psi = 1.04$. Calculez le diamètre de la pointe de la roue, la puissance nécessaire pour assurer un débit d'air de 3 kg/s ; sachant $C_p = 1005 \text{ J/kgK}$ et $\gamma = 1.4$

En assumant la densité de l'air $\rho_2 = 1.8 \text{ kg/m}^3$; la largeur à l'entrée du diffuseur est $b = 12 \text{ mm}$

Déterminez la vitesse radiale à la sortie de la roue et le nombre de Mach M_2 ?

Exercice VI.3 :

On considère un compresseur axial avec les données suivantes : $N = 9000 \text{ tr/min}$; $U = 201.4 \text{ m/s}$; $T_{01} = 293 \text{ K}$; $P_{01} = 0.1 \text{ MPa}$; $C_p = 1005 \text{ J/kg}$; $\Delta T_0 = 25 \text{ K}$; $C_{a1} = C_{a2} = C_a = 150 \text{ m/s}$; $\dot{m} = 20 \text{ kg/s}$ et $R = 50\%$.

- Déterminer les angles α_1 ; β_1 et α_2 ; β_2 ?
- Calculer les vitesses absolues C_1 et C_2
- Déterminer les grandeurs statiques : T_1, P_1, ρ_1 à l'entrée du compresseur ?
- Calculer le rayon moyen de la roue et la hauteur de la pale du rotor h ?

CORRECTION

EXO1 :

Triangle de vitesse à la sortie de la roue :

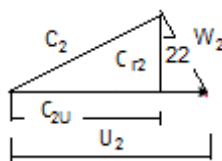


Figure V.11 Triangle de vitesses à la sortie de la roue

$$\tan \beta_2 = \frac{U_2 - C_{2u}}{C_{r2}} \Rightarrow C_{2u} = U_2 - C_{r2} \tan \beta_2 = 450 - 120 \tan 20 = 406.32 \text{ m/s}$$

Le facteur de glissement est $\sigma = \frac{C_{2u}}{U_2} = \frac{406.32}{450} = 0.90$

Travail de compression adiabatique : $W_k = C_p(T_{02} - T_{01})$

D'après Euler, en assumant $C_{1u} = 0$ et tenant compte du glissement on a : $W_k = U_2 C_{2u} = \sigma U_2^2$

$$W_k = 182.844 \text{ kJ/kg}$$

Par identification on obtient : $T_{02} = T_{01} + \frac{W_k}{C_p} = T_{01} + \frac{W_k(\gamma-1)}{R\gamma} = 293 + \frac{182.844 \cdot 0.4}{287 \cdot 1.4}$

$T_{02} = 475 \text{ K}$ Température statique T_2 :

$$T_{02} = T_2 + \frac{C_2^2}{2C_p} \Rightarrow T_2 = T_{02} - \frac{C_2^2}{2C_p}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{r2}^2 + C_{2u}^2} = \sqrt{120^2 + 406.32^2} = 423.67 \text{ m/s}$$

$$T_2 = 475 - \frac{423.67^2 \cdot 0.4}{2 \cdot 287 \cdot 1.4} = 386.65 \text{ K}$$

Taux de compression global : Comme aucun travail n'est effectué dans le diffuseur, alors $T_{03} = T_{02}$

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_s W_k}{C_p T_{01}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left[1 + \frac{0.85 \cdot 182.844 \cdot 0.4}{287 \cdot 1.4 \cdot 293} \right]^{3.5} = 4.41$$

La pression à la sortie du diffuseur est : $P_{03} = 4.41 \text{ bars}$

Puissance requise pour le compresseur :

$$P = \dot{m} \frac{W_k}{\eta_m} = 5 \cdot \frac{182.844}{0.96} = 952.31 \text{ kW}$$

EXO2 :

Le facteur de glissement en fonction du nombre de pales de la roue est : $\sigma = 1 - \frac{2}{19} = 0.8947$

Le rapport de pression global est : $\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_s \psi \sigma U_2^2}{C_p T_{01}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 5$

D'où : $\left[\frac{0.85 \cdot 1.04 \cdot 0.8947 \cdot U_2^2}{1005 \cdot 290} \right] = 5^{\frac{1}{3.5}} - 1 \Rightarrow U_2^2 = \frac{0.5838 \cdot 1005 \cdot 290}{0.85 \cdot 1.04 \cdot 0.8947} = 215135.97 \Rightarrow U_2 = 463.83 \text{ m/s}$

Le diamètre de pointe de la roue sera :

$$D_2 = \frac{60 \cdot U_2}{\pi N} = \frac{60 \cdot 463.83}{3.14 \cdot 18000} = 0.4924 \text{ m}$$

La puissance requise du compresseur sera :

$$P = \dot{m}W_k = \dot{m}\psi\sigma U_2^2 \Rightarrow P = 3 * 1.04 * 0.8947 * 215135.97 = 600544.315 \text{ W}$$

$$P = 600.5 \text{ kW}$$

Vitesse radiale à la sortie de la roue C_{r2} : $\dot{m} = \rho_2 C_{2r} (2\pi R_2 b_2) C_{r2} = \frac{\dot{m}}{\rho_2 (2\pi R_2 b_2)} =$

$$\frac{3}{1.8 * 6.28 * 0.2462 * 0.012} = 89.83 \text{ m/s}$$

Calcul du nombre de Mach M_2 : $M_2 = \frac{C_2}{a_2} = \frac{C_2}{\sqrt{\gamma R T_2}}$

La vitesse absolue à la sortie de la roue C_2 est (idem exo1) : $C_2 = \sqrt{C_{r2}^2 + C_{2u}^2}$

D'après la définition du glissement : $\sigma = \frac{C_{2u}}{U_2} \Rightarrow C_{2u} = \sigma U_2 = 0.8947 * 463.83 = 414.99 \text{ m/s}$

D'où : $C_2 = \sqrt{89.83^2 + 414.99^2} = 424.60 \text{ m/s}$

Détermination de la température statique à la sortie de la roue T_2 ?

Le travail réel de compression est : $W_k = C_p (T_{02} - T_{01}) = \psi \sigma U_2^2$

$$T_{02} = T_{01} + \frac{\psi \sigma U_2^2}{C_p} = 290 + \frac{1.04 * 0.8947 * 463.83^2}{1005} = 489.19 \text{ K}$$

$$T_{02} = T_2 + \frac{C_2^2}{2C_p} \Rightarrow T_2 = 489.19 - \frac{424.6^2}{2 * 1005} = 328.46 \text{ K}$$

Finalement on obtient le nombre de Mach à la sortie de la roue : $M_2 = \frac{C_2}{a_2} = \frac{C_2}{\sqrt{\gamma R T_2}} = \frac{424.60}{\sqrt{1.4 * 287 * 328.46}}$

$$M_2 = 1.17$$

EXO3 :

1°) Détermination des angles des aubes :

Travail de compression : $W_k = C_p \Delta T_0 = 1005 * 25 = 25125 \text{ J/kg}$

Sachant $R = 50\%$ alors : $W_k = U C_a (tg \alpha_2 - tg \alpha_1) = U C_a (tg \beta_1 - tg \beta_2)$

$$(tg \alpha_2 - tg \alpha_1) = \frac{W_k}{U C_a} = \frac{25125}{201.4 * 150} = 0.83167$$

D'après le triangle de vitesse (Fig. V.8) :

$$\alpha_1 = \beta_2; \beta_1 = \alpha_2$$

$$tg \alpha_1 = \frac{C_{1u}}{C_a} \text{ et } tg \alpha_2 = \frac{C_{2u}}{C_a} \text{ d'où par symétrie : } (tg \alpha_2 + tg \alpha_1) = \frac{C_{2u}}{C_a} + \frac{C_{1u}}{C_a} = \frac{U}{C_a} = \frac{201.4}{150} = 1.3426$$

On aura : $tg \alpha_2 = 1.0871$ soit $\alpha_2 = \beta_1 = 47,39^\circ$

$$C_{2u} = C_a tg \alpha_2 = 150 * 1.0871 = 163.06 \text{ m/s}$$

$$C_{1u} = U - C_{2u} = 201.4 - 163.06 = 38.335 \text{ m/s}$$

Donc : $tg \alpha_1 = \frac{C_{1u}}{C_a} = \frac{38.335}{150} = 0.2556$ soit $\alpha_1 = \beta_2 = 14,34^\circ$

2°) Calcul des vitesses absolues :

$$C_1 = \frac{C_a}{\cos \alpha_1} = \frac{150}{\cos 14,34} = 154.82 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \frac{C_a}{\cos \alpha_2} = \frac{150}{\cos 47,39} = 221.56 \text{ m/s}$$

3°) Calcul des grandeurs statiques : T_1, P_1, ρ_1 à l'entrée du compresseur :

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 293 - \frac{154.82^2}{2010} = 281 \text{ K}$$

$$\frac{T_1}{T_{01}} = \left(\frac{P_1}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow P_1 = P_{01} \left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} 10^5 * \left(\frac{281}{293}\right)^{3.5} = 86384 \text{ N/m}^2$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \frac{86384}{287 * 281} = 1.07 \text{ kg/m}^3$$

4°) Calcul du rayon moyen de la roue et la hauteur de la pale du rotor h ?

$$U = \frac{2\pi R_m N}{60} \Rightarrow R_m = \frac{60 * 201.4}{6.28 * 9000} = 0.2138 \text{ m}$$

La section d'écoulement est déterminée d'après l'équation de la continuité :

$$\dot{m} = \rho_1 C_a A \Rightarrow A = \frac{\dot{m}}{\rho_1 C_a} = \frac{20}{1.07 * 150} = 0.1246 \text{ m}^2$$

La hauteur de la pale est :

$$A = 2\pi R_m h \Rightarrow h = \frac{A}{2\pi R_m} = \frac{0.1246}{6.28 * 0.2138} = 0.093 \text{ m}$$