Thermodynamique :

« Rappel : $\delta Q = \lambda . dP + \mu dV$ avec $\lambda = Cv(\frac{\partial T}{\partial P})v$ et $\mu = \mathrm{Cp}(\frac{\partial T}{\partial V})\mathrm{p}$. »

Questions de cours :

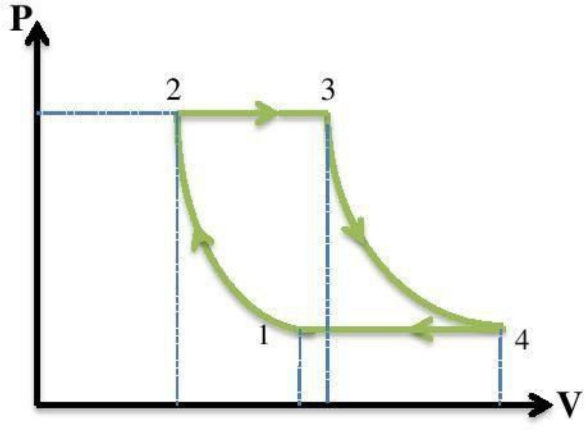
1) Donner les équations des transformations réversibles suivantes en variables T-S et les représenter dans le diagramme entropique (T-S)
   a) Isotherme.
   b) Isentropique.
   c) Isobare d'un gaz parfait (pour retrouver l'équation de cette transformation calculer ΔS.
2) Pour quelle transformation on peut écrire $PV^{\gamma} =$ constante. Démontrer cette relation.

Problème :

Le cycle d'Ericsson est constitué de deux isothermes et de deux isobares. On suppose que toutes les transformations du cycle sont réversibles. Ce cycle est représenté sur la figure ci-dessous. Il est décrit par une masse m=1kg d'air supposé gaz parfait. La pression au début de la compression est P_1=120kPa et le taux de compression est a $= \frac{V_1}{V_2} =$ 5,5 .Les températures des deux isothermes sont T_1=27°C et T_3=627°C.

Données de l'air ; M=29g/mole, R=8, 3 J/(mole.K) et γ=1 ,4.

1) Sans faire de calcul, donner le signe du travail de ce cycle W_{cycle} . Justifier votre réponse.
2) Ce cycle est-il moteur ou récepteur ? Justifier.
3) Calculer les pressions, températures et volumes de l'air aux points 1,2,3 et 4 du cycle.
4) Calculer les travaux et chaleurs échangés au cours de chaque transformation du cycle.
5) Donner les valeurs des chaleurs reçue Q_c et fournie Q_f par la masse d'air qui décrit le cycle.



Cycle d'Ericsson Théorique

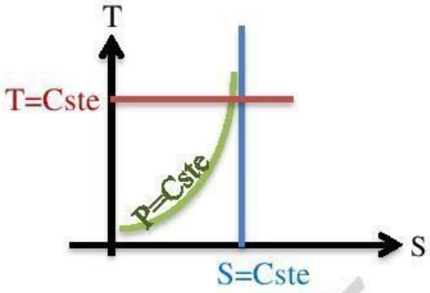
6) Calculer le rendement η de cycle.
7) Calculer le rendement du cycle de Carnot η_{carnot} qui fonctionne avec les sources de chaleurs T_1 et T_3. Comparer ce rendement à . Expliquer

Questions de cours

1)

a) Isotherme $\Rightarrow$ T=cste
b) Isentropique $\Rightarrow$ S=cste
c) Isobare $\Rightarrow$ P=cste

} représentation



$dS=\frac{\delta\, Q_{rév}}{T}=\frac{C_p\ dT+\ h\, dP}{T}$ $(P=cste \Rightarrow dP=0)$

D'où : $\Delta S = \int \frac{\delta\, Q_{rév}}{T} = \int_{T_0}^{T} C_p\, dT = C_p Ln\frac{T}{T_0}$

Donc : $T = T_0 e^{\frac{(S-S_0)}{C_p}}$

2) PV^{γ} = cste est l'équation d'une adiabatique réversible d'un gaz parfait.

On a transformation adiabatique ==> $\delta Q = 0$

$\delta Q=\lambda dP + \mu dV = 0$ gaz parfait

- $\lambda = C_v \frac{\partial T}{\partial P})_v = C_v \frac{\partial}{\partial P}(\frac{PV}{nR})_v = \frac{C_v.V}{nR}$
- $\mu = C_p \frac{\partial T}{\partial V})_P = C_p \frac{\partial}{\partial V}(\frac{PV}{nR})_P = \frac{C_p.P}{nR}$

D'où : $\delta Q=\frac{C_v.V}{nR} dP + \frac{C_p.P}{nR} dV = 0$

On simplifie par nR et on divise par PV on trouve :

$C_v \frac{dP}{P}+C_p \frac{dV}{V}=0 \Rightarrow \frac{dP}{P}+\frac{C_p}{C_v}\frac{dV}{V}=0 \Rightarrow \frac{dP}{P}+\gamma\frac{dV}{V}=0$

$\Rightarrow$ Ln P + Ln $V^{\gamma} \Rightarrow Ln\ PV^{\gamma}=0$

Donc : $PV^{\gamma} = constante$

Problème :

1) D'après le sens du cycle décrite dans le sens horaire $W_{cycle} < 0$ C'est un cycle moteur.
2) On a $W_{cycle} < 0$ $\longrightarrow$ c'est un cycle moteur (le cycle decrit dans le sens horaire)
3) cherchons les pressions, températures et volumes de l'air aux points 1,2,3 et 4 du cycle.

- Point 1 : P_1 , $T_1\, et\, V_1$

On $P_1 = 120\ kPa$,$T_1 = 300k$ (27°)

- $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{mRT_1}{MP_1} = 0{,}71\ m^3$

- Point 2 : P_2 , $T_2\, et\, V_2$

- {point 1 $\longrightarrow$ point 2} $\longrightarrow$ isotherme $\Rightarrow T_2 = T_1 = 300K$

- $On\ a\ P_1V_1 = P_2V_2 = nrT \longrightarrow P_2 = \frac{V_1}{V_2}P_1$

  Donc : $P_2 = aP_1 = 660KPa\ et\ V_2 = \frac{V_1}{a} = 0{,}13m^3$

- Point 3 : P_3 , $T_3\ et\ V_3$
  - $\{$point 2 $\longrightarrow$ point 3$\}$ $\longrightarrow$ Isobare
  - On trouve $P_3 = P_2 = 660KPa$ avec $T_3 = 627°C = 900K$
  - $V_3 = \frac{nRT_3}{P_3} = \frac{mRT_3}{MP_3} \longrightarrow V_3 = 0{,}39m^3$

- Point 4 : P_4 , $T_4\ et\ V_4$
  - $\{$point 3 $\longrightarrow$ point 4$\}$ $\longrightarrow$ isotherme $\Longrightarrow T_3 = T_4 = 900K$
  - $\{$point 4 $\longrightarrow$ point 1$\}$ $\longrightarrow$ isobare $\Longrightarrow P_4 = P_1 = 120KPa$
  - Et : $V_4 = \frac{nRT_4}{P_4} = \frac{mRT_4}{MP_4} \longrightarrow V_4 = 2{,}15m^3$

4) Cherchons les travaux et chaleurs échangés au cours de chaque transformation du cycle.

- Calcule de W,Q

  Transformation réversible $\longrightarrow$ $\partial W = -PdV$

  Isotherme : $T = cste$ et $P = \frac{mRT}{MV}$ $\Rightarrow W_{isotherme} = \frac{mRT}{M}ln\frac{V_{fin}}{V_{init}}$

  - $\{$point 1 $\longrightarrow$ point 2$\}$:

$$\Rightarrow W_{1,2} = -\int_{V_1}^{V_2}\frac{mRT}{M}dV = -mRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} \Rightarrow W_{1,2} = -\frac{mRT_1}{M}\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\frac{mRT_1}{M}\ln\left(\frac{1}{a}\right)$$

  AN : $W_{1,2} = 146{,}4KJ$

  - $\{$point 3 $\Longrightarrow$ point 4$\}$:

- $W_{3,4} = -\frac{mRT_3}{M}\ln(a)$ AN: $W_{3,4} = -439{,}1KJ$

  Isobares : $W_{isobare} = -P(V_f - V_i)$

$$\Longrightarrow W_{isobare} = -\frac{mR}{M}(T_f - T_i)$$

  - $Q_{3,4} = nC_p(T_4 - T_3) = \frac{m\gamma R}{M(\gamma-1)}(T_4 - T_3)$ avec : $n = \frac{m}{M}$ et $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$. on a P=Cst car Isobare alors dP=0 donc : $\delta Q = C_pdT + hdP \Longrightarrow \delta Q = C_pdT$

  AN : $Q_{3,4} = 1203KJ$

- $\delta Q = nC_vdT + ldV$ avec Isochore V=cst $\Rightarrow$ dV=0 donc : $\delta Q = nC_vdT \Rightarrow \delta Q_{5,1} = \frac{mR}{M(\gamma-1)}(T_1 - T_5)$ AN : $\delta Q_{5,1} = -455{,}7KJ$

5) les valeurs des chaleurs reçue Q_c et fournie Q_f par la masse d'air qui décrit le cycle

- $Q_{2,3}$ *et* $Q_{3,4}$ sont des chaleurs reçues car $Q_{2,3} > 0$ *et* $Q_{3,4} > 0$
- $Q_{5,1}$ est une chaleur fournie car $Q_{5,1} < 0$

6) le rendement η de cycle. $\eta = -\frac{W_{cycle}}{\sum Q_{recue}}$

1^{er} Principe $W_{cycle} + \sum Q = 0 \quad \Rightarrow -W_{cycle} = \sum Q$

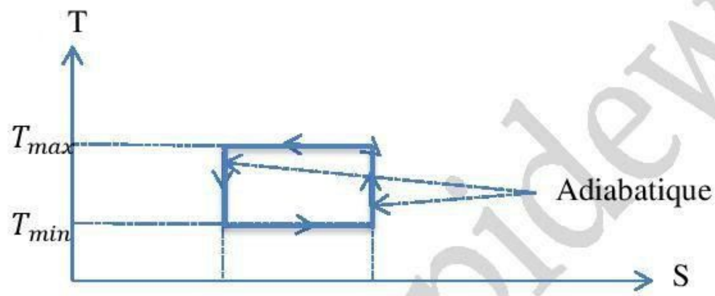
$\Rightarrow W_{cycle} = -(Q_{23} + Q_{34} + Q_{51})$

Alors : $\eta = \frac{Q_{23}+Q_{34}+Q_{51}}{Q_{23}+Q_{34}}$ AN : $\eta = 63\%$

7) le rendement du cycle de Carnot η_{carnot} qui fonctionne avec les sources de chaleurs T_1 et T_3

a) Cycle de Carnot :

- Diagramme (T,S)



b) *Rendement de cycle de Carnot* $\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{Max}}$

AN : $\eta_{carnot} = 87\%$

c) Comparaison :

$\eta < \eta_{carnot}$ Théorème de Carnot : le rendement d'un cycle de Carnot est toujours maximal