Solution Série 3

Exercice 1

1) Poids volumiques et densités de l'eau de mer, du mercure et du pétrole

On définit le poids volumique et la densité par :

$$\varpi = \frac{m.g}{V} = \rho.g$$

Et,

$$d = \frac{\rho}{\rho_{réf}}$$

Avec,

ϖ : Poids volumique ;
d : densité ;
m : masse ;
g : accélération de la pesanteur ;
ρ : masse volumique ;
V : volume ;
$\rho_{réf} = \rho_{eau}$, pour les liquides et les solides;
$\rho_{réf} = \rho_{air}$, pour les gaz.

a) ***Eau de mer***

- Poids volumique :

$$\varpi = \rho.g = 1030x9.81 = 10104 N/m^3$$

- Densité :

$$d = \frac{\rho}{\rho_{réf}} = \frac{\rho_1}{\rho_{eau}} = \frac{1030}{1000} = 1.03$$

b) *Mercure*

- Poids volumique :

$$\varpi = \rho.g = 13600x9.81 = 133416N/m^3$$

- Densité :

$$d = \frac{\rho}{\rho_{réf}} = \frac{\rho_2}{\rho_{eau}} = \frac{13600}{1000} = 13.6$$

c) Pétrole

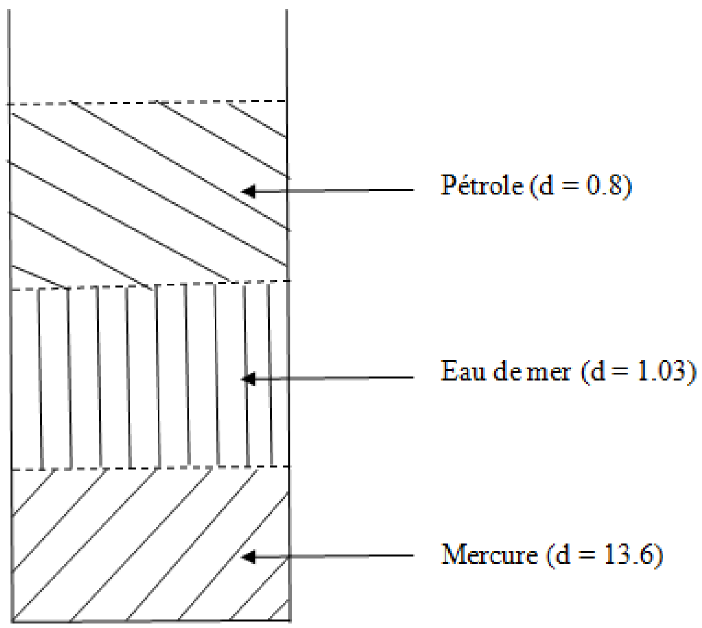
- Poids volumique :

$$\varpi = \rho.g = 800x9.81 = 7848N/m^3$$

- Densité :

$$d = \frac{\rho}{\rho_{réf}} = \frac{\rho_3}{\rho_{eau}} = \frac{800}{1000} = 0.8$$

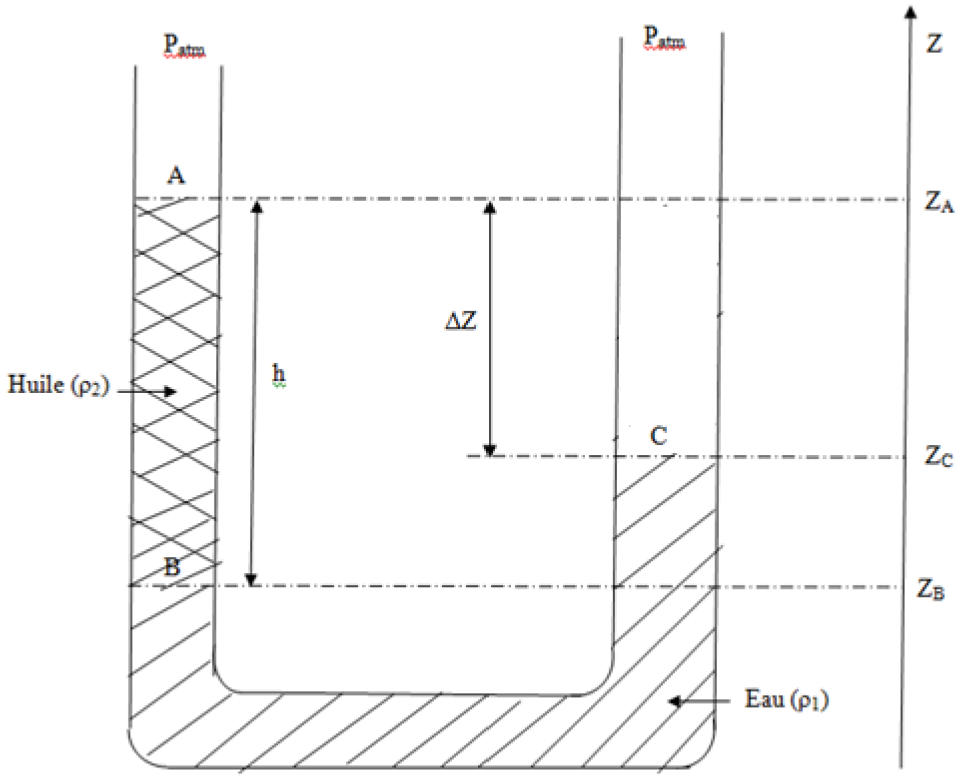
2) Superposition de l'eau de mer, du mercure et du pétrole dans un récipient



Exercice 2

Masse volumique de l'huile ρ_2

Le schéma ci-dessous montre un tube en U contenant deux liquides, de l'eau ayant une masse volumique ρ_1 et de l'huile de masse volumique ρ_2.



D'après la relation fondamentale de l'hydrostatique, la différence de pression entre deux points est proportionnelle à leur différence de profondeur, soit :

- ***Entre les points A et B***

$$P_A - P_B = \rho_2.g(Z_B - Z_A) = -\rho_2.g(Z_A - Z_B) = -\rho_2.g.h \quad \ldots\ldots\ldots(1)$$

- ***Entre les points B et C***

$$P_B - P_C = \rho_1.g(Z_C - Z_B) = \rho_1.g(h - \Delta Z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

- Au niveau des points A et C, la pression est la même : $P_A = P_C = P_{atm}$

En sommant les deux équations (1) et (2), on obtient :

$$P_A - P_B + P_B - P_C = -\rho_2.g.h + \rho_1.g(h - \Delta Z)$$

Et comme, $P_A = P_C$

Donc, $-\rho_2.g.h+\rho_1.g(h-\Delta Z)=0$

$$\Longrightarrow \rho_2.g.h=\rho_1.g(h-\Delta Z)$$

$$\Longrightarrow \rho_2=\frac{\rho_1(h-\Delta Z)}{h}=\frac{\rho_1\left(\frac{V}{S}-\Delta Z\right)}{\frac{V}{S}}=\frac{1000\left(\frac{10x10^{-6}}{10^{-4}}-10^{-3}\right)}{\frac{10x10^{-6}}{10^{-4}}}=990kg/m^3$$

Exercice 3

1) Poids d'une sphère en bois

On définit le poids de la sphère en bois par :

$$P_{bois}=m_{bois}.g=\rho_{bois}.V_{bois}.g$$

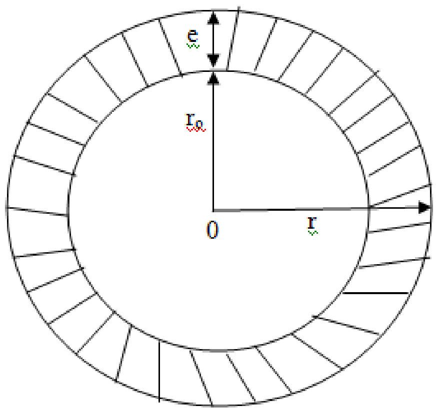
Et comme, le volume de cette sphère est:

$$V_{bois}=\frac{4}{3}.\pi.r^3=\frac{4}{3}x3.14x(0.2)^3=0.0335m^3$$

Donc, le poids de cette sphère en bois est : P_{bois} = 700x0.0335x9.81 = 230 N

2) Poids d'une sphère creuse en acier

Soit la sphère creuse en acier de rayon intérieur « r_o », de rayon extérieur « r » et d'épaisseur « e »



On définit le poids en acier de la sphère creuse par :

$$P_{acier}=m_{acier}.g=\rho_{acier}.V_{acier}.g$$

Et comme, le volume d'acier de cette sphère creuse est:

$$V_{acier} = V_2 - V_1 = \frac{4}{3}.\pi.r^3 - \frac{4}{3}.\pi.r_o^3 = \frac{4}{3}.\pi.r^3 - \frac{4}{3}.\pi.(r-e)^3$$

$$= \frac{4}{3}x3.14x(0.2)^3 - \frac{4}{3}x3.14x(0.2-0.008)^3 = 0.00386m^3$$

Donc, le poids en acier de cette sphère est : P_{acier} = 7800x0.00386x9.81 = 295 N

3) Poussée d'Archimède qui s'exercerait sur chacune de ces deux sphères, supposées totalement immergées dans l'eau.

La poussée d'Archimède est égale au poids du volume de fluide déplacé.
Or, les deux sphères (en bois et en acier) ont le même volume extérieur ; par conséquent, la poussée d'Archimède est la même pour les deux sphères, soit :
$P_{Archimède} = \rho_{fluide}.V_{immergé}.g = \rho_{eau}.V_{immergé}.g = \rho_1.V_{bois}.g$ = 1000x0.0335x9.81 = 328 N

4) a) Les sphères en bois et en acier pourraient elles flotter à la surface de l'eau ?

On a : ($P_{Archimède}$ = 328 N) > (P_{bois} = 230 N)

De même, ($P_{Archimède}$ = 328 N) > (P_{acier} = 295 N)

La poussée d'Archimède est supérieure à la fois au poids de la sphère en bois et celui de la sphère en acier. Par conséquent, les deux sphères pourraient flotter à la surface de l'eau.

b) Fraction du volume immergé

- ***Sphère en bois***

$$P_{Archimède} = \rho_{fluide}.V_{immergé}.g = \rho_{eau}.V_{eau.déplacée}.g = \rho_{eau}.V_{bois.immergé}.g = P_{bois}$$

$$\Longrightarrow V_{bois.immergé} = \frac{P_{bois}}{\rho_{eau}.g} = \frac{P_{bois}}{\rho_1.g} = \frac{230}{1000x9.81} = 0.0234m^3$$

$$\Longrightarrow \frac{V_{bois.immergé}}{V_{bois}} = \frac{0.0234}{0.0335} = 0.7 = 70\%$$

- ***Sphère creuse en acier***

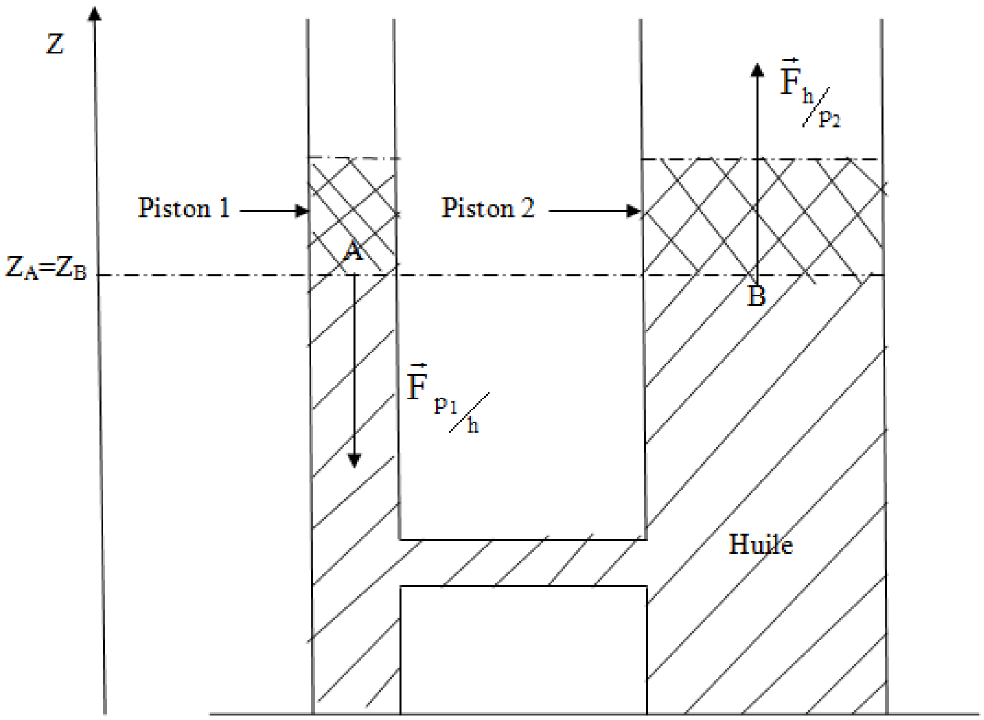
$$P_{Archimède} = \rho_{fluide}.V_{immergé}.g = \rho_{eau}.V_{eau.déplacée}.g = \rho_{eau}.V_{acier.immergé}.g = P_{acier}$$

$$\Longrightarrow V_{acier.immergé} = \frac{P_{acier}}{\rho_{eau}.g} = \frac{P_{acier}}{\rho_1.g} = \frac{295}{1000x9.81} = 0.0301m^3$$

$$\Longrightarrow \frac{V_{acier.immergé}}{V_{acier.global}} = \frac{V_{acier.immergé}}{V_{bois}} = \frac{0.0301}{0.0335} = 0.9 = 90\%$$

Exercice 4

Le cric hydraulique est schématisé par la figure ci-dessous.



1) Pression de l'huile au point A

La pression de l'huile au point A est définie par :

$$P_A = \frac{F_{P_1/h}}{S_1} = \frac{F_{P_1/h}}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{4F_{P_1/h}}{\pi d^2} = \frac{4x150}{3.14x(0.01)^2} = 1911x10^3\,Pa$$

2) Pression de l'huile au point B

L'application de la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et B donne :

$$P_A - P_B = \rho_h.g.(Z_B - Z_A)$$

Et comme, $Z_A = Z_B$,

Donc, P_A-P_B = 0 $\Longrightarrow$ $P_B = P_A = 1911x10^3$ Pa

3) Force de pression au point B

On définit la force de pression au point B par :

$$F_{h/P_2} = P_B.S_2 = P_B.\frac{\pi d_2^2}{4} = 1911x10^3\,\frac{3.14x(0.1)^2}{4} = 150x10^2\,N$$