

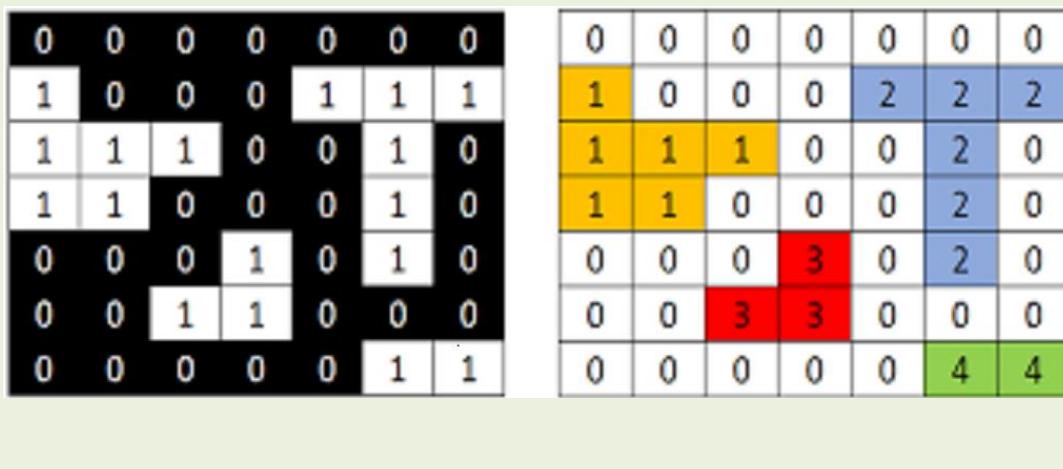
Spécialité  
Automatique et Informatique Industrielle

Cours

IMAGERIE ET VISION INDUSTRIELLE

Chap. 8

Analyse d'Images Binaires  
En Composantes Connexes



## Régions dans les images binaires et Analyse en Composantes Connexes

### Contenu de ce chapitre

- **Étiquetage en composante connexe**
  - Étiquetage séquentiel de région
  - Étiquetage Préliminaire
    - 1- Propagation des étiquettes
    - 2- Collisions des étiquettes
    - 3- Résolution des collisions
- **Contours de région**
  - Stratégie générale pour trouver les contours
  - Combinaison de l'étiquetage régional et recherche de contours
- **Représentation des régions dans une image**
  - Représentation matricielle
  - Codage par Plages, Run-Length Encoding (RLE)
  - Codage de contour par Chain Codes
  - Indice de forme (Shape number)
  - Descripteurs de Fourier
- **Propriétés des régions binaires**
- **Types d'attributs dans une image**
  - Attributs de forme (Shape features)
  - Caractéristiques géométriques
  - Propriétés statistiques d'une forme
    - Moments de données statistiques
    - Moments statistiques centraux
    - Moments centraux normalisés
  - Propriétés géométriques basées sur le moment
  - Projections
  - Propriétés topologiques

## Régions dans les images binaires et Analyse en Composantes Connexes

Une région est un groupe de pixels connectés ayant des propriétés similaires. Les approches de segmentation d'images basées sur la notion de région utilisent la similitude et la proximité spatiale entre les pixels pour trouver différentes régions.

La représentation d'une région dans une image est une étape intervenant après la segmentation d'images. Les pixels connectés ont besoin d'être représentés et/ou décrits pour comprendre la scène.

Deux choix possibles pour représenter une région :

Par ses caractéristiques externes (contours, ...)

Par ses caractéristiques internes

La représentation dépend de la tâche à effectuer. On doit ensuite être capable de décrire une région, à partir de la représentation utilisée.

Exemple, une région est représentée par son contour. Ce contour est décrit par des caractéristiques :

- Longueur
- Orientations
- courbures...

- **Étiquetage en composante connexe**  
(Connected-component labeling)

Un ensemble de pixels dans lequel chaque pixel est connecté à tous les autres pixels est appelé une composante connexe.

**Définition:** Un pixel  $p \in S$  est dit connecté à  $q \in S$  s'il existe un chemin de  $p$  à  $q$  composé entièrement de pixels de  $S$ .

Un algorithme d'étiquetage des objets ou régions essaie de trouver tous les composantes connexes dans une image et attribue une étiquette unique (un label) à tous les points de la même composante.

L'étiquetage des composantes connexes est utilisé en vision par ordinateur pour détecter les régions connexes dans des images numériques binaires, bien que les images couleurs et les données avec une dimensionnalité plus élevée puissent également être traitées. Lorsqu'il est intégré dans un système d'analyse et de reconnaissance d'image ou dans une interface d'interaction

homme-machine, l'étiquetage des composantes connexes peut opérer sur une variété d'informations. L'extraction d'objets (*blob extraction, en anglais*) est généralement effectuée sur l'image binaire résultante d'une étape de seuillage, mais elle peut aussi s'appliquer aux images en niveaux de gris et en couleurs. Les blobs ou objets peuvent être comptés, filtrés et suivis.

L'étiquetage des composantes connexes est défini comme étant **la création d'une image labellisée dans laquelle les pixels associés au même composant connexe de l'image d'entrée binaire ont une étiquette unique**. On peut aussi définir CCL comme étant **un opérateur dont l'entrée est une image binaire et la sortie [...] est une image symbolique dans laquelle l'étiquette attribuée à chaque pixel est un entier identifiant de manière unique la composante ou région connexe auquel appartient ce pixel.**

### ➤ Motivation

Il existe plusieurs motivations pour étudier et développer des détecteurs de blobs. L'une des principales raisons est de fournir des informations complémentaires sur les régions, qui ne sont pas obtenues à partir des détecteurs de bord ou des détecteurs de coin. Dans les premiers travaux dans ce domaine, la détection de blobs a été utilisée pour obtenir des régions d'intérêt pour un traitement ultérieur. Ces régions pourraient signaler la présence d'objets ou de parties d'objets dans le domaine de l'image avec une application à la reconnaissance d'objets et / ou au suivi d'objets par exemple en vision industrielle.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0

(a) Image binaire initial

0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	2	2	2	0
1	1	1	0	0	2	0	0
1	1	0	0	0	2	0	0
0	0	0	3	0	2	0	0
0	0	3	3	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4	4	0

(b) Comptage d'objet par étiquetage de l'image binaire. Il y a présence de 4 objets.

- **Étiquetage séquentiel de région (Sequential Region Labeling)**

L'algorithme séquentiel nécessite généralement deux passages sur l'image. Il fonctionne avec seulement deux lignes d'une image à la fois.

**Algorithme à 2 Étapes:**

**1. Étiquetage préliminaire des régions dans une image binaire**

**2. Résolution des cas de collisions où plusieurs étiquettes se produisent (étant précédemment étiqueté)**

- Même si l'algorithme est complexe (en particulier au 2ème stade), il est préféré car il nécessite moins d'espace mémoire.
- Première étape: étiquetage préalable
- Vérifiez les pixels entourant selon que nous considérons un voisinage à 4-connexité ou 8-connexité



- **Étiquetage Préliminaire**  
1- Propagation des étiquettes

- Le premier pixel de l'avant-plan [1] est trouvé : détection du premier pixel d'une région
- Tous les voisins de  $N(u, v)$  sont des pixels d'arrière-plan [0]
- Attribuer au pixel la première étiquette [2]

(b) Seulement des pixels du fond sont voisins

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

nouvelle étiquette (2)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- Dans l'étape suivante, propagez cette valeur [2] exactement au voisin dans  $N(u, v)$  du pixel marqué avec l'étiquette 2.

(c) on a une seule étiquette du pixel voisin

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

L'étiquette du pixel voisin est propagée

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	2	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- Continuer à vérifier les pixels comme vu ci-dessus
- À l'étape ci-dessous, il y a deux pixels voisins et ils ont des étiquettes différentes (2 et 5)
- L'une de ces valeurs se propage (2 dans ce cas), et la collision <2,5> est enregistrée

(d) deux étiquettes différentes des voisins

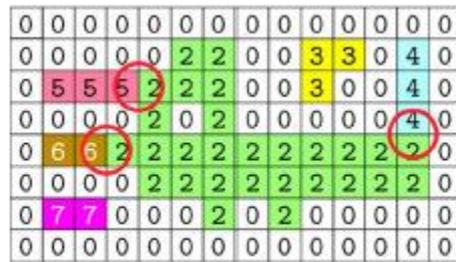
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	2	0	0	3	3	0	4	0	0	0
0	5	5	5	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

une des étiquettes (2) est propagée

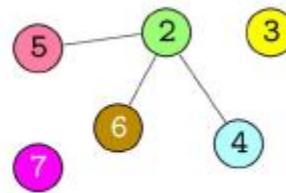
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	2	0	0	3	3	0	4	0	0	0
0	5	5	5	2	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## 2- Collisions des étiquettes

- A la fin de l'étape d'étiquetage
- Tous les pixels de premier plan ont été provisoirement marqués
- Toutes les collisions entre étiquettes (cercles rouges) ont été enregistrées
- Les étiquettes et les collisions correspondent aux arêtes du graphe non orienté



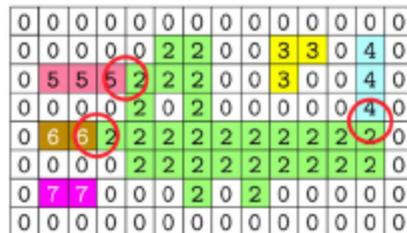
(a)



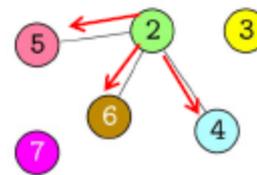
(b)

• Résolution des collisions

- Une fois que toutes les étiquettes distinctes d'une même région ont été collectés, attribuer aux étiquettes de tous les pixels de la même région la même valeur (par exemple, attribuez à toutes les étiquettes la plus petite étiquette d'origine. Par exemple [2])



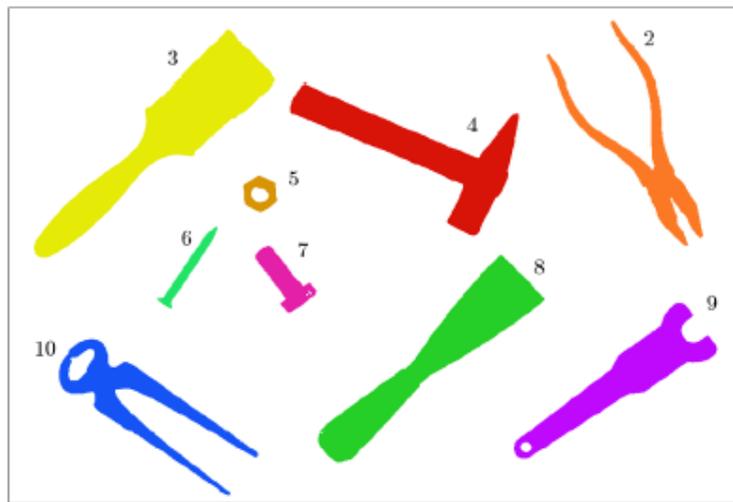
(a)



(b)



## Étiquetage des régions: Exemple de résultat



Label	Area (pixels)	Bounding Box (left, top, right, bottom)	Center ( $x_c$ , $y_c$ )
2	14978	(887, 21, 1144, 399)	(1049.7, 242.8)
3	36156	( 40, 37, 438, 419)	( 261.9, 209.5)
4	25904	(464, 126, 841, 382)	( 680.6, 240.6)
5	2024	(387, 281, 442, 341)	( 414.2, 310.6)
6	2293	(244, 367, 342, 506)	( 294.4, 439.0)
7	4394	(406, 400, 507, 512)	( 454.1, 457.3)
8	29777	(510, 416, 883, 765)	( 704.9, 583.9)
9	20724	(833, 497, 1168, 759)	(1016.0, 624.1)
10	16566	( 82, 558, 411, 821)	( 208.7, 661.6)

### • Contours de région

- Après avoir trouvé les régions, rechercher les bords de ces régions (contours) constitue une étape importante pour l'analyse d'objets dans une image.
- Cela semble facile, mais ce n'est pas trivial!
- Les opérations morphologiques peuvent être utilisées pour trouver les pixels frontières (intérieur et extérieur) d'une région.

Nous voulons une séquence ordonnée de pixels qui trace les limites et délimite les bords des objets.

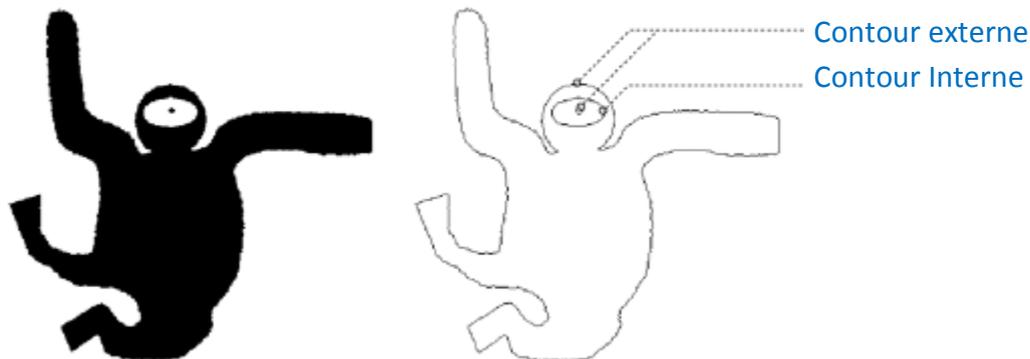
### Contours intérieurs vs contours extérieurs

#### • Contour extérieur

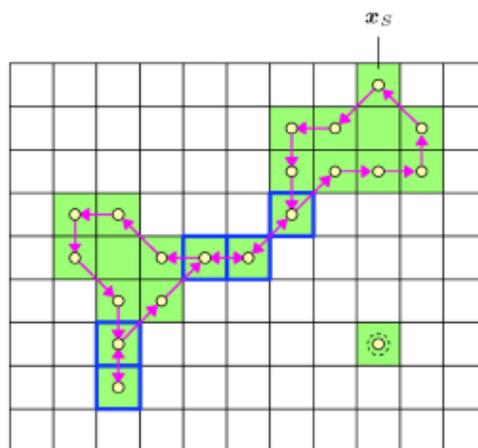
- se trouve le long de l'extérieur de la région de premier plan (sombre)
- Un seul existe

- **Contour intérieur**

- En raison des trous, il peut y avoir plus d'un contour intérieur



- Complicé pour les régions connectées par une ligne mince de 1 pixel de large
- Le contour peut parcourir plusieurs fois le même pixel, dans des directions différentes.
- **Implication:** nous ne pouvons pas utiliser le retour à un pixel de départ comme condition pour terminer le contour.
  - La région avec 1 pixel aura également un contour

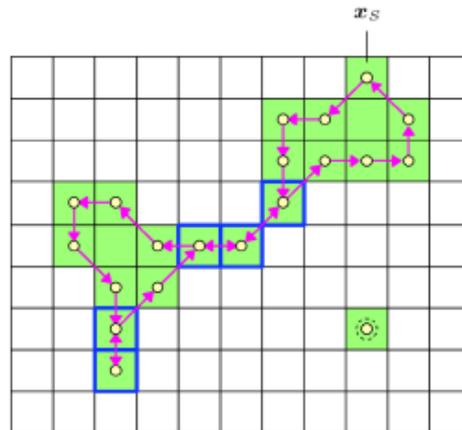


- **Stratégie générale pour trouver les contours**

- **Deux étapes:**

- Trouver toutes les régions connectées dans l'image
- Pour chaque région, procéder à partir d'un pixel sélectionné sur sa frontière.

Ça fonctionne bien, mais la mise en œuvre nécessite un bon répertoire de sauvegarde.

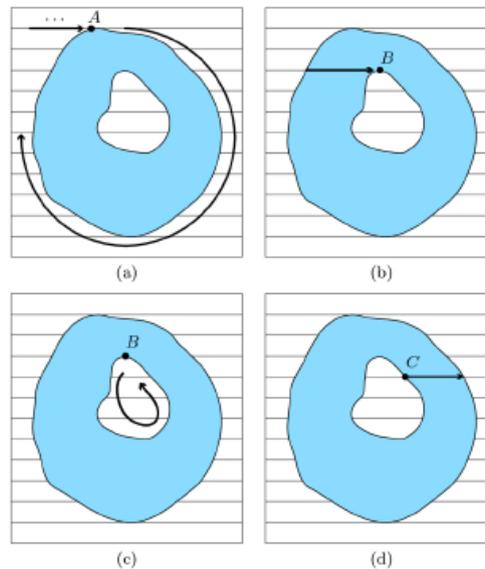


- **Combinaison de l'étiquetage régional et recherche de contours**

- Identifier et étiqueter les régions : (les repérer par des labels)
- Tracer les contours intérieurs et extérieurs :
  - **Étape 1 (fig (a)):**
    - L'image est traversée du coin supérieur gauche vers le bas à droite.
    - En cas de transition d'un pixel du premier plan à un autre pixel de premier plan précédemment non marqué (A), alors A se trouve sur le bord extérieur d'une nouvelle région.
    - Un nouveau label ou étiquette est attribué et on démarre à partir du point A, les pixels sur le bord le long du contour extérieur sont visités et étiquetés jusqu'à ce que A soit à nouveau atteint (fig a).
    - les pixels d'arrière-plan directement bordant une région sont étiquetés -1
  - **Étape 2 (fig (b) et (c)):**
    - En cas de transition d'un pixel B du premier-plan à un pixel d'arrière-plan non marqué, alors B se trouve sur un contour d'intérieur.
    - À partir du point B le contour intérieur est parcouru. Pixels le long du contour intérieur sont trouvés et étiquetés avec l'étiquette de la région environnante (fig (c)) jusqu'au retour au point initial B.

- **Étape 3 (fig (d)):**

- Lorsque le pixel de premier plan ne se trouve pas sur le contour (pas un bord), ceci signifie que le pixel voisin à gauche a déjà été étiqueté (fig(d)) et cette étiquette est propagée au pixel actuel.

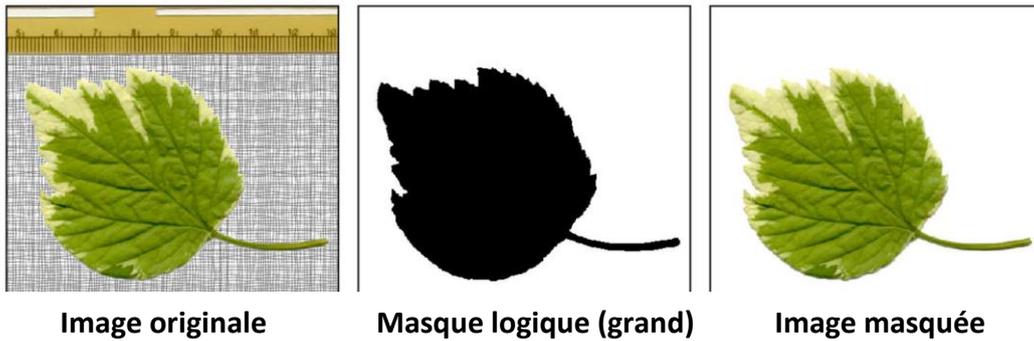


- **Représentation des régions dans une image**

- **Représentation matricielle**

La matrice est utile pour stocker des images. Cependant, La représentation matricielle nécessite la même (grande) allocation d'espace mémoire même si le contenu de l'image est petit (par exemple contenant 2 lignes)

- Les régions de l'image peuvent être représentées à l'aide d'un masque logique
  - À une zone dans la région est assignée la valeur vraie (1)
  - À une zone en dehors de la région est assignée la valeur fausse (0)
  - Appelée Bitmap car les valeurs booléennes peuvent être représentées par un 1 bit seulement.



• **Codage par Plages, Run-Length Encoding (RLE)**

Le système de codage qui s'applique essentiellement à des images binaires en noir et blanc : au lieu de coder un bit par point, on dispose d'un compteur — en général sur un octet — indiquant combien de points blancs ou noirs se suivent.

Un encodage Run Length Encoding consiste à indiquer pour chaque suite de pixels d'une même couleur le nombre de pixels de cette séquence. Le résultat comporte en général moins de caractères, bien que ça ne soit pas toujours le cas.

- Les séquences de pixels adjacents de premier plan peuvent être représentées de façon compacte comme des runs ou plages de même valeurs
- Plage: une séquence de longueur maximale de pixels adjacents de même type dans une ligne ou une colonne
- Les séquences de longueur arbitraire peuvent être codées comme suit:

$$Run_i = \langle row_i, column_i, length_i \rangle$$



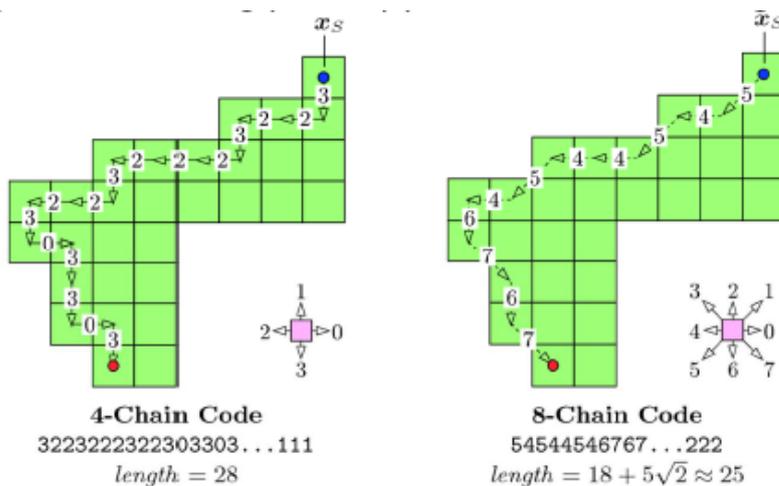
Example

		Bitmap									RLE
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	(row, column, length)
0											
1				x	x	x	x	x	x		(1, 2, 6)
2											(3, 4, 4)
3						x	x	x			(4, 1, 3)
4		x	x	x		x	x	x			(4, 5, 3)
5		x	x	x	x	x	x	x	x	x	(5, 0, 9)
6											

- RLE est utilisé comme méthode de compression simple sans perte d'information
- Forme la fondation de base pour la transmission de fax
- Utilisé dans plusieurs codecs dont TIFF, GIF et JPEG

### \* Codage de contour par Chain Codes

- Représentation de région à l'aide d'un codage de contour
- Contour commençant au point de départ  $x_s$  représenté par une séquence des changements de direction qu'il décrit sur une image tramée discrète.
- Essentiellement, chaque direction possible se voit attribuer un numéro
- La longueur du trajet résultant est approximativement la longueur réelle du contour



### \* Chaîne de codes différentiels (differential Chain Codes)

- Le contour  $R$  est défini comme une séquence de points

$$c_{\mathcal{R}} = [x_0, x_1, \dots, x_{M-1}] \text{ avec } x_i = \langle u_i, v_i \rangle$$

- Pour coder la région  $R$ , on procède ainsi :
  - Stocker les coordonnées du point de départ

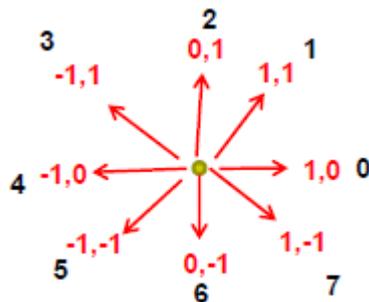
- Au lieu de stocker une séquence de coordonnées de points, stockez la direction relative (8 possibilités) de chaque point par rapport au point précédent.

C'est-à-dire créer des éléments de sa séquence de chaîne de code

$$c'_R = [c'_0, c'_1, \dots, c'_{M-1}] \text{ par } c'_i = \text{CODE}(\Delta u_i, \Delta v_i) \text{ avec}$$

$$(\Delta u_i, \Delta v_i) = \begin{cases} (u_{i+1} - u_i, v_{i+1} - v_i) & \text{for } 0 \leq i < M-1 \\ (u_0 - u_i, v_0 - v_i) & \text{for } i = M-1, \end{cases}$$

- Le code est défini par le tableau ci-dessous



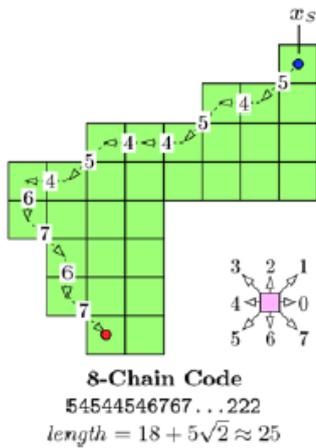
$\Delta u$	1	1	0	-1	-1	-1	0	1
$\Delta v$	0	1	1	1	0	-1	-1	-1
$\text{CODE}(\Delta u, \Delta v)$	0	1	2	3	4	5	6	7

- La comparaison de 2 chaîne de codes l'un absolu et l'autre différentiel est difficile
- Chaîne de Code différentiel: coder le changement de direction le long du contour discret
- Un élément du code chaîne absolu  $c'_R = [c'_0, c'_1, \dots, c'_{M-1}]$  peut être converti en un élément de la chaîne de code différentiel élément par élément selon la relation suivante :

$$c''_i = \begin{cases} (c'_{i+1} - c'_i) \bmod 8 & \text{for } 0 \leq i < M-1 \\ (c'_0 - c'_i) \bmod 8 & \text{for } i = M-1 \end{cases}$$

• Exemple de chaîne de code différentiel

- La chaîne de code différentiel pour la figure suivante est:



$$c'_R = [5, 4, 5, 4, 4, 5, 4, \boxed{6, 7}, 6, 7, \dots, 2, 2, 2]$$

$$c''_R = [7, 1, 7, 0, 1, 7, 2, \boxed{1}, 7, 1, 1, \dots, 0, 0, 3]$$

Exemple: 7 - 6 = 1  
Exemple: 7 - 6 = 1

• Indice de forme (Shape number)

- Chiffres du chain code différentiel sont fréquemment interprétés comme des nombres en base b
- b = 4 pour un contour à 4-connexité
- b = 8 pour un contour à 8-connexité

$$VAL(c''_R) = c''_0 \cdot b^0 + c''_1 \cdot b^1 + \dots + c''_{M-1} \cdot b^{M-1}$$

$$= \sum_{i=0}^{M-1} c''_i \cdot b^i$$

- Nous pouvons déplacer la séquence de chain code cycliquement
- Exemple: le décalage cyclique du code de chaîne de 2 positions donne

$$c''_R = [0, 1, 3, 2, \dots, 9, 3, 7, 4]$$

$$c''_R \triangleright 2 = [7, 4, 0, 1, 3, 2, \dots, 9, 3]$$

- Nous pouvons décaler la séquence cycliquement jusqu'à ce que la valeur numérique soit maximisée, donnée comme :

$$k_{max} = \arg \max_{0 \leq k < M} VAL(c''_R \triangleright k)$$

- Le code résultant est appelé l'indice de forme.
- Pour comparer 2 séquences du chain codes différentiels, ils doivent avoir le même point de départ.
- L'indice de forme n'a pas cette exigence
- En général, les chain codes ne sont pas utiles pour déterminer la similitude entre les régions car :
  - Les rotations arbitraires ont trop d'impact sur elles
  - Ne peuvent pas gérer la mise à l'échelle ou les distorsions des objets.

### • Descripteurs de Fourier

- Interpréter le contour 2D comme une séquence de valeurs  $[z_0, z_1, \dots, z_{M-1}]$  dans le plan complexe, où :

$$z_i = (u_i + i \cdot v_i) \in \mathbb{C}$$

- Les coefficients du spectre de Fourier 1D de cette fonction fournissent une description de la forme du contour dans l'espace des fréquences

### • Propriétés des régions binaires

- Descriptions humaines des régions en fonction de leurs propriétés:
  - "un rectangle rouge sur fond bleu"
  - "coucher de soleil sur la plage avec deux chiens jouant dans le sable"
- Il n'est pas encore possible pour les ordinateurs de générer de telles descriptions
- Alternativement, les ordinateurs peuvent calculer des propriétés de l'image ou de la région à utiliser pour la classification
- L'utilisation d'attributs pour classer les images est un élément fondamental pour la reconnaissance de formes.

### Types d'attributs dans une image

- Caractéristiques de forme
- Caractéristiques géométriques
- Propriétés statistique de forme

- Propriétés géométriques basées sur le moment
- Propriétés topologiques
  
- **Attributs de forme (Shape features)**
  - Attribut: une caractéristique numérique ou qualitative calculable à partir de valeurs et coordonnées des pixels dans une région
  - Exemple d'attribut: l'une des caractéristiques la plus simple est la taille qui est égale au nombre total de pixels dans la région.
- **Vecteur d'attributs**
  - Combinaison de différentes caractéristiques
  - Utilisé comme une sorte de «signature» pour la région pour la classification ou Comparaison
  
- **Propriétés souhaitables des attributs**
  - Simples à calculer
  - Non affectés par la translation, la rotation et la mise à l'échelle d'objets ou régions.

## Caractéristiques géométriques

- **Région R dans l'image binaire** = distribution 2D des points du premier plan dans un plan discret
  - **Périmètre**: longueur du contour extérieur de la région
  - Notez que la région R doit être connexe
  - **Longueur** : pour une 4-connexité, la longueur mesurée d'un contour est plus grande que sa longueur réelle
  - Bonne approximation pour le chain code à 8-connexité
- $$c'_{\mathcal{R}} = [c'_0, c'_1, \dots, c'_{M-1}]$$

$$\text{Perimeter}(\mathcal{R}) = \sum_{i=0}^{M-1} \text{length}(c'_i)$$

$$\text{with } \text{length}(c) = \begin{cases} 1 & \text{for } c = 0, 2, 4, 6 \\ \sqrt{2} & \text{for } c = 1, 3, 5, 7 \end{cases}$$

- La formule conduit à une surestimation. Une bonne solution est de multiplier par 0,95

$$P(\mathcal{R}) \approx \text{Perimeter}_{\text{corr}}(\mathcal{R}) = 0.95 \cdot \text{Perimeter}(\mathcal{R})$$

- **Surface:** compter simplement les pixels de l'image qui composent la région

$$A(\mathcal{R}) = |\mathcal{R}| = N.$$

- **Aire de la région connexe (sans trous):** définie par Les points de coordonnées M peut être estimée à l'aide de la formule d'aire de Gauss pour les polygones comme :

$$A(\mathcal{R}) \approx \frac{1}{2} \cdot \left| \sum_{i=0}^{M-1} (u_i \cdot v_{(i+1) \bmod M} - u_{(i+1) \bmod M} \cdot v_i) \right|$$

- **Compacité et rondeur d'une forme**

Les paramètres de forme caractérisent des propriétés morphométriques des objets ou figures dans une image binaire. Ils sont sans unité et invariants par similitude. Ce sont des coefficients compris entre 0 et 1 évaluant une des caractéristiques morphométriques de la région. Ces caractéristiques sont, entre autres, la compacité, la convexité, la circularité, l'allongement, . . . Par exemple, la compacité d'une région peut être définie par le rapport entre son aire et, soit l'aire d'un cercle de périmètre identique, soit l'aire d'un cercle de périmètre égal à celui de son enveloppe convexe.

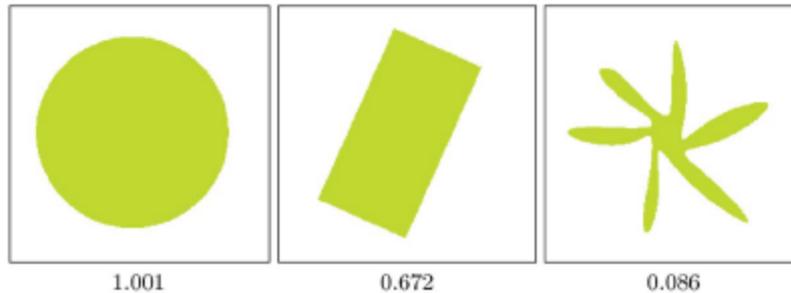
En analyse d'image, la détermination de ces paramètres morphométriques permet de caractériser et classifier des structures présentes dans une image. Ces caractéristiques sont donc déterminées sur des images numériques binaires, en considérant l'objet défini par l'ensemble des pixels blancs (ou noirs).

- **Compacité et rondeur:** caractérise la relation entre l'aire de la région et son périmètre, c'est-à-dire :

$$A/P^2$$

- Invariante à la translation, la rotation et la mise à l'échelle.
- Lorsqu'il est appliqué à une région circulaire, le rapport a une valeur de :  
 $1/4\pi$
- Ainsi, la normalisation par rapport au cercle plein crée une caractéristique sensible à la rondeur ou circularité :

$$\mathbf{Circularité}(R) = 4\pi \cdot \frac{A(R)}{P^2(R)}$$

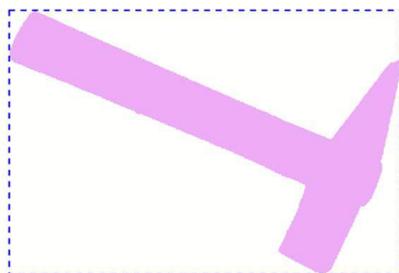


## • Autres Caractéristiques géométriques

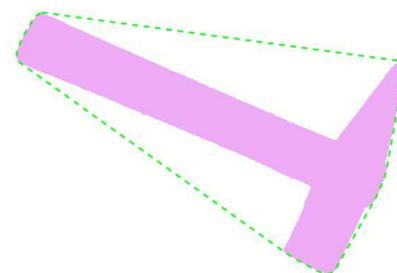
- **Boîte englobante:** rectangle à axe parallèle minimal qui englobe tous les points de la région  $R$

$$\text{BoundingBox}(\mathcal{R}) = \langle u_{\min}, u_{\max}, v_{\min}, v_{\max} \rangle$$

- **Enveloppe convexe:** le plus petit polygone qui entoure tous les points de la région  $R$
- **Convexité:** relation entre la longueur de l'enveloppe convexe et le périmètre de la région
- **Densité:** le rapport entre l'aire de la région et l'aire de l'enveloppe convexe



(a)

**Boîte englobante**

(b)

**Enveloppe convexe**

## • Propriétés statistiques d'une forme

- Considérer les points comme étant statistiquement distribués dans l'espace 2D
- Peut être appliquée aux régions non connexes
- Les moments centraux mesurent les propriétés caractéristiques par rapport au point milieu ou centroïde de la région
- **Centroïde**: centre de gravité d'une région binaire est la moyenne arithmétique de tous les coordonnées (x, y) dans la région :

$$\bar{x} = \frac{1}{|\mathcal{R}|} \cdot \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} u \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{|\mathcal{R}|} \cdot \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} v$$

- **Moments**: le centroïde n'est qu'un cas spécifique du concept plus général de moment.
- **Moment ordinaire d'ordre (p, q)** pour une fonction discrète (image)  $I(u, v)$  est défini par :

$$m_{pq} = \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} I(u, v) \cdot u^p v^q \quad \leftarrow \text{Prendre le moment d'ordre } p \text{ dans la direction } u \text{ et le moment d'ordre } q \text{ dans la direction } v$$

- **L'aire d'une région binaire** est un moment d'ordre zéro

$$A(\mathcal{R}) = |\mathcal{R}| = \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} 1 = \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} u^0 v^0 = m_{00}(\mathcal{R})$$

- De même, **le centroïde** peut être exprimé comme :

$$\bar{x} = \frac{1}{|\mathcal{R}|} \cdot \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} u^1 v^0 = \frac{m_{10}(\mathcal{R})}{m_{00}(\mathcal{R})}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{|\mathcal{R}|} \cdot \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} u^0 v^1 = \frac{m_{01}(\mathcal{R})}{m_{00}(\mathcal{R})}$$

- **Les moments** représentent des propriétés physiques concrètes d'une région.

- **Moments de données statistiques**

- Moments statistiques utilisés pour quantifier la manière dont les données sont asymétriques.
- Exemple: étant donné les nombres 3, 2, 3.7, 5, 2.7 et 3, la symétrie relative ou l'asymétrie peut être déterminée par le calcul des moments
- Formule du troisième moment: pour chaque point X, on calcule:

$$m_3 = \frac{\sum(X - Moyenne)^3}{N}$$

- On peut calculer les 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> moments etc. de la même façon.

- **Moments statistiques centraux**

- Utiliser le centroïde de la région comme référence pour calculer les caractéristiques de la région qui sont invariantes de la translation.
- Déplacer l'origine vers le centre de gravité de la région (Remarque: inutile pour le moment ordinaire)
- Les moments centraux d'ordre (p, q) sont calculés comme suit:

$$\mu_{pq}(\mathcal{R}) = \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} I(u, v) \cdot (u - \bar{x})^p \cdot (v - \bar{y})^q$$

- Pour une image binaire avec  $I(u, v) = 1$  :

$$\mu_{pq}(\mathcal{R}) = \sum_{(u,v) \in \mathcal{R}} (u - \bar{x})^p \cdot (v - \bar{y})^q$$

- Les valeurs des moments centraux dépendent de :
  - ✓ Les distances de tous les points de la région vers le centroïde
  - ✓ La taille absolue de la région

Les caractéristiques invariantes de la taille peuvent être obtenues en normalisant les moments centraux uniformément par un facteur s:

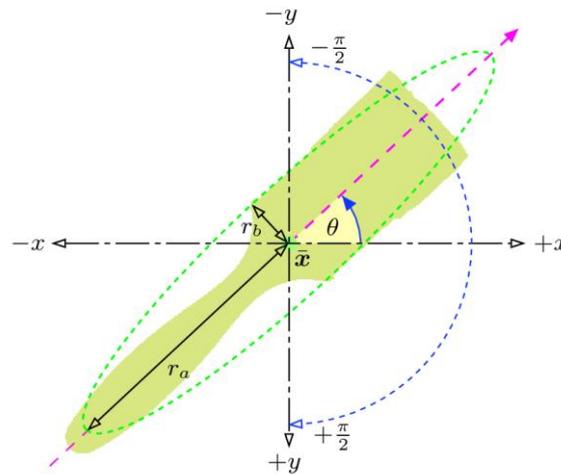
$$s^{(p+q+2)}$$

## Moments centraux normalisés:

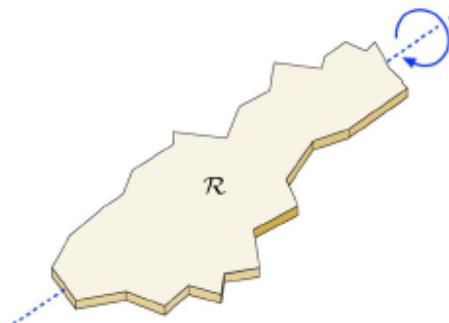
$$\bar{\mu}_{pq}(\mathcal{R}) = \mu_{pq} \cdot \left( \frac{1}{\mu_{00}(\mathcal{R})} \right)^{(p+q+2)/2} \quad \text{pour } (p+q) \geq 2$$

## Propriétés géométriques basées sur le moment

- Plusieurs caractéristiques intéressantes peuvent être dérivées des moments
- **Orientation**: décrit la direction du grand axe qui s'étend à travers le centre de gravité et le long de la partie la plus large de la région.



- Parfois appelé le principal axe de rotation puisque la rotation d'une région autour de son grand axe nécessite le moins d'effort qu'une rotation autour de tout autre axe.



- La direction du grand axe peut être calculée à partir des moments centraux

$$\tan(2\theta_{\mathcal{R}}) = \frac{2 \cdot \mu_{11}(\mathcal{R})}{\mu_{20}(\mathcal{R}) - \mu_{02}(\mathcal{R})} \quad \rightarrow \quad \theta_{\mathcal{R}} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot \mu_{11}(\mathcal{R})}{\mu_{20}(\mathcal{R}) - \mu_{02}(\mathcal{R})} \right)$$

- Le résultat est une valeur dans l'intervalle  $[-90, 90]$   
On pourrait tracer l'orientation de la région sous forme de ligne ou de flèche.
- Utilisation de l'équation paramétrique d'une ligne

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \lambda \cdot \mathbf{x}_d = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta_{\mathcal{R}}) \\ \sin(\theta_{\mathcal{R}}) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \lambda \cdot \mathbf{x}_d = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta_{\mathcal{R}}) \\ \sin(\theta_{\mathcal{R}}) \end{pmatrix}$$

**Point**      **Vecteur**  
**de départ**    **de direction**

- Le vecteur d'orientation  $\mathbf{x}_d$  de la région peut être calculé comme :

$$x_d = \cos(\theta_{\mathcal{R}}) = \begin{cases} 0 & \text{pour } A = B = 0 \\ \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} & \text{autrement} \end{cases}$$

$$y_d = \sin(\theta_{\mathcal{R}}) = \begin{cases} 0 & \text{pour } A = B = 0 \\ \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} & \text{pour } A \geq 0 \\ -\left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{b}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} & \text{pour } A < 0 \end{cases}$$

$$\text{où } A = 2\mu_{11}(\mathcal{R}) \quad B = \mu_{20}(\mathcal{R}) - \mu_{02}(\mathcal{R})$$

- **Excentricité:** rapport des longueurs du grand axe (ou axe majeur) et du petit axe (ou axe mineur)
  - Elle exprime à quel point la région est allongée

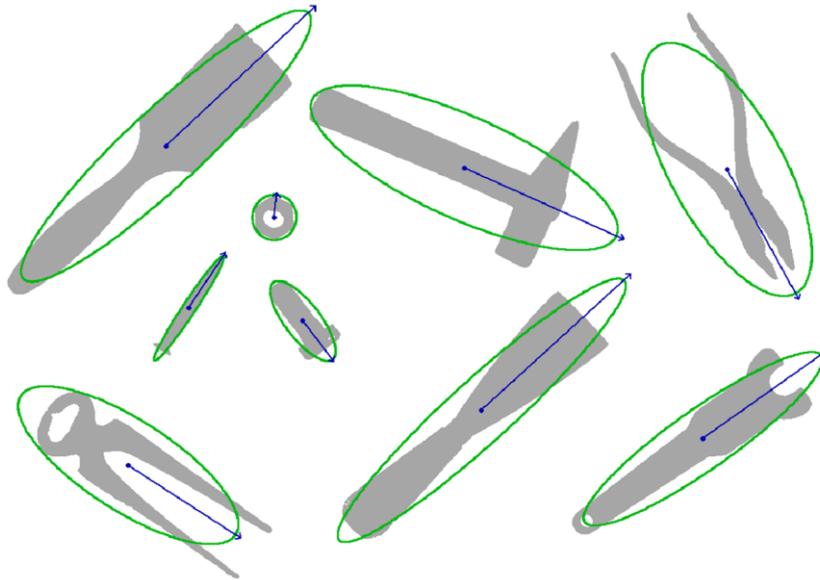
$$Ecc(\mathcal{R}) = \frac{a_1}{a_2} = \frac{\mu_{20} + \mu_{02} + \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4 \cdot \mu_{11}^2}}{\mu_{20} + \mu_{02} - \sqrt{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4 \cdot \mu_{11}^2}}$$

- Les longueurs des axes majeur et mineur sont données par :

$$r_a = 2 \cdot \left( \frac{\lambda_1}{|\mathcal{R}|} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{2a_1}{|\mathcal{R}|} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$r_b = 2 \cdot \left( \frac{\lambda_2}{|\mathcal{R}|} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{2a_2}{|\mathcal{R}|} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- Exemples d'images avec orientation et excentricité superposées



Noter que :

- Moments centraux normalisés ne sont pas affectés par une translation ou mise à l'échelle uniforme d'une région mais ils sont modifiés par la rotation
- Moments appelés moments de Hu (formés de sept combinaisons de moments centraux normalisés) sont invariants à la translation, mise à l'échelle et la rotation.

$$H_1 = \bar{\mu}_{20} + \bar{\mu}_{02}$$

$$H_2 = (\bar{\mu}_{20} - \bar{\mu}_{02})^2 + 4\bar{\mu}_{11}^2$$

$$H_3 = (\bar{\mu}_{30} - 3\bar{\mu}_{12})^2 + (3\bar{\mu}_{21} - \bar{\mu}_{03})^2$$

$$H_4 = (\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12})^2 + (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})^2$$

$$H_5 = (\bar{\mu}_{30} - 3\bar{\mu}_{12}) \cdot (\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12}) \cdot [(\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12})^2 - 3(\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})^2] \\ + (3\bar{\mu}_{21} - \bar{\mu}_{03}) \cdot (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03}) \cdot [3(\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12})^2 - (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})^2]$$

$$H_6 = (\bar{\mu}_{20} - \bar{\mu}_{02}) \cdot [(\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12})^2 - (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})^2] \\ + 4\bar{\mu}_{11} \cdot (\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12}) \cdot (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})$$

$$H_7 = (3\bar{\mu}_{21} - \bar{\mu}_{03}) \cdot (\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12}) \cdot [(\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12})^2 - 3(\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})^2] \\ + (3\bar{\mu}_{12} - \bar{\mu}_{30}) \cdot (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03}) \cdot [3(\bar{\mu}_{30} + \bar{\mu}_{12})^2 - (\bar{\mu}_{21} + \bar{\mu}_{03})^2]$$

## • Projections

- **Projection horizontale de la ligne  $v_0$**  est la somme des valeurs d'intensité des pixels dans la ligne  $v_0$
- **Projection verticale de la ligne  $u_0$**  est la somme des valeurs d'intensité des pixels dans la ligne  $u_0$
- Pour l'image binaire, la projection est le nombre de pixels de premier plan sur la ligne correspondante ou colonne



- Les projections d'images sont des représentations 1d du contenu de l'image
- Projections verticales et horizontales de l'image  $I(u, v)$  définies comme :

$$P_{\text{hor}}(v_0) = \sum_{u=0}^{M-1} I(u, v_0) \quad \text{pour } 0 < v_0 < N$$

$$P_{\text{ver}}(u_0) = \sum_{v=0}^{N-1} I(u_0, v) \quad \text{pour } 0 < u_0 < M$$

## • Propriétés topologiques

La **topologie** est l'étude des propriétés (qui ne seront pas affectées par une déformation de l'image) d'une région.

Les propriétés topologiques sont très utiles pour donner une description globale d'une région. Donc on adopte les descripteurs topologiques avec les raisons suivantes :

- Pour capturer la structure d'une région
- Invariance aux fortes transformations d'image

La topologie peut être décrite selon :

- **Le nombre de trous  $T$**  est une fonction simple et robuste
- **Le nombre de composantes connexes  $C$**  dans une région
- **Le nombre d'Euler  $E$** : défini par la différence entre le nombre de composantes connexes et le nombre de trous

$$E = C - T$$

- Caractéristiques topologiques sont souvent combinées avec des caractéristiques numériques (par exemple en reconnaissance optique de caractères (OCR))

Exemple : la région foncée est composée de  **$T = 2$**  trous

et une composante connexe  **$C = 1$**

son nombre d'Euler  **$E = C - T = -1$**

