

Chapitre 4 : Transfert par rayonnement

Voici les points essentiels à retenir :

1) En conduction et en convection, le transfert de chaleur dépend des différences de températures. En rayonnement, les échanges sont liés au niveau de température.

2) Le rayonnement se propage dans le vide à une vitesse constante $c \sim 3 \times 10^8$ m/s. La nature du rayonnement et sa fréquence dépendent de sa source. Tous les corps émettent du rayonnement, cependant on ne peut ressentir que les rayonnements dont les longueurs d'onde sont comprises entre 0.1 et 100 μm . Dans ce domaine dit thermique, le rayonnement est capable de chauffer un corps. A l'intérieur de ce domaine, l'œil humain ne perçoit qu'un tout petit domaine appelé domaine du visible compris entre 0.38 et 0.76 μm .

3). Loi de Lambert

On dit qu'une source vérifie la loi de Lambert si sa luminance L ne dépend pas de la direction d'émission. On obtient alors la relation suivante :

$$M = \pi L \quad (1)$$

Où :

- M est l'émittance. C'est le flux émis par unité de surface:

$$M = \frac{d\Phi}{dS} \quad (2)$$

Elle s'exprime en W/m^2 . Cette émittance peut aussi être définie en fonction de la longueur d'onde. On parle alors d'émittance monochromatique M_λ :

$$M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda} \quad (3)$$

Elle s'exprime généralement en $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$ si λ est en μm .

- L représente la luminance. Elle caractérise la sensation visuelle de luminosité d'une surface, soit le flux de lumière visible émis par un élément de surface dS dans une direction donnée Ox , par unité de surface dS et par unité d'angle solide $d\Omega$ d'axe Ox (exprimé en stéradian (sr)). Elle vérifie la relation suivante :

$$L_{Ox} = \frac{d\Phi}{dS d\Omega \cos \theta} = \frac{I}{dS \cos \theta} \quad (4)$$

θ est l'angle entre la normale à dS et l'axe Ox de l'angle solide. I est l'intensité énergétique (en $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$). La luminance L_{Ox} s'exprime en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$. La Luminance monochromatique en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ est donnée par :

$$L_{\lambda, Ox} = \frac{L_{Ox}}{d\lambda} \quad (5)$$

4) Corps noir

Le corps noir est un corps idéal pour lequel le flux absorbé est égal au flux incident $\forall \lambda$. Dans ce qui suit, toutes les grandeurs physiques relatives au corps noir seront pourvues de l'exposant 0 ($M^0, M_\lambda^0, L_{\lambda,0x}^0 \dots$).

5). Loi de Planck

Elle lie l'émittance monochromatique M_λ^0 du corps noir à sa température T et à la longueur d'onde λ :

$$\frac{dM^0}{d\lambda} = M_\lambda^0(T) = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \quad (6)$$

Avec λ , la longueur d'onde (en m ou en μm) et T, la température en K. Les coefficients C_1 et C_2 ont pour expressions :

$$C_1 = 2 h c^2 \pi \quad \text{et} \quad C_2 = h \frac{c}{k_B} \quad (7)$$

Où c désigne la célérité de la lumière dans le vide, h la constante de Planck et k_B la constante de Boltzmann. Les constantes C_1 et C_2 ont pour valeurs :

$$C_1 = 3.74 \times 10^{-16} \text{ W.m}^2 \quad \text{et} \quad C_2 = 1.44 \times 10^{-2} \text{ m.K} \quad (8)$$

6) Lois dérivées de la loi de de Planck

i) En partant de la loi de Planck, on remarque que pour les petites longueurs d'onde qui caractérisent le domaine du visible, $\frac{C_2}{\lambda T}$ est très grand devant 1, on obtient alors :

$$M_\lambda^0(T) = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \sim \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}}} \sim C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} \quad (9)$$

ii) Pour les grandes longueurs d'onde qui se situent dans le lointain infrarouge, $\frac{C_2}{\lambda T}$ est très petit devant 1 permettant de faire l'approximation suivante :

$$e^\varepsilon \sim 1 + \varepsilon \quad \text{pour } \varepsilon \text{ très petit} \quad (10)$$

Soit :

$$M_\lambda^0(T) = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \sim \frac{C_1 \lambda^{-5}}{1 + \frac{C_2}{\lambda T} - 1} \sim \frac{C_1 T}{C_1 \lambda^4} \quad (11)$$

7) Lois de Wien

7.1) Première loi de Wien

Cette loi nous renseigne sur la valeur de la longueur d'onde λ_{max} , pour laquelle l'émittance monochromatique est maximale. Il suffit d'écrire :

$$\frac{M_\lambda^0(T)}{d\lambda} = 0 \quad (12)$$

On obtient après calculs:

$$\lambda_{\max} T = C^{\text{te}} = 2880 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (13)$$

7.2) Deuxième loi de Wien

La deuxième loi de Wien donne la relation entre l'émittance maximale monochromatique et la température T du corps :

$$M_{\lambda_{\max}}^0(T) = B T^5 \quad (14)$$

Avec T en K et $B = 1.28 \cdot 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-5}$ si $\lambda_{\max}$ est en m. Cette loi traduit l'importance de la température vis-à-vis de l'émittance.

8) Loi de Stefan-Boltzmann

La loi de Stephan-Boltzmann décrit le taux de chaleur émis par un corps noir. Elle est obtenue en sommant toutes les émittances monochromatiques pour toutes les longueurs d'onde :

$$M^0 = \int_0^{\infty} M_{\lambda}^0(T) d\lambda \quad (15)$$

On obtient après intégration :

$$M^0 = \sigma_0 T^4 \quad (16)$$

Où T est en K et $\sigma_0 = 5.68 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$. σ_0 est appelée constante de Stefan-Boltzmann. Cette loi est souvent écrite sous cette forme :

$$M^0 = \varepsilon \sigma_0 T^4 \quad (17)$$

Où ε est l'émissivité ($\varepsilon = 1$ pour un corps noir et $\varepsilon < 1$ pour un corps réel).

9) Domaine utile du rayonnement

Il est utile de connaître le flux énergétique émis par un corps à une température T dans un domaine de longueur d'onde $\lambda_1 - \lambda_2$. On exprime en général ce flux par rapport au flux total qui est donné par la fraction d'émittance totale $F_{\lambda_1 - \lambda_2}$ définie par :

$$F_{\lambda_1 - \lambda_2} = F_{0 - \lambda_2} - F_{0 - \lambda_1} \quad (18)$$

Cette fraction d'émittance totale permet de définir le domaine utile du rayonnement comme étant le domaine spectral compris entre $0.5 \lambda_{\max}$ et $5 \lambda_{\max}$ ($\lambda_{\max}$ étant la longueur d'onde du maximum de l'émittance monochromatique). Dans ce domaine, le corps noir émet 96% de son rayonnement.

10) Corps réels

L'évaluation de l'émission d'un corps réel se fait par rapport à celle d'un corps noir placé dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde. Cette comparaison s'établit à l'aide de certains coefficients appelés émissivités.

10.1) Définition des différentes émissivités

A. Emissivité hémisphérique monochromatique

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda}^0} \quad (19)$$

B. Émissivité hémisphérique globale

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{M}{M^0} \quad (20)$$

Cette émissivité peut aussi dépendre de la direction. Elle est alors dite directionnelle ε_{0x} .

10.2) Corps gris

Si pour le corps réel, l'émissivité est constante $\forall$ la longueur d'onde et la direction d'émission, ce corps est dit gris.

10.3) Absorption des corps réels

Lorsqu'un rayonnement atteint la surface d'un corps, une partie est réfléchie, une deuxième est transmise et enfin une troisième est absorbée par la masse du récepteur. Les différents coefficients qui caractérisent ce phénomène sont :

- Coefficient de réflexion ρ :

$$\rho = \frac{\Phi_r}{E} \quad (21)$$

- Coefficient d'absorption α :

$$\alpha = \frac{\Phi_a}{E} \quad (22)$$

- Coefficient de transmission τ :

$$\tau = \frac{\Phi_t}{E} \quad (23)$$

Où E représente l'éclairement ; il correspond au flux total reçu par une surface dS :

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \quad (24)$$

Il s'exprime comme l'émittance en W/m^2 . Φ_a , Φ_r et Φ_t sont respectivement les flux absorbé, réfléchi et transmis. Ces trois coefficients sont liés par la relation suivante :

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (25)$$

11) Loi de Kirchoff

Il existe une relation entre émissivités ε et absorptivités α . Cette loi est dite loi de Kirchoff:

$$\varepsilon_{0x,\lambda} = \alpha_{0x,\lambda} \quad (26)$$

Dans le cas d'un éclairement et d'une émission obéissant à la loi de Lambert, la loi de Kirchoff peut être étendue aux grandeurs monochromatiques hémisphériques :

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda} \quad (27)$$

Dans le cas particulier des corps gris, cette loi se résume à :

$$\varepsilon = \alpha \quad (28)$$

12) Echanges radiatifs

12.1) Echanges radiatifs entre surfaces noires

A. Facteurs de forme

Considérons deux éléments de surface dS_1 et dS_2 appartenant respectivement aux surfaces (S_1) et (S_2) et écrivons l'expression du flux total émis par l'élément dS_1 et arrivant sur dS_2 , il est donné par :

$$d\Phi_{12} = \frac{L_1^0 dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{d^2} \quad (29)$$

Où L_1^0 est la luminance de la surface émettrice dS_1 , θ_1 l'angle entre la normale à dS_1 et la distance d qui sépare les surfaces élémentaires dS_1 et dS_2 . L'élément de surface dS_1 obéit à la loi de Lambert, soit :

$$L_1^0 = \frac{M_1^0}{\pi} \quad (30)$$

Pour connaître le flux total émis par (S_1) et arrivant sur (S_2) , on intègre sur (S_2) puis sur (S_1) :

$$\Phi_{12} = \int_{(S_1)} \int_{(S_2)} \frac{M_1^0 dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{\pi d^2} \quad (31)$$

Sachant que l'émittance totale en $W.m^{-2}$ vaut par définition (voir plus haut) :

$$M_1^0 = \frac{\Phi_1}{S_1} \Rightarrow \Phi_1 = M_1^0 S_1 \quad (32)$$

La proportion du flux total émis par la surface (S_1) et arrivant sur (S_2) est :

$$F_{12} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{12}}{M_1^0 S_1} = \frac{1}{\pi S_1} \int_{(S_1)} \int_{(S_2)} \frac{dS_1 \cos \theta_1 dS_2 \cos \theta_2}{d^2} \quad (33)$$

D'après la relation (33), on remarque que la proportion du flux total émis par (S_1) et arrivant sur (S_2) apparaît comme une quantité purement géométrique. Elle est dite facteur de forme de la surface (S_2) vis-à-vis de la surface (S_1) . Par le même raisonnement, on peut déterminer F_{21} , la proportion de flux émis par (S_2) et arrivant sur la surface (S_1) , soit :

$$F_{12} = \frac{1}{\pi S_2} \int_{(S_2)} \int_{(S_1)} \frac{dS_2 \cos \theta_2 dS_1 \cos \theta_1}{d^2} \quad (34)$$

B. Relations entre les facteurs de forme

• Relation de réciprocité

La symétrie des expressions de F_{12} et F_{21} conduit à la réciprocité des facteurs de formes :

$$S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \quad (35)$$

• Influence totale

Lorsque tout le rayonnement issu de surface S_1 atteint la surface S_2 , on dit qu'il y a influence totale :

$$F_{12} = 1 \quad (36)$$

13) Analogique entre les échanges thermiques et électriques

Rayonnement	Electricité
Flux échangé par rayonnement $\Phi_{12} = F_{12} S_1 (M_1^0 - M_2^0)$	Intensité du courant électrique $I = K (V_1 - V_2)$
Différence entre les émittances de deux surfaces noires $(M_1^0 - M_2^0)$	Différence de potentiel entre deux nœuds du réseau $(V_1 - V_2)$
Facteur de forme - surface $S_1 F_{12}$	Conductance entre deux nœuds aux deux potentiels (R, résistance électrique) $K = \frac{1}{R_1}$

Bon courage
Prof. S. KHENE