

# SUITE ET FIN DU COURS SUR LES COMPRESSEURS

## PARTIE 3

### TRIANGLES DE VITESSES

#### VI.4 Triangles de vitesses des compresseurs centrifuges

##### VI.4.1 Facteur de glissement $\sigma$

Le profil des vitesses n'est pas uniforme, il engendre un écoulement tourbillonnaire entre les pales. Ce phénomène provoque une déviation de l'angle moyen à la sortie par rapport à l'aube (Fig. VI.5).

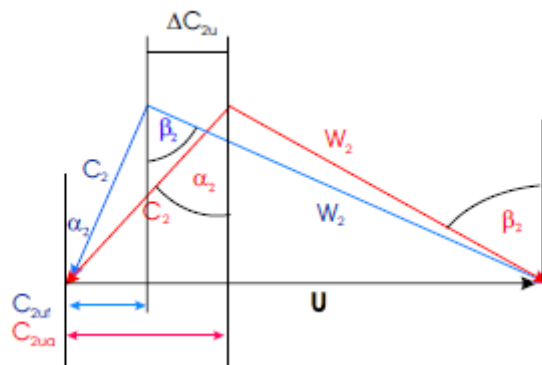


Figure VI.5 Représentation du phénomène de glissement

NB : Les angles sont définis par rapport à **la direction axiale** de l'écoulement.

On définit le facteur de glissement par le rapport entre le travail effectif  $W_e$  engendré par l'écoulement ayant un angle différent à celui des aubes et,  $W_{ea}$  le travail théorique (produit par un nombre fini d'aubes) lorsque la vitesse à la sortie du rotor est alignée avec les aubes :

$$\sigma = \frac{W_e}{W_{ea}} = \frac{C_{2uf}}{C_{2ua}} = \frac{C_{2u}}{U_2} \quad (\text{VI.22})$$

En effet, le travail spécifique transmis à l'arbre est d'après Euler :  $W_e = U_2 C_{2u}$  car  $C_{1u} = 0$

$$\text{En tenant compte de l'Eq. (VI.22) on aura : } W_e = \sigma U_2^2 \quad (\text{VI.23})$$

La formule de Stanitz permet de déterminer le nombre de pales Z

$$\sigma = 1 - \frac{2}{Z} \quad (\text{VI.24})$$

#### V.4.2 Choix des coefficients

Coefficient de débit :

$$\varphi = \frac{C_{r2}}{U_2} \quad (\text{VI.25})$$

Coefficient de charge :

$$\psi = \frac{W_e}{U_2^2} \quad (\text{VI.26})$$

Relation entre le coefficient de charge  $\psi$  et le facteur de glissement  $\sigma$  :  $\psi = \frac{W_{ea}}{U_2^2} = \frac{C_p \Delta T_0}{U_2^2}$  et  $\sigma = \frac{W_e}{W_{ea}} \Rightarrow 1$  choix possible pour  $W_e$

$$\psi = \frac{W_{ea}}{U_2^2} = \frac{W_e}{\sigma U_2^2} = \frac{C_p \Delta T_0}{U_2^2} \quad (\text{VI.27})$$

$$W_e = \psi \sigma U_2^2 \quad (\text{VI.28})$$

Le coefficient  $\psi$  tient compte de pertes de charge par frottement dans le rotor et le diffuseur durant l'écoulement du fluide, il prend les valeurs entre 1.035 et 1.04

A l'aide de l'Eq. (VI.21) et de l'Eq. (VI.28) on aura une autre formulation du taux de compression introduisant les coefficients  $\psi$  et  $\sigma$  :

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[ 1 + \frac{\eta_s \psi \sigma U_2^2}{C_p T_{01}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{VI.29})$$

#### VI.4.3 Inclinaison des aubes d'un compresseur centrifuge

Le comportement d'un compresseur centrifuge est affecté par l'angle à la sortie des aubes  $\beta_2$  ; les profils peuvent être (Fig. VI.6) :

- courbés en arrière  $\beta_2 < 90^\circ$  ; fournissent les meilleurs rendements, la vitesse  $C_2$  est relativement faible.
- Radiaux  $\beta_2 = 90^\circ$  ; présentent une bonne résistance mécanique, la vitesse de rotation est élevée.
- Courbés en avant  $\beta_2 > 90^\circ$  ; utilisés pour des débits importants, la vitesse  $C_2$  est élevée.

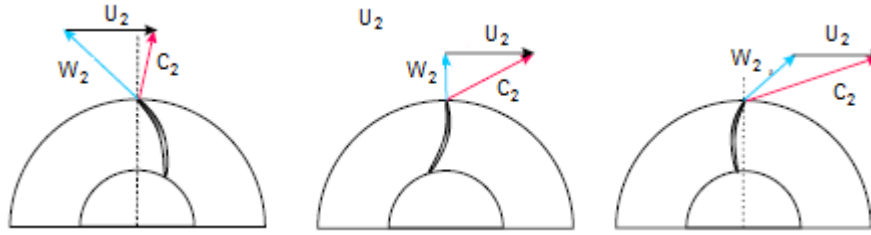


Figure VI.6 Différentes formes d'aubes en fonction de l'angle à la sortie  $\beta_2$  d'un compresseur centrifuge

#### - Effet de l'angle $\beta_2$ sur la température

Considérons l'expression du travail théorique, l'écoulement du gaz est idéal et le  $C_p$  est constant ainsi que  $C_{1u} = 0$  ; dans ce cas :

$$C_p(T_{02} - T_{01}) = U_2 C_{2u} \quad (VI.30)$$

En divisant par  $C_p T_{01}$  en introduisant les relations  $a_{01} = \sqrt{\gamma R T_{01}}$  et  $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ , on trouve :

$$\frac{T_{02} - T_{01}}{T_{01}} = (\gamma - 1) \left( \frac{U_2}{a_{01}} \right)^2 \frac{C_{2u}}{U_2}$$

Or d'après le triangle des vitesses à la sortie en prenant l'angle de sortie fait par la composante radiale de la vitesse  $C_{2r}$  et  $U_2$  :  $tg\beta_2 = \frac{U_2 - C_{2u}}{C_{2r}}$

$$\frac{T_{02} - T_{01}}{T_{01}} = (\gamma - 1) \left( \frac{U_2}{a_{01}} \right)^2 \left( \frac{U_2 - C_{2r} tg\beta_2}{U_2} \right)$$

$$\frac{T_{02} - T_{01}}{T_{01}} = (\gamma - 1) \left( \frac{U_2}{a_{01}} \right)^2 \left( 1 - \frac{C_{2r} tg\beta_2}{U_2} \right) \quad (VI.31)$$

Comme :  $\dot{m} = \rho C_{2r} (2\pi R_2 b_2)$  on déduit que :

- La température croit avec l'augmentation de débit pour les profils courbés en arrière  $\beta_2 < 90^\circ$
- La température demeure constante pour les profils radiaux  $\beta_2 = 90^\circ$
- La température décroît pour les aubes courbées en avant  $\beta_2 > 90^\circ$

#### - Effet de l'angle $\beta_2$ sur la pression

On procédant par substitution de l' Eq. (VI.31) dans l' Eq. (VI.29) donnant le taux de compression, on obtient :

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[ 1 + \sigma \eta_s (\gamma - 1) \left( \frac{U_2}{a_{01}} \right)^2 \left( 1 - \frac{C_{2r} tg\beta_2}{U_2} \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (VI.31)$$

#### VI.4.4 Fonctionnement dans les conditions d'écoulement critique Mach=1

Dans ce cas :  $M = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{\gamma R T}}$  ;  $M = 1 \rightarrow C^2 = a^2 = \gamma R T$

A partir de  $h_0 = h + \frac{1}{2} C^2$  on a :  $C_p T_0 = C_p T + \frac{\gamma R T}{2}$ , d'où :  $\frac{T}{T_0} = \left( 1 + \frac{\gamma R}{2 C_p} \right)^{-1} = \frac{2}{\gamma + 1}$  (VI.32)

En assumant l'écoulement isentropique on aura :

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \left(\frac{P}{P_0}\right) \left(\frac{T_0}{T}\right) = \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2\right]^{\frac{1-\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{VI.33})$$

M=1 dans ce cas :

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = \left[\frac{2}{\gamma+1}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{VI.34})$$

A l'aide de l'équation de la continuité :  $\frac{\dot{m}}{A} = \rho C = \rho\sqrt{\gamma RT}$  , on obtient :

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho_0 a_0 \left[\frac{2}{\gamma+1}\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{VI.35})$$

Où  $\rho_0$  et  $a_0$  sont la masse volumique et la vitesse dans les conditions de stagnation inchangées ; le débit massique est constant.

## VI.5 Triangles de vitesses des compresseurs axiaux

Un compresseur axial pourrait être construit en inversant le sens de l'écoulement dans une turbine axiale. Alors que dans le cas des turbines, on engendre une baisse de pression dans les stators et les rotors accompagnée d'une augmentation de la vitesse; au niveau des compresseurs on réalise plutôt une élévation de la pression dans les rotors et stators accompagnée d'une diminution de la vitesse.

Comme hypothèses, on considère que :

- La vitesse axiale est maintenue constante par le changement de la section de passage du fluide.
- Le rayon moyen est presque constant.

On trouvera des formules analogues à celles des turbines reliant les coefficients adimensionnels  $\phi$  ,  $\psi$  et R.

### V.5.1 Etage et triangles de vitesse d'un compresseur axial :

Par convention, l'étage est défini comme un rotor suivi d'un stator (Fig. VI.7).

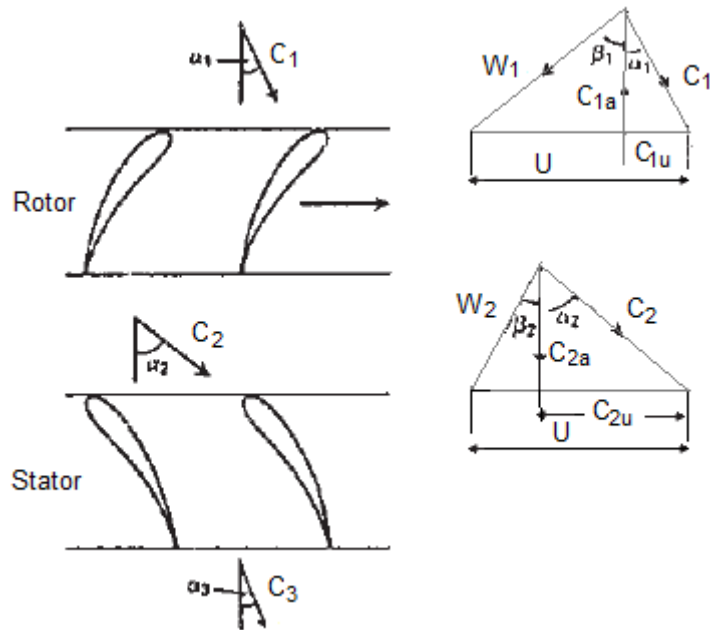


Figure VI.7 Triangles de vitesses d'un étage d'un compresseur axial

### VI.5.2 Degré de réaction

Le degré de réaction indique la proportion dans laquelle le gain de pression se distribue entre le rotor et le stator au sein de l'étage du compresseur, il est défini par :

$$R = \frac{\Delta h_{\text{statique du rotor}}}{\Delta h_{\text{statique de l'étage}}} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} \quad (\text{VI.36})$$

Comme pour les turbines, le choix du degré de réaction caractérise les triangles de vitesses.

De manière analogue à celle d'une turbine axiale, le travail de compression est :

$$W_k = h_{02} - h_{01} = \left( h_2 + \frac{1}{2} C_2^2 \right) - \left( h_1 + \frac{1}{2} C_1^2 \right) \quad (\text{VI.37})$$

D'où la chute d'enthalpie statique dans le rotor :

$$h_2 - h_1 = (h_{02} - h_{01}) - \left( \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \right) \quad (\text{VI.38})$$

La chute d'enthalpie statique dans l'étage est :

$$h_3 - h_1 = (h_{03} - h_{01}) - \left( \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} \right) \quad (\text{VI.39})$$

En admettant la vitesse à la sortie du stator égale à la vitesse d'entrée du rotor  $C_1 = C_3$  on aura :

$$h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01} \quad (\text{VI.40})$$

En négligeant les pertes de chaleur au niveau du stator, la chute d'enthalpie totale dans l'étage correspond à la chute d'enthalpie totale dans le rotor :

$$(h_{02} - h_{01}) = (h_{03} - h_{01}) \quad (\text{VI.41})$$

Le degré de réaction est :  $R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} = \frac{(h_{02} - h_{01}) - \left(\frac{C_2^2 - C_1^2}{2}\right)}{h_{02} - h_{01}} = 1 - \frac{\left(\frac{C_2^2 - C_1^2}{2}\right)}{h_{02} - h_{01}} = 1 - \frac{\left(\frac{C_2^2 - C_1^2}{2}\right)}{W_k}$

$$R = 1 - \frac{(C_2^2 - C_1^2)}{2W_k} \quad (\text{VI.42})$$

A l'aide du théorème d'Euler on obtient :

$$R = 1 - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2U(C_{2u} - C_{1u})} \quad (\text{VI.43})$$

Des triangles de vitesses on a :

$$C_1^2 = C_{1a}^2 + C_{1u}^2 \text{ et } C_2^2 = C_{2a}^2 + C_{2u}^2$$

Comme  $C_{1a} = C_{2a}$  on aura :  $C_2^2 - C_1^2 = C_{2u}^2 - C_{1u}^2$  d'où :  $R = 1 - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2U(C_{2u} - C_{1u})} = 1 - \frac{C_{2u}^2 - C_{1u}^2}{2U(C_{2u} - C_{1u})}$

$$R = 1 - \frac{(C_{1u} + C_{2u})}{2U} \quad (\text{VI.44})$$

Le degré de réaction exprimé en fonction du coefficient de charge  $\psi$  est :

$$R = 1 - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2\psi U^2} \quad (\text{VI.45})$$

De même R peut être obtenu à partir des vitesses relatives sachant que d'après Euler:  $W_k =$

$$\left(\frac{C_2^2 - C_1^2}{2}\right) + \left(\frac{U_2^2 - U_1^2}{2}\right) + \left(\frac{W_1^2 - W_2^2}{2}\right) \text{ et } U_1 = U_2$$

Dans ce cas :  $R = 1 - \frac{(C_2^2 - C_1^2)}{2W_k} = \frac{(W_1^2 - W_2^2)}{2W_k}$

$$R = \frac{(W_1^2 - W_2^2)}{2\psi U^2} \quad (\text{VI.46})$$

### VI.5.3 Autres formulations du travail de compression et du degré de réaction en fonction des angles des aubes:

A la base des triangles de vitesses, en considérant une vitesse axiale constante  $C_a = C_{1a} = C_{2a}$

Sachant  $W_k = U(C_{2u} - C_{1u})$ , des expressions :  $tg\alpha_1 = \frac{C_{1u}}{C_{1a}}$  et  $tg\alpha_2 = \frac{C_{2u}}{C_{2a}}$ ;  $tg\beta_1 = \frac{U - C_{1u}}{C_{1a}}$  et

$tg\beta_2 = \frac{U - C_{2u}}{C_{2a}}$  on obtient :

$$W_k = UC_a(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) \quad (\text{VI.47})$$

$$W_k = UC_a(tg\beta_1 - tg\beta_2) \quad (\text{VI.48})$$

$$(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) = (tg\beta_1 - tg\beta_2)$$

D'où :  $(tg\alpha_2 + tg\beta_2) = (tg\alpha_1 + tg\beta_1) = \frac{U}{c_a}$  (VI.149)

De l'Eq. VI.44 on obtient :

$$R = 1 - \frac{c_a}{2U} (tg\alpha_1 + tg\alpha_2) \quad (VI.50)$$

Par substitution et après réarrangement des équations VI.49 et VI.50 on aura :

$$R = \frac{c_a}{2U} (tg\beta_1 + tg\beta_2) \quad (VI.51)$$

Usuellement  $R = 50\%$  :  $tg\alpha_1 = tg\beta_2$  ,  $\alpha_1 = \beta_2$  et  $tg\beta_1 = tg\alpha_2$  ,  $\beta_1 = \alpha_2$

Les triangles de vitesses sont symétriques (Fig. VI.8) ; la répartition de l'enthalpie est la même au sein du rotor et du stator :  $h_2 - h_1 = h_3 - h_1$

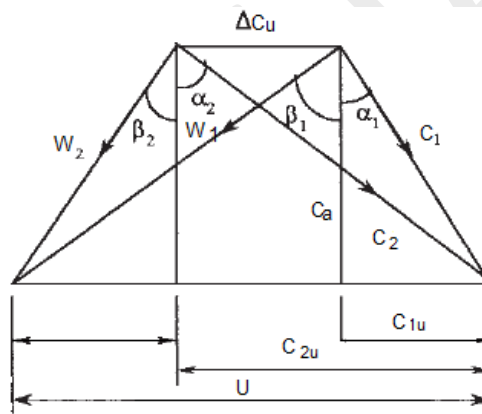


Figure VI.8 Triangles de vitesses symétriques d'un étage d'un compresseur axial  $R=50\%$