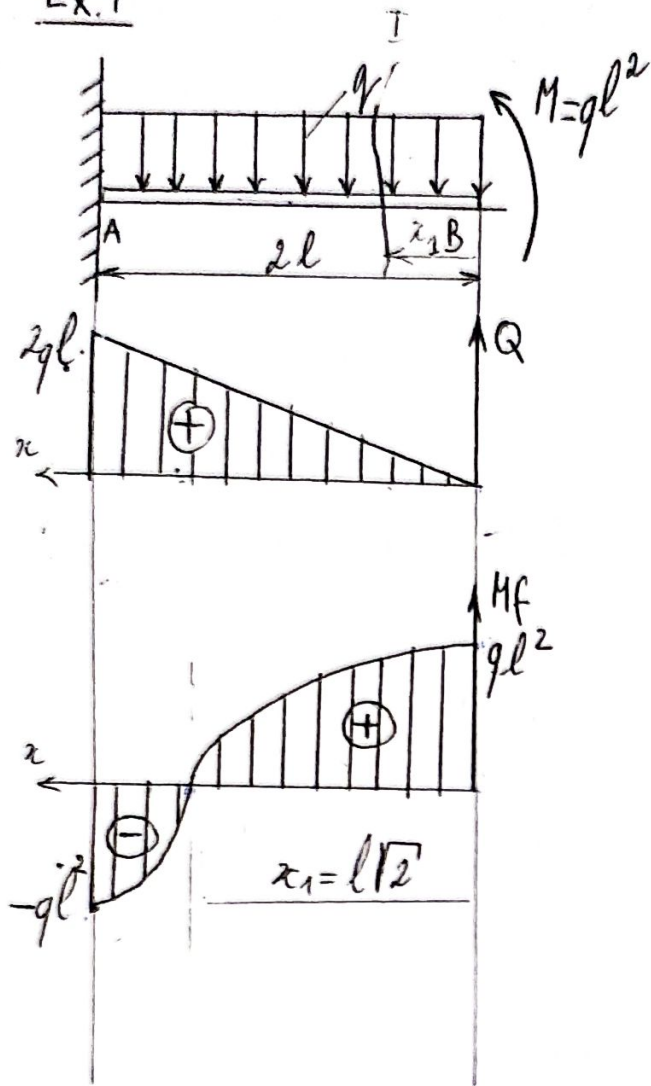


Ex.1

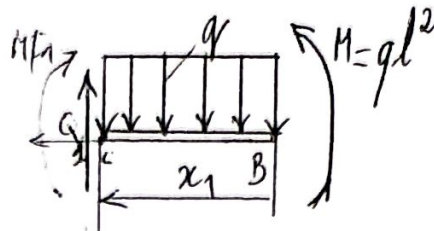


①

A) Soit à exprimer les résultats en fonction des données suivantes: q, l, a, I_{Gz}

1) Soit à tracer les diagrammes des efforts tranchants et des moments fléchissants M_f .

Tronçon I : $0 \leq x_1 \leq 2l$



$$\sum F_y = 0 = Q_1 - qx_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = qx_1$$

$$\text{Pour } x_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = 0$$

$$\text{Pour } x_1 = 2l \Rightarrow Q_1 = 2ql$$

$$\sum M_c = 0 = M - q \frac{x_1^2}{2} - M_{f1} = 0$$

$$\Rightarrow M_{f1} = M - q \frac{x_1^2}{2} \quad x_1 = 0 \Rightarrow M_{f1} = M = ql^2$$

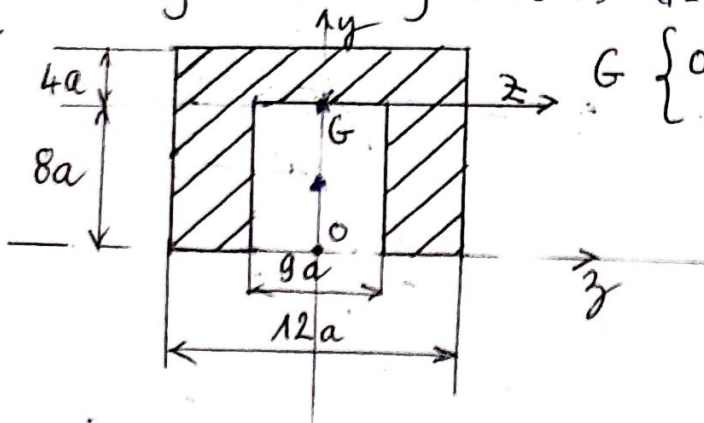
$$M_{f1} = 0 = ql^2 - q \frac{x_1^2}{2} \Rightarrow x_1 = l\sqrt{2}$$

2) Soit à déterminer la position du centre de gravité:

oy = axe de symétrie $\Rightarrow z_G = 0$ et $y_G = \frac{\sum y_{Gi} S_i}{\sum S_i} = \frac{6a \cdot 144a^2 - 4a \cdot 72a^2}{144a^2 - 72a^2}$

$$y_G = 8a$$

$$G \{0, 8a\}$$



3) Soit à tracer les diagrammes des contraintes normales σ et tangentielles τ agissant dans les sections dangereuses. (2)

les sections dangereuses sont celles où l'on a $M_{fmax} = ql^2$ et $Q_{max} = 2ql$

a) $\sigma = -\frac{M_{fmax}}{I_{Gz}} \cdot y$ avec $M_{fmax} = ql^2$ et I_{Gz} supposé connu.

au point 1 $\rightarrow y = 4a \rightarrow \sigma_1 = -\frac{ql^2 \cdot 4a}{I_{Gz}} = -4 a ql^2 / I_{Gz}$

au point 2 $\rightarrow y = -8a \rightarrow \sigma_2 = -\frac{ql^2 \cdot (-8a)}{I_{Gz}} = +8 a ql^2 / I_{Gz}$

au point 6 $\rightarrow y = 0 \rightarrow \sigma_6 = 0$

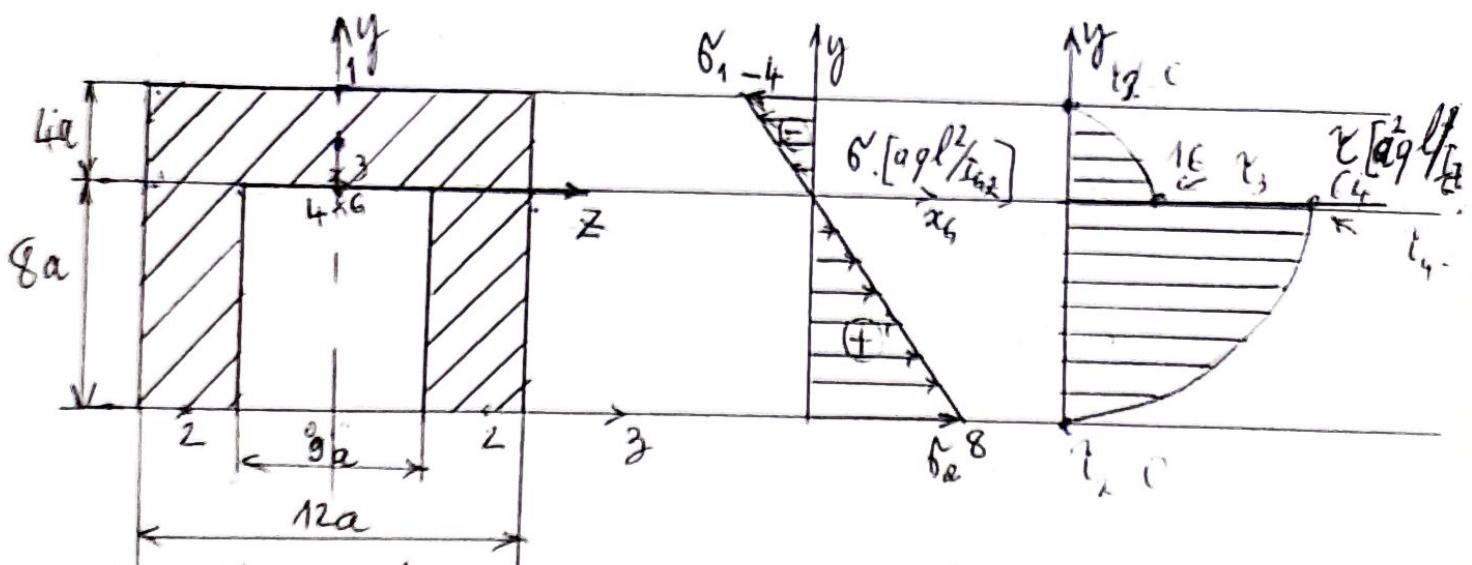
b) $\tau = \frac{|Q_{max}| |S_{Gz}^*|}{I_{Gz} \cdot b_y}$

aux points 1 et 2, $S_{Gz,1,2}^* = 0 \rightarrow \tau_1 = \tau_2 = 0$

au point 3 $\rightarrow S_{Gz,3}^* = (12a \cdot 4a) \cdot 2a = 96a^3$

$b_{y3} = 12a \rightarrow \tau_3 = \frac{2ql \cdot 96a^3}{I_{Gz} \cdot 12a} = \frac{16qla^2}{I_{Gz}}$

au point 4 $b_{y4} = 3a$
 $\rightarrow S_{Gz,4}^* = S_{Gz,3}^* = 96a^3 \} \rightarrow \tau_4 = \frac{2ql \cdot 96a^3}{I_{Gz} \cdot 3a} = \frac{64qla^2}{I_{Gz}} = \tau_6$



4) Soit à déterminer la position des sections dans lesquelles on a :

a) Flexion pure ($M_f \neq 0, Q = 0$) $\rightarrow$ section située à $x_1 = 0$

b) Cisaillement pur ($M_f = 0, Q \neq 0$) $\rightarrow$ section située à $x = l/2$

Ex. 1 (suite)

(3)

B) Données: $q = 200 \text{ N/cm}$; $l = 100 \text{ cm}$; $[\sigma] = 200 \text{ N/cm}^2$; $[\tau] = 40 \text{ N/cm}^2$ 1) Soit à déterminer le moment d'inertie central principal I_{Gz} de la section droite puis à calculer la dimension "a" pour que la poutre résiste.a) Calcul du moment d'inertie I_{Gz} :

$$I_{Gz} = \left[\frac{12a \cdot (4a)^3}{3} \right] + 2 \left[\frac{1,5a \cdot (8a)^3}{12} + (8a \cdot 1,5a) \cdot (4a)^2 \right] = 768a^4$$

b) Calcul de "a" pour que la poutre résiste:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f\max}}{I_{Gz}} y_{\max} \leq [\sigma] \Rightarrow \frac{ql^2 \cdot 8a}{768a^4} \leq [\sigma]$$

$$\Rightarrow a \geq \sqrt[3]{\frac{ql^2}{96[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{200 \cdot 100^2}{96 \cdot 200}} = 4,70 \text{ cm}$$

$$\tau_{\max} = \frac{64qla^2}{768a^4} \leq [\tau] \Rightarrow a \geq \sqrt{\frac{ql}{12[\tau]}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 100}{12 \cdot 40}} = 6,45$$

$a \geq 4,70 \text{ cm}$
 $a \geq 6,45 \text{ cm}$ } on choisit $a = 6,5 \text{ cm}$

2) A.N. Soit à remplir le tableau suivant:

$ Q_{\max} $	$M_{f\max}$	a	I_{Gz}	$\sigma_{\max}$	$\tau_{\max}$
[N]	[Ncm]	[cm]	[cm ⁴]	[N/cm ²]	[N/cm ²]
$4 \cdot 10^4$	$200 \cdot 10^4$	6,5	1370 928	75,86	39,45