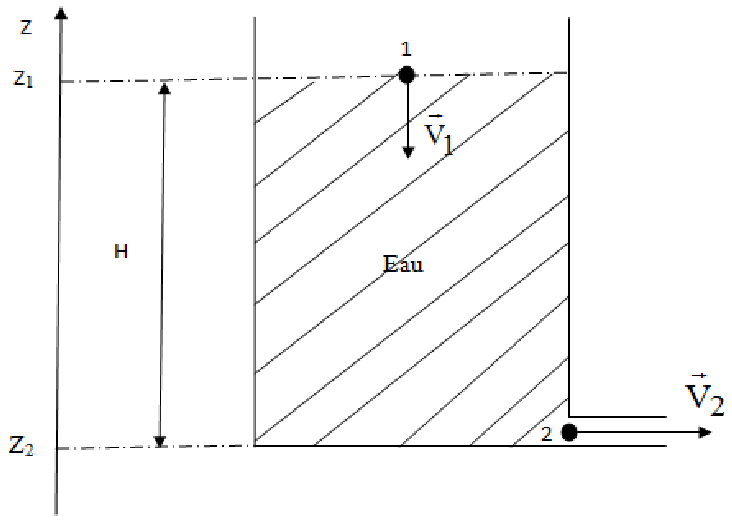
Université Badji Mokhtar, Annaba
Département de Géologie
Module de Physique 2

Solution Série 4

Exercice 1

La figure ci-dessous montre un réservoir rempli d'eau et muni d'un petit orifice à sa base.



1) Vitesse V_2 d'écoulement d'eau :

L'application du théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2 du réservoir s'écrit :

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0$$

Pour faciliter le calcul de V_2, on peut considérer les hypothèses suivantes :

- $P_1=P_2=P_{atm}$, car les surfaces 1 et 2 sont en contact avec l'air.
- $V_1 \ll V_2$, car le niveau d'eau dans le réservoir descend lentement.

Par suite, l'équation de Bernoulli se réduit à :

$$\frac{V_2^2}{2} + g(Z_2 - Z_1) = 0 \Longrightarrow \frac{V_2^2}{2} = -g(Z_2 - Z_1) = -g(-H) = gH$$

$$\Longrightarrow V_2^2 = 2gH \Longrightarrow V_2 = \sqrt{2gH} \Longrightarrow V_2 = \sqrt{2x9.81x3} = 7.67 m/s$$

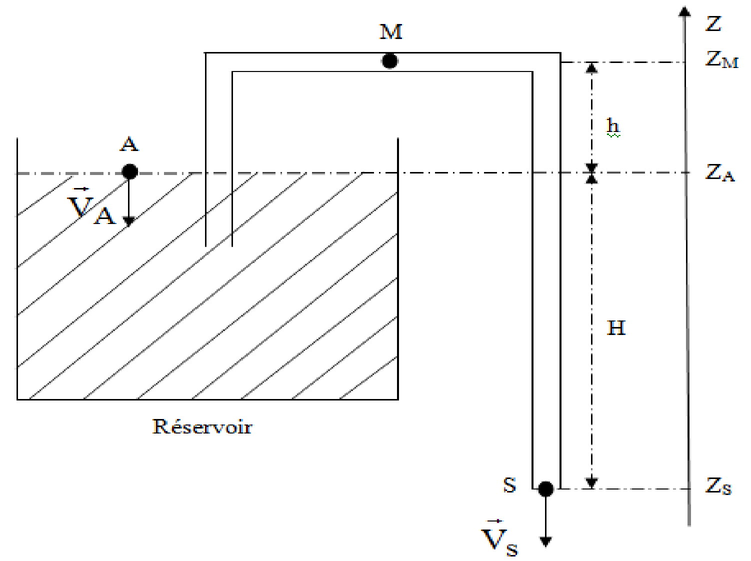
2) Débit volumique :

Le débit volumique est définit par :

$$Q_V = V_2 S = V_2 \pi R^2 = V_2 \pi \frac{d_1^2}{4} = 7.67x3.14x\frac{(0.01)^2}{4} = 0.6x10^{-3} m^3/s \Longrightarrow Q_V = 0.6 \ l/s$$

Exercice 2

La figure ci-dessous montre un siphon alimenté par un réservoir rempli d'eau.



1) Equation de Bernoulli entre les points A et S :

L'équation de Bernoulli entre les points A et S s'écrit :

$$\frac{V_S^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_S - P_A}{\rho} + g(Z_S - Z_A) = 0$$

2) a) Vitesse moyenne du fluide en S :

Pour trouver la vitesse moyenne du fluide au point S, deux hypothèses peuvent être prises en compte :

- Les surfaces de l'eau aux points A et S sont à l'air libres, donc : $P_1=P_2=P_{atm}$;
- le niveau d'eau dans le réservoir descend lentement, donc : $V_A<<V_S$.

Par suite, l'équation de Bernoulli se réduit à :

$$\frac{V_S^2}{2} + g(Z_S - Z_A) = 0 \Longrightarrow \frac{V_S^2}{2} = -g(Z_S - Z_A) = -g(-H) = gH$$

$$\Longrightarrow V_S^2 = 2gH \Longrightarrow V_S = \sqrt{2gH} \Longrightarrow V_S = \sqrt{2x9.81x3} = 7.67 m/s$$

b) Débit volumique :

Le débit volumique est définit par :

$$Q_V = V_S S = V_S \pi R^2 = V_S \pi \frac{d^2}{4} = 7.67x3.14x\frac{(0.01)^2}{4} = 0.6x10^{-3} m^3/s \Longrightarrow Q_V = 0.6 \ l/s$$

3) Expression de la pression (P_M) au point M en fonction de h :

L'équation de Bernoulli entre les points M et S s'écrit :

$$\frac{V_S^2 - V_M^2}{2} + \frac{P_S - P_M}{\rho} + g\left(Z_S - Z_M\right) = 0$$

Et comme, V_M=V_S (même canal) et P_S=P_{atm}, donc :

L'équation de Bernoulli se réduit à :

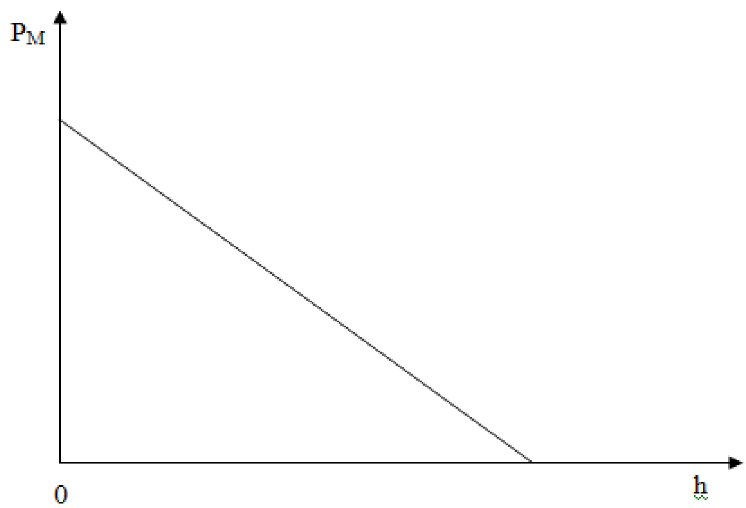
$$\frac{P_{atm} - P_M}{\rho} + g\left(Z_S - Z_M\right) = 0 \Longrightarrow P_M = P_{atm} + \rho g\left(Z_S - Z_M\right) = P_{atm} - \rho g(H + h)$$

4) Allure de la pression P_M en fonction de h :

L'expression de la pression P_M peut s'écrire sous la forme :

$$P_M = P_{atm} - \rho g\left(H + h\right) = (P_{atm} - \rho g H) - \rho g h = \left(-\rho g\right)h + \left(P_{atm} - \rho g H\right)$$

On constate que la forme de l'expression de P_M en fonction de h est identique à celle de l'équation f(x)=ax+b, dont l'allure est une droite. Par suite, on peut en déduire que l'allure de la pression P_M en fonction de h est une droite.



5) h peut-il prendre n'importe quelle valeur ?

La pression ne pouvant être négative, au pire, elle peut être nulle, donc pour P_M=0, on aura :

$$P_M = P_{atm} - \rho g(H + h) = 0$$

$$\Longrightarrow \rho g(H + h) = P_{atm}$$

$$\Longrightarrow h = \frac{P_{atm}}{\rho g} - H = \frac{10^5}{1000x9.81} - 3 = 7.19m$$

7.19 m, représente la valeur maximale que peut prendre h. Au dela de cette valeur limite, le vide se forme dans la colonne. On déduit que la hauteur h ne peut pas prendre n'importe quelle valeur.