FLEXION.

2.12. NOTIONS GENERALES DE FLEXION.

On entend par flexion un mode de charge tel qu'il apparait dans les sections transversales de la barre des moments de flexion.

Si le moment de flexion dans la section est l'unique facteur de force, les efforts tranchants et la force normale n'existent pas, la flexion est dite pure.
Soit une barre AB (fig 25) est encastrée par une extrémité A et chargée par le moment.

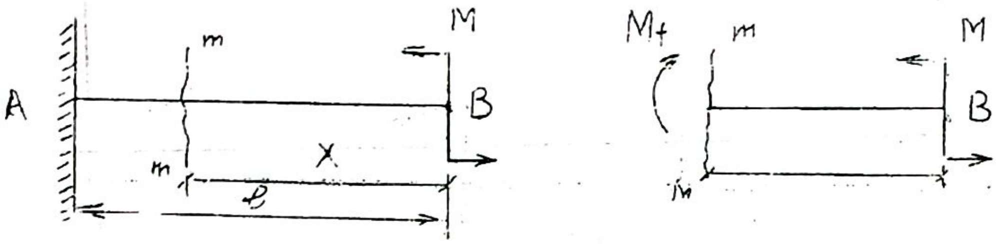


Fig 25.

Coupons la barre mentalement suivant la section quelconque. Pour que la partie droite de la barre soit en équilibre, il faut appliquér à la section le moment des forces intérieures égal au moment donné mais de sens opposé. Par conséquent la barre se trouve en état de flexion pure (flexion simple).

Pour que la partie droite de la barre (fig 26). soit en équilibre des intérieures doivent former un moment et une force.

$Q_x = P$ et $M_f = P. x.$

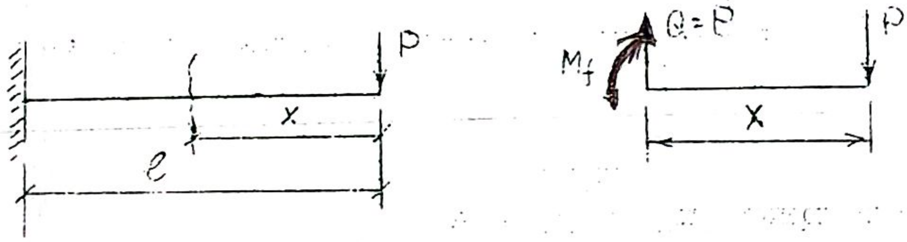


Fig 26.

Une barre travaillant principalement à la flexion est appelée poutre.

2.13. FORCE TRANCHANTE ET MOMENT FLECHISSANT.

Soit une poutre à deux appuis (fig 27) sur laquelle agissent deux forces.

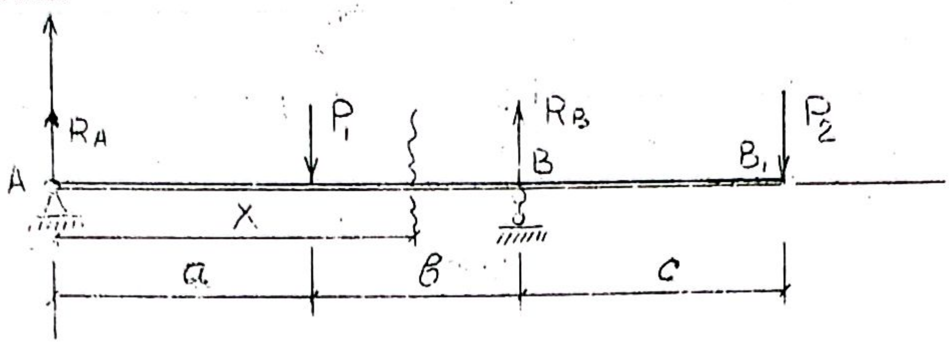


Fig 27.

Coupons la poutre dans la section C à la distance X de l'appui gauche et considérons la partie gauche de la poutre (fig 28).

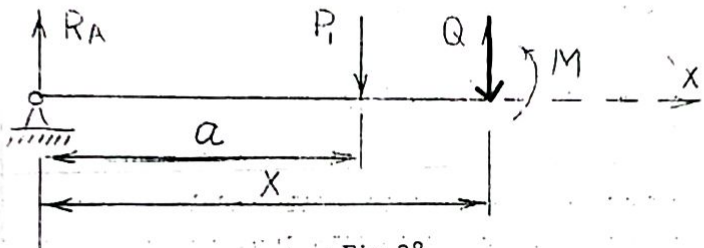


Fig 28.

Pour que la partie gauche soit en équilibre, il faut appliquer à la section considérée la force tranchante et le moment fléchissant.

Donc, on a :

1) $\sum y\,(P_i) = 0$; $\quad R_A - P_i - Q = 0$

d'où $\quad Q = -P_1 + R_A$

2) $\sum M_c\,(P_i) = 0$; $\quad -R_A\,X + P_i\,(x - a) + M = 0$

d'où $\quad M = R_A \cdot X - P_i\,(x - a)$.

Par conséquent :

> L'effort tranchant est égal à la somme des projections de toutes les forces extérieures, y compris les réactions des appuis, agissant à gauche de la section considérée sur la normale à l'axe de l'élément dans la même section, ou à la somme des mêmes projections des forces agissants à droite de la section, mais prise avec un signe opposé :

$$Q = \sum_g y\,(P_i) = -\sum_d y\,(P_i).$$

Le moment fléchissant dans une section est égal à la somme des moments de toutes les forces extérieures, y compris les réactions des appuis, appliquées à gauche de cette section par rapport à centre de gravité de la section, ou à la somme des moments de forces appliquées à droite de la même section mais prise avec le signe contraire..

$$M = \sum_{g} M_c\ (P_i) = - \sum_{d} M_c\ (P_i).$$

Le moment fléchissant est positif, s'il tend à tourner la partie gauche de la poutre dans le sens de l'aiguille d'une montre, ou la partie droite de la poutre dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre (fig 29)

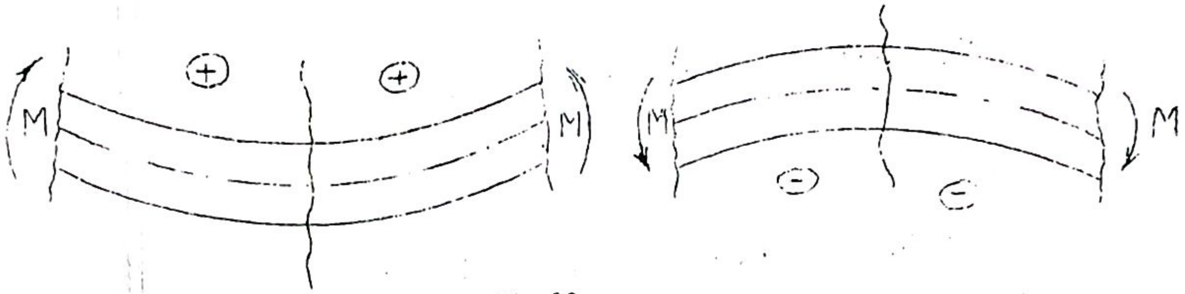


Fig 29.

La force tranchante est positive, si la somme des forces extérieure disposées à gauche d'une section considérée donne une résultante dirigée vers le haut, ou à droite de la section une résultante dirigée vers le bas (fig 30).

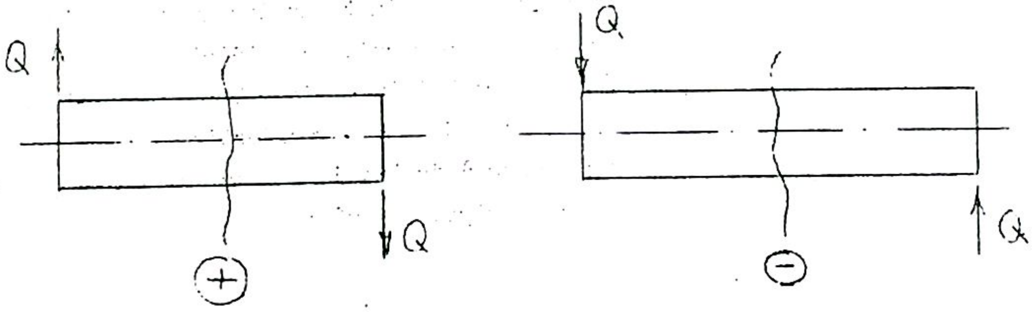


Fig 30.

La force transversale est égale à la dérivée du moment par rapport à l'abscisse X.

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

L'intencité de la charge uniformoment répartie est égale à la deuxième dirivée du moment fléchissant par rapport à l'abscisse X.

$$q = \frac{d^2 M}{dx^2}.$$

Ces relations ont été obtenues par le savant russe JOURAVSKY.

2.14. CONSTRUCTION DES EPURES DES MOMENTS FLECHISSANTS ET DES FORCES TRANSVERSALES.

Pour déterminer les sections dangereuses il faut connaître la loi de variation des moments et des forces transversales suivant la longueur de toute la poutre. On peut représenter ces variations graphiquement.

On peut écrire que

$$Q = \frac{dm}{dx} = tg\,\lambda.$$

Par conséquent, on peut considérer la force transversale dans la section donnée comme la tangente de l'angle d'inclinaison de la tangente à l'épure des moments dans le point correspondant à cette section.

Si $Q = \frac{dM}{dx} = 0$,

Le moment fléchissant est maximum ou minimum.

Dans la section, ou l'intensité de la charge uniformément répartie $q = \frac{dQ}{dx} = 0$, la force transversale est maximale ou minimale, parce-que, lorsque $q = 0$, la tangente à l'épures des forces transversales est parrallèle à l'axe des abscisses.

La force transversale est égale à la dérivée du moment par rapport à l'abscisse X.

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

L'intencité de la charge uniformement répartie est égale à la deuxième dirivée du moment fléchissant par rapport à l'abscisse X.

$$q = \frac{d^2 M}{dx^2}.$$

Ces relations ont été obtenues par le savant russe JOURAVSKY.

2.14. CONSTRUCTION DES EPURES DES MOMENTS FLECHISSANTS ET DES FORCES TRANSVERSALES

Pour déterminer les sections dangereuses il faut connaître la loi de variation des moments et des forces transversales suivant la longueur de toute la poutre. On peut représenter ces variations graphiquement.

On peut écrire que

$$Q = \frac{dm}{dx} = tg\,\alpha$$

Par conséquent, on peut considérer la force transversale dans la section donnée comme la tangente de l'angle d'inclinaison de la tangente à l'épure des moments dans le point correspondant à cette section.

$$Si\ Q = \frac{dM}{dx} = 0,$$

Le moment fléchissant est maximum ou minimum.

Dans la section, ou l'intensité de la charge uniformément répartie $q = \frac{dQ}{dx} = 0$, la force transversale est maximale ou minimale, parce-que, lorsque $q = 0$, la tangente à l'épures des forces transversales est parrallèle à l'axe des abscisses.

EXEMPLE.

Soit une poutre à deux appuis et chargée par la force P(fig31).

Construir les épures des moments fléchissants et des efforts tranchants.

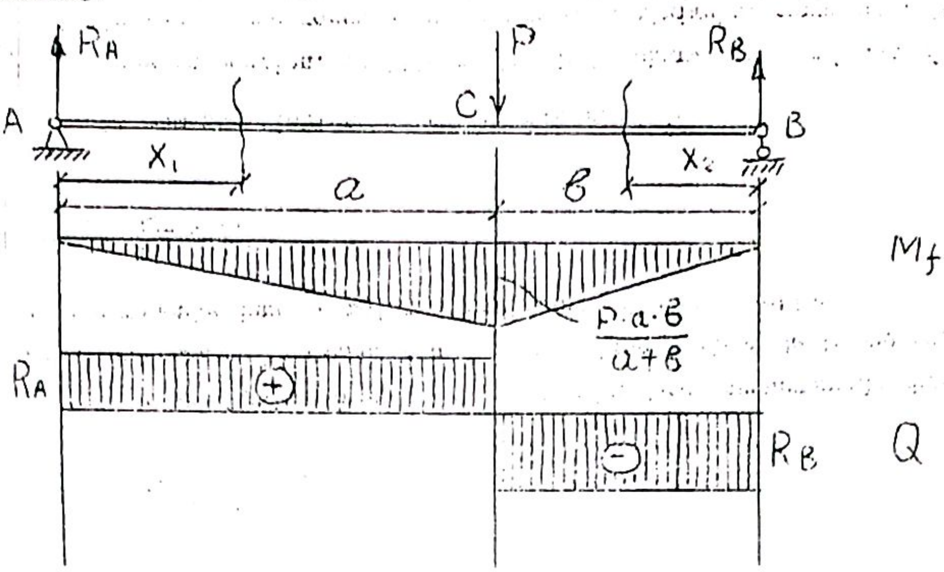


Fig 31.

L'ordre du calcul est suivant :

1) Détermination des réactions d'appuis.

$$\sum M_A = 0 \;/\; -P.a + R_B\,(a+b) = 0,$$

d'où

$$R_B = \frac{P.\,a}{a+b}.$$

$$\sum M_B = 0 \;/\; -R_A\,(a+b) + P.b = 0,$$

d'où

$$R_A = \frac{P.b}{a+b}.$$

La vérification :

$$\sum y = R_A - P + R_B = \frac{P.b}{a+b} - P + \frac{P.a}{a+b} = P.\,b - P.a - P.b + P.a = 0.$$

Donc, les réactions sont justes.

2) Construction de l'épure des moments fléchissants.

Prenons la section pour la partie AC et considérons l'équilibre de la partie gauche.

$$M_{x1} = R_A \cdot X_1 = \frac{P.b}{a+b} \cdot X_1 \qquad 0 \leq X_1 \leq a.$$

Pour le point A ($X_1 = 0$) $\quad M_A = 0$

Pour le point C ($X_1 = a$) $\quad M_C = \frac{P.\ a.b}{a+b}.$

Les valeurs positives du moment fléchissant sont portées vers le bas (du coté des fibres tendues) (fig 31).

Pour la section de la partie CB on a :

$$M_{x2} = R_B \cdot X_2 = \frac{P.\ a}{a+b} \cdot x_2 \qquad 0 \leq X_2 \leq b$$

Si $X_2 = 0$ $\qquad M_B = 0$

Si $X_2 = b$ $\qquad M_C = \frac{P.a.\ b}{a+b}$

En utilisant les expressions obtenues pour les moments fléchissants on peut construir l'épure de M (fi; 31).

3) Construction de l'épure des forces transversales.

Pour la partie AC :

$$Q_{x1} = R_A = \frac{P.b}{a+b}.$$

Pour la partie CB :

$$Q_{x2} = - R_B = - \frac{P.a}{a+b}.$$

L'épure des Q est montrée sur la fig 31.

2.13. LES CONTRAINTES NORMALES ET TENGENTIELLES A LA FLEXION.

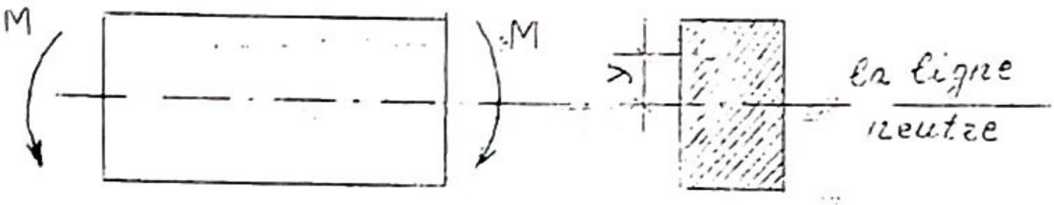
Pour calculer la contrainte normale à la flexion on utilise l'expression connue :

$$\sigma = \frac{M_f \cdot y}{I_x}$$

où : M_f - étant le moment fléchissant dans la section considérée.

y - étant la distance entre l'axe neutre et point considéré.

I_x - moment d'inertie d'une section transversale.



Pour la couche neutre $y = 0$, par conséquence les contraintes maximales se trouvent dans les couches supérieures ou inférieures de la section (Fig 32).

$$\sigma_{max} = \frac{M_{f\,max} \cdot y_{max}}{I_x}$$

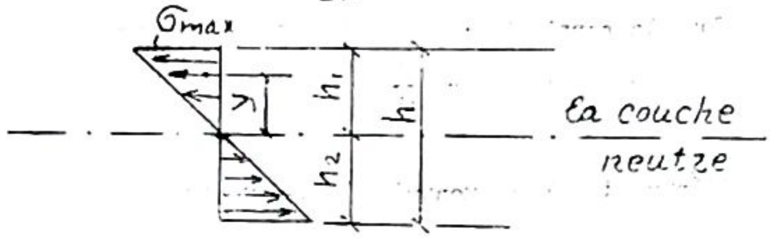


Fig 32.

La section, où le moment fléchissant est de valeur maximale, s'appelle dangereuse.

Le rapport $\frac{I_x}{y_{max}}$ est appelé moment de résistance de la section à la flexion et se désigne par W_f.

$$W_{fmax} = \frac{I_x}{y_{max}} (cm^3)$$

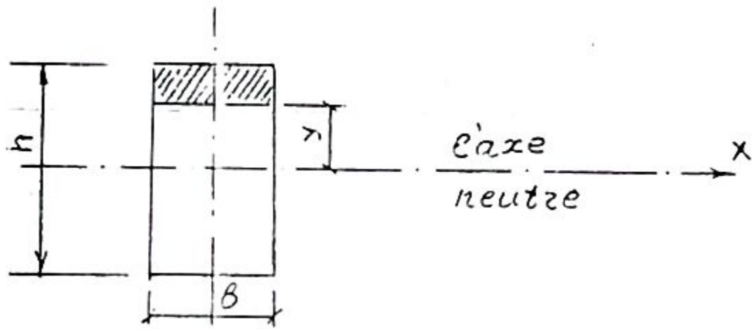
Alors :

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fmax}}{W_f}.$$

En général il existe dans les sections transversales d'une poutre les moments fléchissants provoquant les contraintes normales qui tend à déplacer une partie de la poutre par rapport à l'autre dans la direction perpendiculaire à l'axe de la poutre. C'est pourquoi la force transversale provoque dans le plan de la section transversale de la poutre les contraintes tangentielles.

La contrainte tangentielle dans la couche longitudinale à la distance y de l'axe neutre d'une poutre est égale à :

$$\tau = \frac{Q.\ sx}{x.b}$$



où : Q - la force transversale

S_x - le moment statique de la partie de la section située au-dessus de la couche considérée (surface hachurée sur la fig) par rapport à l'axe neutre.

I_x - le moment d'inertie de toute la surface de la section.

b - la largeur de la section au niveau de la couche considérée,

Cette formule s'appelle formule de JOURAVSKI suivant du savant russe du siècle dernier qui le premier a donné une étude générale des contraintes tangentielles en flexion transverse.

2.16. CONDITION DE RESISTANCE A LA FLEXION.

La contrainte d'une fibre la plus tendu, ou la contrainte d'une fibre la plus comprimée ne doit pas dépasser la contrainte admissible pour la traction ou pour la compression.

$$\sigma_t = \frac{M_{f\,max}}{W_x} \leq [\sigma]_t$$

$$\sigma_c = \frac{M_{f\,max}}{W_x} \leq [\sigma]_c$$

où : M_{fmax} - est le moment fléchissant maximal en valeur absolue.

W_x - est le moment de résistance.

$[\sigma]$ - est la contrainte admissible.

Si la matière de la poutre résiste également à l'extension et à la compression on choisit les sections avec les deux axes de symétrie.