

UNIVERSTE BADJI MOKHTAR ANNABA

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT ELECTROMECHANIQUE

THERMODYNAMIQUE APPLIQUEE

TOLBA SALAH

Introduction:

Dans la nature , les corps classés en solide , liquide et gaz . La matière composant chaque corps est constitué d'éléments de base appelés atomes ou molécules. Selon l'état des liaisons entre les molécules ou les atomes ainsi que l'influence des paramètres extérieurs (pression , volume , température) , un corps peut passer d'un état à un autre .

Par rapport aux autres corps, Les gaz se caractérisent par la compressibilité, ceci peut être compris que du point de vue structure moléculaire ou atomique , les distances séparant les particules d'un gaz sont relativement importantes , les particules d'un gaz sont en agitation thermique , il s'ensuit des chocs entre elles qui influencent sur la direction et la vitesse de chaque particule . Au cours des chocs, il y a un échange d'énergie entre les particules ainsi que la modification du type de mouvement (translation , rotation , oscillation). Suivant le degré d'agitation et par conséquent l'importance des chocs, on obtient soit la variation de la direction et de la vitesse des molécules qui entrent en collision , soit la variation de la structure moléculaire du gaz .

Gaz parfait:

L'étude de la thermodynamique demande une compréhension parfaite du comportement du fluide ou du gaz afin d'établir les équations thermodynamiques. Les caractéristiques propres des fluides compliquent l'étude, il serait plus simple que tous les gaz même de nature différente aient un comportement identique; pour cela on imagine un état idéal et tout gaz se trouvant dans cet état est appelé gaz parfait .

On appelle gaz parfait , un ensemble de molécules identiques contenue dans un volume V et satisfaisant aux conditions suivantes :

1- L'énergie cinétique d'une molécule peut être définie par le relation :

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

m : masse d'une molécule du gaz.

v : vitesse moyenne d'une molécule.

ce qui suppose que la molécule est composée d'un seul atome (gaz monoatomique) comme l'hélium , le néon , l'argon ; d'autre part , les chocs entre molécules sont parfaitement élastiques , par conséquent l'énergie est conservée .

2- il n'y a pas d'interaction entre les molécules. On suppose que les distances entre les molécules soit relativement importantes pour négliger les forces d'interaction et rendre peu probable la collision entre deux molécules voisines.

3- Les gaz ne subit pas l'action des forces extérieures (par exemple la pesanteur) , ce cas l'énergie qu'il contient et qui provient uniquement de son énergie cinétique constitue son énergie interne . Pour un gaz parfait constitué de N molécules , l'énergie interne U est :

$$U = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{m_i v_i^2}{2}$$

m : masse d'une molécule du gaz.

v : vitesse moyenne d'une molécule.

4- La répartition des molécules dans l'espace V est faite de manière que la densité volumique soit la même en tout point de V à l'instant t.

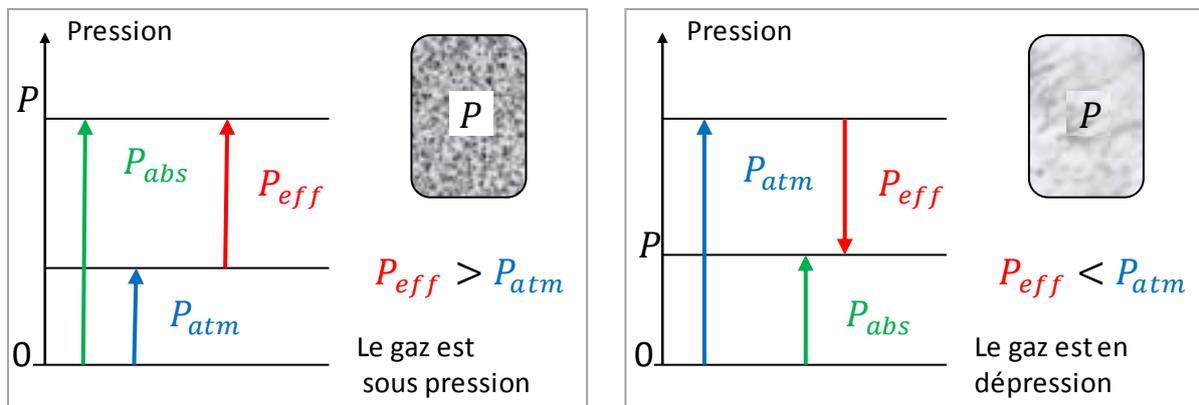
Variables et équations d'état:

L'état d'un gaz dépend des paramètres extérieurs tels que la température , la pression ou le volume . On appelle ces grandeurs physiques , paramètres ou variables d'état .

Pression :

La pression étant l'application d'une force sur l'unité de surface, dans les calculs thermodynamiques , On considère la pression absolue qui est comptée à partir de 0 absolu, les pressions effectives , absolue et atmosphérique sont liées par l'expression :

$$P_{abs} = P_{eff} + P_{atm}$$



La pression mesurée à partir du repère P_{atm} est appelée pression effective P_{eff}

Si $P_{eff} > P_{atm}$, le gaz est sous pression .

Si $P_{atm} > P_{eff}$, le gaz est en dépression .

Dans le système des unités SI , la pression est mesurée en pascal (pa) , on utilise également le bar

$$1\text{bar} = 10^5\text{pa}$$

Température :

Dans les équations thermodynamiques , On considère la température d'un corps à partir du 0 ($t_0 = -273,15^\circ\text{C}$) absolue , la température d'un corps est comptée d'après l'échelle Kelvin , la relation entre les échelles de température Kelvin et Celsius est :

$$T^\circ\text{K} = 273,15 + T^\circ\text{C}$$

$T^\circ\text{K}$: Température en degré kelvin

$T^\circ\text{C}$: Température en degré Celsius ou centigrade.

La température en degré kelvin est mesurée à partir du zéro absolu (0_{abs}); le zéro absolu correspond à la frontière séparant l'état liquide de l'état gazeux de l'azote. D'autre part, la frontière entre les états liquide et solide (glace) de l'eau détermine le repère zéro pour mesurer la température d'un corps d'après l'échelle Celsius ou centigrade. En outre, il a été convenu d'attribuer la valeur cent (100) à la frontière du second changement d'état de l'eau, à savoir le passage de l'état liquide à l'état gazeux (vapeur). Ces deux limites, définies pour une pression égale à la pression atmosphérique; déterminent ainsi la valeur de progression ou bien la graduation sur l'échelle de mesure de la température.

Volume :

Pour un volume de gaz V, On peut remarquer par expérience que la variation d'un paramètre d'état influe les autres variables. Ainsi , si on comprime un gaz enfermé dans un récipient , sa pression augmente et son volume diminue . Par suite des chocs entre les molécules du gaz , il y a un dégagement de chaleur et la température varie. D'après la théorie de l'énergie cinétique, pour un gaz parfait, la relation entre les variables d'état (P, V et T) est exprimée par l'équation de Clapeyron Mendeleïev :

$$P.V = \frac{M}{\mu} . R.T = N.R.T$$

P : pression absolue (pa).

N : nombre de moles.

M : masse du gaz (kg).

T : température absolue , °K.
μ : masse molaire, Kg/mol
R : constante universelle des gaz (R= 8,314 KJ/mol.deg).

Énergie interne:

Tout système thermodynamique contient une réserve d'énergie qu'on peut appeler énergie interne . cette énergie est composée :

- de différents types de mouvement des molécules et des atomes ou énergie cinétique E.
- de l'énergie potentielle d'interaction entre les molécules ou les atomes.
- de l'énergie intra atomique et intra nucléaire.

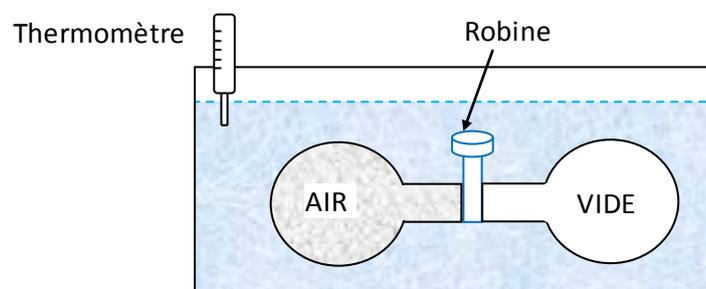
Dans un gaz parfait tel qu'il a été définie précédemment, les forces d'interaction entre les molécules ou les atomes ainsi que l'action des forces extérieurs sont nulles . D'autre part, en considérant les processus thermodynamiques les plus courantes où il n'y a pas de réaction chimique ou des phénomènes de radioactivité , on néglige les énergies correspondantes .

Par conséquent , l'énergie interne d'un gaz parfait est composé uniquement de l'énergie cinétique .

$$E = U = \sum \frac{mv^2}{2}$$

L'énergie interne d'un gaz parfait dépend uniquement de la température ceci est mis évidence par l'expérience de Joule.

Cette expérience consiste à placer 2 ballons dont l'un est rempli d'air à une pression élevée tandis que le second est sous vide.



Si on ouvre le robinet , on obtient après un certain temps , un équilibre des pressions dans les 2 ballons mais sans variation notable de la température de l'eau , on conclue d'après le premier principe de la thermodynamique qu'il n'y a pas de

variation de l'énergie interne sachant que le travail est nul malgré le fait qu'il y'ait variation de volume et de pression .

Donc on écrit que : $\mu = f(T)$

Pour un gaz parfait , en considérant l'expression de la chaleur massique à volume constant

$$C_V = \frac{dU}{dT}$$

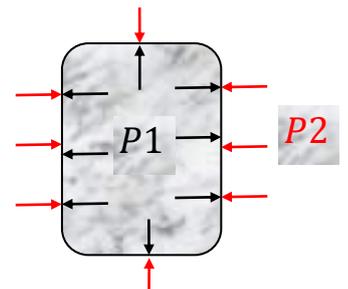
On déduit que pour une masse de gaz parfait m, l'énergie interne sera :

$$dU = m \cdot C_V \cdot dT$$

Comme la pression , le volume et la température , l'énergie interne est une fonction d'état

Enthalpie:

Soit un volume de gaz V_1 , supposons qu'il est soumis à une pression extérieure P_1 , pour maintenir l'équilibre des pressions , le volume de gaz doit opposer une pression interne P_2 constante qui est développée à partir de l'énergie interne . Si on considère le système composé de l'action de la pression extérieur ou la réaction du gaz représentée par l'énergie interne, la somme de ces deux énergies représente l'enthalpie du gaz . Donc , on écrit :



$$i = U + A \cdot P \cdot V$$

Où A : équivalent thermique de l'énergie mécanique.

L'enthalpie est comme l'énergie interne une fonction d'état , on soit donc que :

$$U = C_V(T_2 - T_1)$$

Ou sous forme différentielle :

$$dU = C_V \cdot dT$$

D'autre part la relation entre C_V et C_P est :

$$C_P - C_V = AR \gg C_P = C_V + AR \dots(1)$$

En remplaçant par l'expression (1), on a :

$$di = C_V \cdot dT + AR \cdot dT = (C_V + AR)dT$$

On conclue que pour un gaz parfait , on a la variation de l'enthalpie :

$$\Delta_i = i_2 - i_1 = C_p(T_2 - T_1)$$

De même que pour l'énergie interne , l'enthalpie d'une gaz parfait ne dépend que de la température

Entropie:

Il y a une analogie entre le travail est le quantité de chaleur dégagée, au cours d'une transformation thermodynamique. Le travail est une forme macro physique de transfert d'énergie due à un mouvement uniformément désordonnée des particules élémentaires du fluide, pour prendre en considération cette d'énergie , on introduit le notion d'entropie dS exprimée par :

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

L'entropie est également une fonction d'état.

Notions de chaleurs spécifiques:

La chaleur spécifique est définie généralement par la quantité de chaleur Q nécessaire pour chauffer une unité de masse d'un corps et d'une température initiale à une température finale, cette quantité de chaleur dépend évidemment de l'état de corps chauffé . Ainsi pour les corps solides et liquides, l'apport de chaleur augmente la température du corps, ce qui n'est toujours vrais pour les gaz .

Pour considérer la chaleur spécifique d'un gaz, il convient de fixer son état, c'est-à-dire définir certains paramètres d'état de ce gaz. On distingue :

- chaleur spécifique à volume constant:

Qui est la quantité de chaleur nécessaire pour augmenter d'un degré la température de l'unité de masse du gaz, cette apport de chaleur devant se faire sous la condition suivante : le volume du gaz considéré doit reste constant . V_{const}

- chaleur spécifique à pression constante:

Il s'agit de déterminer la quantité de chaleur pour chauffer une unité de masse d'un gaz maintenu à une constante pour faire varier sa température d'un degré C.

Principe de conservation et de la transformation de l'énergie:

Il existe différentes formes d'énergie :

- Cinétique due au mouvement.

- électrique liée au mouvement de charges électriques.
- interne liée au mouvement des molécules.

Le principe de la conservation d'énergie énonce qu'une énergie peut être conservée même si elle est transformée d'une forme à une autre.

D'après ce principe, on a établi les équivalences entre les énergies d'une différentes formes : Par exemple dans un moteur thermique, on la transformation de l'énergie de chaleur en travail mécanique, on dit donc pour une quantité de chaleur correspond un travail mécanique :

$$Q_0 = A \cdot w$$

De même, à partir d'un travail mécanique, on peut obtenir une quantité de chaleur :

$$w = J \cdot Q_0$$

Où Q_0 : quantité de chaleur transformée au travail .

A : équivalent thermique de l'énergie mécanique : $A = \frac{1}{4,1868} \text{ Kcal /KJoule}$

J : équivalent mécanique de la chaleur : $J = 4,1868 \text{ KJ/Kcal}$

Premier principe de la thermodynamique:

Considérons 2 cas de machines transformatrices d'énergies :

- Le moteur thermique qui transforme l'énergie de chaleur en travail mécanique.
- Une machine frigorifique qui transforme l'énergie mécanique (mouvement du piston d'un compresseur) en énergie calorifique (froid).

Dans les 2 cas , le fluide (gaz) subit une transformation thermodynamique caractérisée par la variation de son énergie totale due à l'action du milieu extérieur.

D'après le principe de la conservation d'énergie, la variation de l'énergie totale ΔE sera :

$$\Delta E = Q + (-A \cdot w)$$

Sachant que l'énergie totale d'un corps et la somme des énergies cinétique, potentielle et interne (ou thermique) U .

Considérons les énergies cinétique et potentielle comme une énergie externe E_{ext} , la variation de l'énergie totale ΔE devient :

$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_{ext} = Q + (-A \cdot L)$$

Ou bien :
$$Q = \Delta U + \Delta E_{ext} + A.L$$

Ainsi, à partir de cette expression, on définit **le premier principe de la thermodynamique**.

« L'énergie cédée à un corps sous forme de chaleur dans une transformation thermodynamique est consommée pour faire varier l'énergie interne et l'énergie externe de ce corps et pour effectuée un certain travail entre les forces extérieures ».

Si on considère l'apport de chaleur et de travail destiné à varier uniquement l'énergie interne, la conservation de l'énergie se traduit par l'égalité :

$$Q + w = \Delta U = U_2 - U_1$$

Dans ce cas, le premier principe de la thermodynamique énoncé comme suivant :

« la somme algébrique du travail w et de la chaleur Q échangés par le système avec le milieu extérieur est égale à la variation ΔU de son énergie interne, elle indépendante de la nature des transformations mis en jeu et ne dépend que de l'état initiale et l'état finale ».

Transformations thermodynamiques des gaz parfaits:

- équilibre d'un système:

Considérons un système où l'influence le pesanteur est négligeable, si on considère que le gaz composant ce système est un gaz parfait, sa température et sa pression doivent être uniformes dans tout le volume . Pour que le système soit en équilibre, il faut que certains conditions soient satisfaits :

Dans tous les cas, l'uniformité de la température pour réaliser l'équilibre thermique, c'est-à-dire la même température en tous les points du volume du gaz.

Uniformité de la pression qui assure l'équilibre mécanique.

Ainsi l'uniformité de la température et la pression constituent les paramètres du système en équilibre.

Transformation réversible et Transformation irréversible:

Comme on l'a noté précédemment, l'état d'équilibre d'un système thermodynamique peut être caractérisé, du point de vue microphysique par des valeurs bien définies des paramètres d'équilibre (température , pression , volume , concentration,...) qui sont les mêmes valeurs en tous points du système homogène considéré

Quand un système évolue en fonction de temps, on dit qu'un système subit une transformation réversible lorsque à chaque instant de son évolution, l'état momentané du système peut être défini par des valeurs bien déterminées des paramètres d'équilibre, les valeurs doivent être uniformes et rester infiniment voisines des valeurs qui correspondent à un état d'équilibre du système, la transformation $\Delta V = 0$

Le travail résultant d'une telle transformation est nulle

Transformations thermodynamiques:

Les transformations thermodynamiques permettent l'étude de la variation des paramètres et l'établissement des lois de variation. D'autre part, elle vise à décrire les particularités des transformations de l'énergie dans le processus considéré.

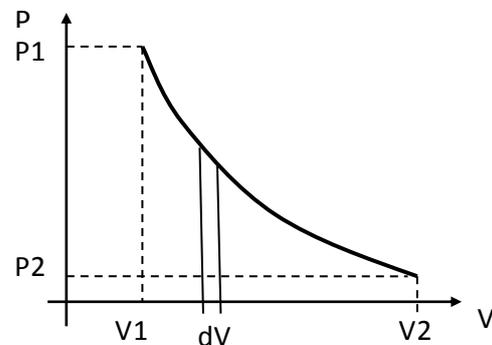
1- Soit la détente réversible d'un gaz qui passe d'un état initial à un état final

2- Ces 2 états sont caractérisés par les paramètres P_1, V_1 et P_2, V_2 .

Si on représente sur un diagramme $P = f(V)$, la transformation réversible, on peut évaluer le travail produit par le système au cours de cette transformation.

Ainsi le travail produit par le système au moment de la détente est représenté par la surface

$$w = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$



Si la transformation qui mène de l'état d'équilibre 1 à l'état d'équilibre 2 est irréversible, les états intermédiaires ne sont pas des états d'équilibre, ils ne peuvent pas être, dans le cas générale, déterminés par des valeurs déterminables des paramètres d'états

Le travail produit par un système au cours d'une transformation irréversible ne peut être calculé que d'après les modifications subis par le milieu extérieur.

Un système peut subir des transformations très variées, limitons notre étude aux transformations les plus simples ou fondamentales.

Transformations isochore d'un gaz parfait:

C'est une transformation à volume constant : c'est le cas où on chauffe ou refroidit un gaz dans un récipient fermé. Dans ce cas l'apport ou le prélèvement de la chaleur s'accompagne de la variation de la température et de pression.

Sur un diagramme de Clapeyron, une transformation isochore d'un gaz parfait est représentée par une droite parallèle à l'axe d'ordonnées (pression), la variation du volume étant nulle $\Delta U = 0$

Le travail résultant d'une telle transformation est nul

$$w = \int P \cdot dV \quad V = \text{const} \gg \gg \quad dV = 0$$

$$w = 0$$

Mais dans une transformation, il y a absorption ou dégagement de chaleur, dans ce cas, on considère, l'équation du premier principe de la thermodynamique :

$$Q = \Delta U + \Delta w \gg \gg \quad Q = \Delta U$$

$$\Delta w = 0$$

Ainsi l'apport d'énergie (chaleur) sert dans une transformation isochore à augmenter l'énergie interne du gaz

Représentations de la même transformation dans un diagramme T.S:

L'entropie S étant défini par l'expression :

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Mais dans notre cas, l'apport de chaleur sert à augmenter la valeur l'énergie interne.

$$Q = \Delta U = (U_2 - U_1)$$

D'autre part, la variation de l'énergie interne se dépend, pour un gaz parfait que de l'état initial de l'état final. Elle est une fonction unique de T.

Pour une transformation isochore, on écrit :

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

Ou bien :

$$Q = \Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

La différentielle :

$$dQ = C_V \cdot dT$$

Pour

l'entropie :

$$dS = \frac{dQ}{T} = C_V \cdot \frac{dT}{T} \gggg dS = C_V \cdot \frac{dT}{T}$$

Ou

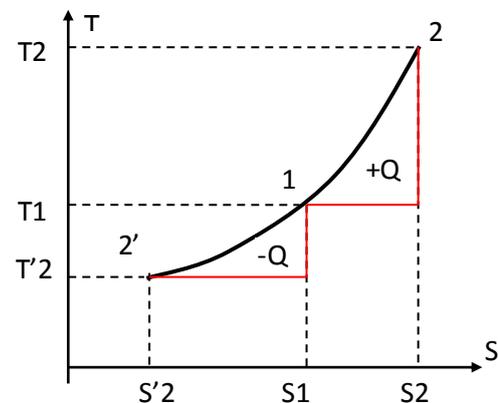
bien :

$$S = C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Kcal/Kg. deg.}$$

On a obtenu finalement l'expression de $T = f(S)$, sa représentation graphique d'une transformation isochore sur digramme T.S est indiquée sur la figure

L'axe limitée par les points 1, 2, S1, S2, représente la quantité de chaleur nécessaire à fourni au système pour réaliser la transformation isochore.

S'il s'agit prélever de la chaleur du système, par conséquent sa température diminue de T_1 à T'_2 , la quantité de chaleur prélevée (-q) est représentée par la surface 1, 2', S'2, S1



Transformation isobare:

C'est la transformation à pression constante, dans ce cas le système est libre de se dilater ou se contracter (sans perte matière) sous une pression constante.

La représentation graphique pour une transformation isobare dans un diagramme P.V est une droite parallèle à l'axe des abscisses V.

Le volume passe de V_1 à V_2 et le travail correspondant est déterminé par :

$$w = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV \gggg w = P(V_2 - V_1)$$

En considérant $\Delta U = V_2 - V_1$, on a 2 cas :

$V_1 < V_2 \gggg w$ est compté positivement, le système produit du travail.

$V_1 > V_2 \gggg w$ est compté négativement, le système absorbe du travail (chaleur).

S'il y a apport de chaleur, déterminons à quoi est utilisée cette chaleur. D'après le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta w$$

Donc, au cours d'une transformation isobare, la quantité de chaleur reçue par le gaz sert à l'augmentation de l'énergie interne du gaz et à la production du travail.

Représentations d'une transformation isobare sur un digramme T.S:

Pour exprimer $S = f(T)$, on doit d'après l'équation $\Delta Q = \Delta U + \Delta w$, déterminer U et w en fonction de T sachant que l'entropie est :

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

La variation de l'énergie interne pour un gaz parfait ne dépend pas du type de transformation mais de l'état initial et l'état final, on écrit :

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

Le travail au cours d'une transformation isobare est définie par :

$$w = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = PV_2 - PV_1$$

S'agissant d'un gaz parfait, on déterminera à partir de l'équation d'état des parfaits :

$$P \cdot V = R \cdot T \quad \gg \gg \quad V = \frac{R \cdot T}{P}$$

Donc :

$$w = P \cdot V \Big|_{V_1}^{V_2} = P \left(\frac{R \cdot T_2}{P} + \frac{R \cdot T_1}{P} \right) = R(T_2 - T_1)$$

Pour effectuer cette transformation, la quantité de chaleur nécessaire correspondant au travail sera :

$$P \cdot V = A \cdot R \cdot T$$

Ou bien :

$$w = R(T_2 - T_1)$$

Ou bien :

$$Q_1 = A \cdot R(T_2 - T_1)$$

Finalement :

$$\Delta Q = C_V(T_2 - T_1) + A \cdot R(T_2 - T_1) \quad \gg \gg \quad \Delta Q = (C_V + A \cdot R)(T_2 - T_1)$$

Or on sait :

$$C_V + A.R = C_P$$

Donc :

$$\Delta Q = C_P \cdot \Delta T \quad \text{ou bien} \quad dQ = C_P \cdot dT$$

On remarque ici que la quantité de chaleur nécessaire à une transformation isobare peut être définie à partir de l'enthalpie puisque :

$$Q_P = i_2 - i_1$$

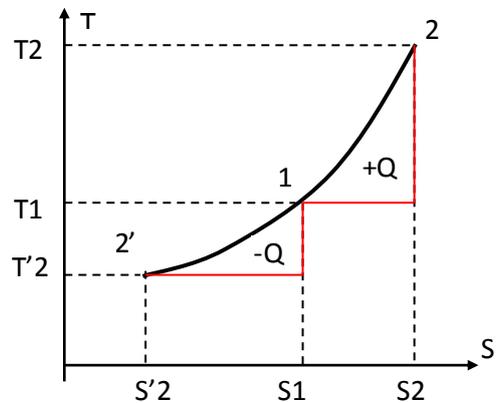
Finalement, l'entropie sera :

$$dS = \frac{dQ}{T} = C_P \cdot \frac{dT}{T}$$

Pour un apport de chaleur qui augmente la température d'un fluide de T_1 à T_2 . La variation d'entropie :

$$S = C_P \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = C_P \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

À partir de cette expression, on représente une transformation isobare sur un digramme T.S



Remarque : dans ce cas où le fluide cède une partie de sa chaleur, son entropie diminue, la représentation graphique est 1,2'

Transformation isotherme d'un gaz parfait:

C'est le cas d'un gaz parfait maintenir à une température constante. Sachant que l'énergie interne d'un gaz parfait dépend uniquement de la température, si on chauffe ce gaz, son énergie interne ne varie pas. Donc d'après le premier principe de la thermodynamique :

$$Q = \Delta U + \Delta w$$

On conclue que la quantité de chaleur reçue sert uniquement à la variation d'un travail

$$Q = A \cdot \Delta w$$

L'état d'un gaz étant défini par P,V et T, par un gaz parfait on obtiendra à partir de l'équation d'état des gaz parfaits, l'équation de Boyle Mariotte.

$$P_1 \cdot V_1 = R \cdot T \quad \text{et} \quad P_2 \cdot V_2 = R \cdot T$$

Donc :
$$P \cdot V = P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 = \dots = \text{const}$$

Représentations graphique d'une transformation isothermique sur un digramme P,V:

Le travail correspondant à la compression isotherme 1,2 et représenté par la surface hachurée.

$$w_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$

On doit : $P \cdot V = P_1 \cdot V_1 = \text{const} = K$

>>> $P = \frac{K}{V}$

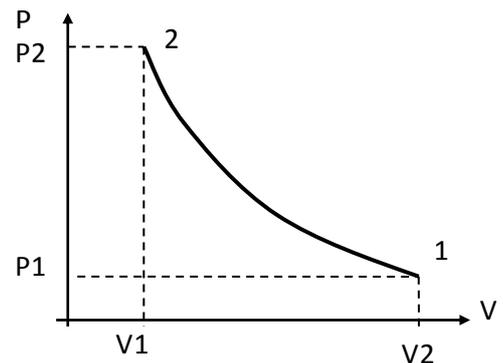
Donc :

$$w_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{K}{V} \cdot dV = K \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = K \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Ou bien :

$$w_{1,2} = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{P_1}{P_2}$$

ou : $w_{1,2} = R \cdot T \cdot \ln \frac{P_1}{P_2}$



Représentations graphique sur un digramme T,S:

On a la relation suivante :

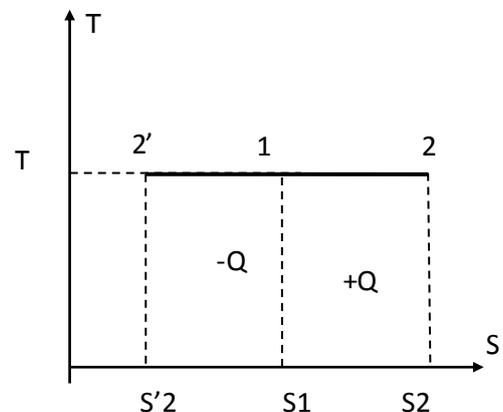
$$Q = A \cdot w = A \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{P_1}{P_2}$$

D'après la relation de l'entropie :

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{ou bien :} \quad dQ = dS \cdot T$$

C'est-à-dire : $Q = T(S_2 - S_1)$

A partir de cette relation, on représente sur un diagramme T,S, une transformation isothermique.



Transformation adiabatique:

C'est le cas lorsqu'il n'y a pas d'échange de chaleur entre le gaz et le milieu extérieur

C'est-à-dire : $\Delta Q = 0$

Donc, on écrira d'après le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta U = -A. \Delta w$$

Ainsi, au cours d'une transformation adiabatique, le gaz peut fournir un travail mais au dépens de son énergie interne U , puisque $U = f(T)$, sa température diminue. Dans le cas où il y a apport de travail (compression par exemple), il servira uniquement à l'augmentation de son énergie interne, par conséquent sa température augmente.

Déterminons la loi de la transformation adiabatique d'un gaz parfait. Le travail élémentaire fourni au gaz est :

$$dw = A. P. dV$$

Par conséquent son énergie interne augmente de la valeur :

$$dU = C_V. dT$$

D'après le premier principe, on écrit :

$$-P. dV = C_V. dT \quad \gg \gg \quad C_V. dT + P. dV = 0 \dots(1)$$

Considérons l'équation d'état des gaz parfaits sous sa forme différentielle :

$$P. dV + V. dP = R. dT \dots(2)$$

En multipliant les termes de l'équation (1) par R et (2) par C_V , on a le système d'équation suivant :

$$R. C_V. dT + R. P. dV = 0$$

$$C_V. P. dV + C_V. V. dP = C_V. R. dT$$

On additionnant terme à terme :

$$R. C_V. dT + C_V. P. dV + R. P. dV + C_V. V. dP - C_V. R. dT = 0$$

$$(C_V + R) P. dV + C_V. V. dP = 0$$

Sachant : $C_V + R = C_P$, donc on obtient :

$$C_p \cdot P \cdot dV + C_v \cdot V \cdot dP = 0 \dots(3)$$

Soit $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$: rapport entre la chaleur spécifique à pression constante et la chaleur spécifique à volume constant.

Écrivons l'équation (3) en divisant chaque terme par C_v

$$\frac{C_p}{C_v} \cdot P \cdot dV + V \cdot dP = 0 \quad \gg \gg \quad \gamma \cdot P \cdot dV + V \cdot dP = 0$$

Transformons cette différentielle en la divisant successivement par V puis par P , on trouve :

$$\gamma \cdot \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

L'intégration de cette différentielle nous donne :

$$\gamma \cdot \ln V + \ln P = \text{const}$$

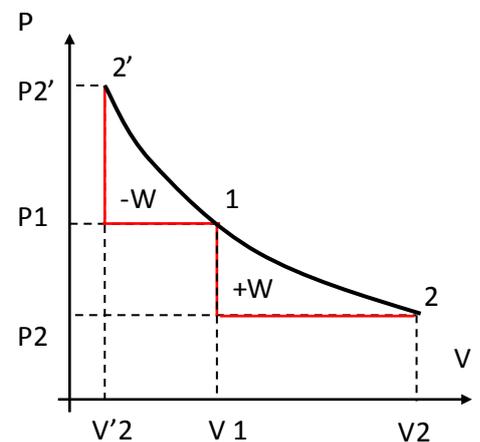
ou bien :

$$\ln V^\gamma + \ln P = \text{const}$$

donc, on obtiendra finalement l'équation définissant une transformation adiabatique d'un gaz parfait

$$PV^\gamma = \text{const}$$

Représentation graphique sur un digramme P,V d'une transformation adiabatique:



Représentations graphique sur un digramme T,S:

² L'entropie étant définie par :

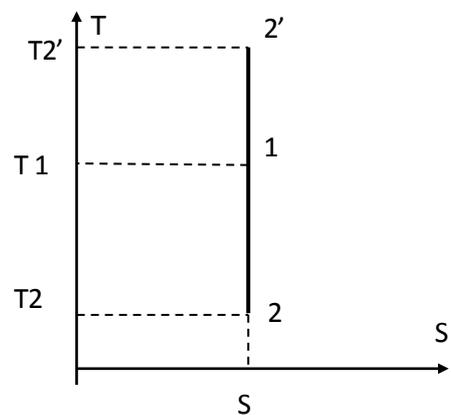
$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Dans une transformation adiabatique l'échange de chaleur étant nulle.

Donc : $Q = 0 \quad \gg \gg$

$$dQ = 0 \quad \gg \gg \quad dS = 0$$

La variation de l'entropie est nulle.



Détermination du travail w au cours d'une transformation adiabatique:

Considérons le premier principe de la thermodynamique :

$$dQ = dU + A \cdot dw$$

$Q = 0$, on a : $dU = -A \cdot dw \dots (1)$

L'énergie interne est :

$$dU = C_V \cdot dT \quad \gg \gg \quad C_V(T_2 - T_1) = \Delta U$$

Et : $dw = \int P \cdot dV$

De l'expression (1), on tire :

$$dw = \frac{-1}{A} \cdot dU$$

Donc :

$$\begin{aligned} dw &= \frac{-1}{A} \cdot C_V \cdot dT \quad \gg \gg \quad w = \frac{-1}{A} \cdot C_V(T_2 - T_1) \\ &= \frac{1}{A} \cdot C_V(T_1 - T_2) \dots (2) \end{aligned}$$

D'après cette expression, on remarque que le travail au cours d'une transformation adiabatique est déterminé par l'inverse de la de la variation de l'énergie interne.

D'après la relation de Mayer :

$$\begin{aligned} dS &= \frac{C_P}{C_V} - 1 = \frac{A \cdot R}{C_V} \quad \gg \gg \quad 8 - 1 = \frac{A \cdot R}{C_V} \quad \gg \gg \quad \frac{C_V}{A} \\ &= \frac{R}{8 - 1} \end{aligned}$$

Finalement, l'expression (2) devient :

$$w = \frac{R}{8 - 1} (T_1 - T_2).$$

Transformation polytropique:

C'est une transformation générale à partir de laquelle on peut déduire tous les transformations fondamentales étudiées précédemment. Elle est exprimée par l'équation :

$$P \cdot V^n = const$$

Où n : exposant polytropique.

En remplaçant n par 1, 0, 8, $+\infty$, $-\infty$, on déduira les expressions définissant les expressions particulières, isothermique, isobare, adiabatique, isochore

Considérons le premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta Q = \Delta U + A. \Delta w$$

L'énergie interne étant définie par :

$$dU = C_V. dT \quad \text{ou bien :} \quad \Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

Le travail étant :

$$w = \int P. dV$$

En considérant que l'expression de la transformation polytropique a la même forme que celle adiabatique, on a :

$$\Delta w = \frac{R}{8-1} \cdot (T_1 - T_2)$$

D'autre part, la chaleur dégagée au cours d'une transformation est déterminé pour l'unité de masse par :

$$Q = C_n(T_2 - T_1)$$

On revient à l'expression du premier principe, on écrive :

$$C_n(T_2 - T_1) = C_V(T_2 - T_1) + A. \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2)$$

C_n : chaleur spécifique du gaz dans une transformation polytropique

Après simplification, on trouve que la chaleur spécifique d'un gaz au cours d'une transformation polytropique C_n est :

$$C_n = C_V - \frac{A.R}{n-1}$$

Sachant :

$$C_p - C_V = A.R \quad \gg \gg \quad \frac{C_p}{C_V} - \frac{C_V}{C_V} = \frac{A.R}{C_V}$$

$$A.R = C_V(8-1)$$

Donc :

$$C_n = C_V - \frac{A \cdot R}{n - 1} = C_V - \frac{C_V (n - 1)}{n - 1}$$

finalement :

$$C_n = C_V \frac{n - 8}{n - 1}$$

La quantité de chaleur en fonction des paramètres C_V sera :

$$Q_n = C_V \cdot \frac{n - 8}{n - 1} (T_2 - T_1)$$

La variation de l'entropie au cours d'une transformation polytropicque :

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Ou bien :

$$\Delta S = C_n \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = C_V \cdot \frac{n - 8}{n - 1} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$