**TD 4 : MASTER SYSTEMES DE TELECOMMUNICATIONS**

**SYNTHESE D’UN FILTRE NUMERIQUE RII**

**Exercice 1**

Nous nous proposons de réaliser un filtre numérique RII, dont la fonction de transfert en Z est notée H(z), par la méthode de transformation bilinéaire. Pour cela on choisit un filtre analogique passe-bas de Butterworth qui doit respecter le gabarit suivant : δ1=-3 dB, δ2=-20dB, fp=1kHz et fa=3kHz.

1. Représentez graphiquement le gabarit selon les paramètres souhaités
2. Déterminer N l’ordre du filtre selon le gabarit souhaité
3. Pour une fréquence d’échantillonnage fe=10kHz, trouvez la fonction de transfert H(z) du filtre numérique ainsi obtenue
4. Que peut on dire du gabarit du filtre numérique ainsi obtenu et comparer le au gabarit du filtre analogique désiré. Que pouvez-vous conclure ?
5. En déduire l’équation temporelle de ce filtre et représentez sa structure

**Exercice 2**

1. Même exercice que le précédent mais le filtre analogique adopté est de type Chybeshev I
2. Cette fois ci le filtre analogique est un Chebyshev II

**Exercice 3**

La fonction de transfert en p d’un filtre analogique est donnée par l’expression suivante :



1. En déduire sa réponse fréquentielle H(ω) (ou H(f)), module et phase. Représentez ce module et cette phase graphiquement. De quel type de filtre s’agit-il ?
2. Maintenant on souhaite réaliser un filtre numérique qui lui correspond en utilisant la méthode bilinéaire, pour cela on adoptera une fréquence d’échantillonnage fe=1kHz
	1. Trouvez alors H(z) du filtre numérique réalisé et vérifier l’écart possible de pulsation de coupure Ωc obtenue par rapport à ωc du filtre analogique. Comment peut-on la corriger ?
	2. En déduire la réponse fréquentielle H(ejΩTe) du filtre numérique obtenu. Donnez une allure de son module et de sa phase en calculant leurs valeurs pour quelques pulsations comme par exemple pour Ω=0, Ωc, π/2 et π.
	3. En déduire l’équation temporelle de ce filtre
	4. Donnez sa structure

**Exercice 4**

Pour filtrer un signal analogique à l’aide d’un filtre numérique on utilise habituellement le système décrit par le schéma de principe suivant :

**x(t)**

**y(t)**

**y(nTe)**

**x(nTe)**

**Interpolation du signal**

**Filtre numérique**

**Discrétisation du signal**

**Pas d’échantillonnage Te**

**Pas d’échantillonnage Te**

Le filtre numérique à réaliser doit satisfaire aux spécifications suivantes:

* La fréquence d'échantillonnage est de 20 kHz.
* Le filtre doit être un filtre passe-bande.
* Le filtre passe des fréquences comprises entre 4 kHz et 6 kHz.
* L'ondulation de la bande passante est d'au plus 0,5 dB. (5) Le filtre bloque les fréquences inférieures à 2 kHz et supérieures à 8 kHz.
* L'atténuation de la bande d'arrêt est d'au moins 60 dB.

On veut réaliser un filtre RII à partir d’un filtre analogique de Butterworth en utilisant la transformation bilinéaire.

1. Quel est l'ordre du filtre analogique Butterworth à prendre pour modèle en tenant compte des spécifications décrites ci-dessus ?
2. Quelles sont les largeurs de la bande passante et de la bande coupée du filtre discret?
3. Quelles sont les largeurs de la bande passante et de la bande coupée du filtre analogique correspondantes?
4. Quelle est la fréquence de coupure à -3dB du filtre analogique que nous avons pris pour modèle ?
5. Placez les pôles du filtre modèle analogique dans le plan p
6. Si le filtre modèle analogique a un pôle à 0.5 + j0.5, où le ou les pôles correspondants du filtre numérique RII réalisé, seront-ils situés dans le plan z?
7. Le filtre numérique RII réalisé a-t-il des zéros? Si oui, où se trouvent les zéros?

**Exercice 5**

Nous allons réaliser un filtre numérique RII passe-bas à partir du filtre de Butterworth répondant aux spécifications suivantes (sur le filtre analogique) en utilisant la transformation bilinéaire :

**fpass=3 kHz, fstop=4 kHz, Apass=0.5dB, Astop=60dB**

La fréquence d’échantillonnage est de 10kHz.

1. Quelles sont les fréquences de la bande passante (ωpass) et la bande coupée (ωstop) du filtre discret obtenu?
2. Trouvez la relation de ces fréquences avec les fréquences du filtre analogique que l’on notera respectivement (Ωpass) et (Ωstop).
3. Quel est l’ordre M du filtre analogique ?
4. Quelle est la fréquence de coupure Ω0 à -3dB du filtre analogique ?
5. Supposons que le filtre analogique possède un vrai pôle à Ω0. Où ce pôle apparaîtra-t-il dans le plan z après avoir appliqué la transformation bilinéaire?

**Exercice 6**

Nous souhaitons surveiller certains types de canards sauvages migrateurs menacés d’extinction, au niveau du lac des oiseaux d’El Taref en utilisant des petits systèmes embarqués (petits modules numériques programmables) disposants d’un capteur de son. Ces modules vont nous permettre d’enregistrer les cris et chants de ces oiseaux d’une manière continue. Seulement, ces sons d’oiseaux sont souvent ‘’corrompus’’ (altérés) par les bruits environnementaux que l’on rencontre dans l’habita naturel des oiseaux, comme par exemple les bruits dus au vent, à la pluie, au tonner, à l’activité humaine ou tout simplement aux chants d’autres oiseaux qui sont présents dans le même endroit mais qui ne nous intéressent pas dans notre étude.

Dès lors, nous proposons de réaliser et d’implémenter un filtre numérique de type RII dans ces modules embarqués pour que l‘on puisse instantanément débruiter le signal sonore capté. D’après nos études le son de ces canards possède un spectre se trouvant surtout entre 300 Hz et 2000 Hz. La fréquence d’échantillonnage adoptée est alors fe=5kHz.

Nous avons adopté, pour la synthèse de notre filtre, nous adoptons un gabarit du filtre souhaité avec les caractéristiques suivantes : δ1=-3 dB, δ2=-20dB et une largeur de bande de transition de 300 Hz

1. Représentez le gabarit de ce filtre
2. De quel type de filtre s’agit-il ?
3. Le filtre analogique adopté est de type Butterworth :
	1. trouvez son ordre en fonction du gabarit adopté
	2. donnez sa fonction de transfert et sa réponse fréquentielle selon le gabarit adopté
4. Par la méthode bilinéaire trouvez la fonction de transfert en z filtre numérique qui lui correspond.
5. Vérifier les distorsions entre les fréquences numériques calculées et les fréquences analogiques adoptées en particulier les fréquences de coupures et les bandes de transition
6. En déduire l’équation temporelle du filtre synthétisé.
7. Combien d’opérations sont nécessaires pour l’exécution de ce filtre par échantillon d’entrée ?
8. Le problème majeur des modules embarqués et leurs autonomies énergétiques. En effet, ces modules sont placés au niveau du site surveillé et ils doivent être alimentés par des petites piles ou batteries dont l’autonomie est limitée. Cette autonomie énergétique est surtout liée à la complexité calculatoire du programme exécuté par le module embarqué. Si on suppose que pour chaque opération exécutée (addition, multiplication ou shift) le module consomme une énergie électrique équivalente à εopp=1μWatt, quelle sera cette consommation en exécutant ce filtre pendant une heure, puis pendant une journée, puis pendant un mois en continu ?
9. Quelles solutions vous pouvez alors suggérer pour économiser un peu plus cette énergie électrique ?
10. Si maintenant on choisit d’utiliser au lieu d’un filtre RII un filtre RIF à phase linéaire. En gardant les mêmes caractéristiques et en choisissant une synthèse d’un filtre RIF par la méthode d’échantillonnage fréquentielle, trouvez la fonction de transfert du filtre RIF ainsi réalisé (vous choisissez la fréquence d’échantillonnage fréquentielle qui vous convient et dont le nombre N de coefficients en dépendra).
	1. En déduire la réponse fréquentielle du filtre numérique réalisé. Comparez là à la réponse fréquentielle du filtre analogique et aussi à celle du filtre RII. Que pouvez conclure.
	2. Peut-on l’améliorer en jouant sur le nombre d’échantillons de la réponse fréquentielle lors de la synthèse ?
	3. En déduire la réponse impulsionnelle discrète du filtre RIF réalisé en fonction de N. Est-il à phase linéaire ?
	4. Qu’en est-il maintenant du nombre d’opérations nécessaires à ce filtre lors de son exécution ?
	5. Calculer la consommation énergétique due à l’exécution de ce filtre pendant une heure, puis pendant une journée, puis pendant un mois en continu en supposant que que pour une opération nous avons une consommation de εopp=1μWatt
	6. Comparez les deux filtres RIF et RII de point de vue qualité et aussi consommation énergétique.
	7. Quel type de filtre numérique choisiriez-vous ?

**Exercice 7 : Effet des bruits de quantification sur les filtres RII**

Considérons le système représenté sur la figure suivante, avec a = 0,625. Soit la représentation numérique soit un point fixe à complément à deux de 8 bits (figure ci dessous) avec le point binaire après le bit de signe: par ex. 01000000 représente le nombre numérique 0,5 et 10100000 représente −0,75. Ainsi, 0,625 est représenté par 0,1010000, un nombre à deux bits uniquement avec la valeur 1. Appliquer une entrée gaussienne blanche moyenne nulle avec σ = 0,01.



1. Donnez l’équation temporelle de ce filtre ainsi que sa fonction de transfert en z

Afin de prendre en considération l’effet d’une précision finie sur les caractéristiques d’un filtre numérique lors de son implémentation réelle, nous allons commencer par l’effet de quantification lié au coefficient a. Comme rappel l’opération de quantification (passage d’une précision infinie à une précision finie par exemple par arrondie) peut être modélisée comme un ajout d’un bruit de quantification : aq=a+n… A cet effet, notre filtre prendra la forme suivante où n(k) est le bruit dû à la quantification du coefficient a



1. En utilisant ce nouveau modèle de notre filtre déterminer la variance du bruit de quantification à la sortie, dû uniquement au coefficient a. On supposera que le bruit de quantification du est blanc avec une moyenne nulle et une puissance totale moyenne de q2 / 12, où q est le pas de quantification. Application numérique avec une précision de 8 bits est une dynamique de -1 à +1
2. Maintenant, nous allons prendre en compte la quantification du coefficient a et aussi la quantification du résultat de l’addition selon le modèle suivant :



En supposera que les deux bruits de quantification ne sont pas corrélés entre eux ni avec l’entrée x(k) et que les deux sont supposés blancs avec une moyenne nulle et une puissance totale moyenne de q2 / 12. Déterminer la variance du bruit de quantification total à la sortie

**Exercice 8 : Effet des bruits de quantification sur les filtres RII**

Un filtre RII est défini par son équation temporelle aux différences finies suivante :



Où les coefficients ak et bl sont des constantes.

1. Donnez sa fonction de transfert en z, notée H(z-1)=N(z-1)/D(z-1). Comme application numérique on prendra les valeurs suivantes pour les coefficients ak et bl:

**b0=0.093636, b1=0.187263, b2=0.093636, a1= -1.096, a2=0.5065.**

1. On suppose que H(z-1)=H1(z-1)×H2(z-1) = N(z-1)×D(z-1). C’est par la mise en cascade d’un filtre tous zéros (H1(z-1)= N(z-1)) suivi par un filtre tous pôles (H2(z-1)= D(z-1)). Donnez la structure du filtre H(z-1) en tenant compte de cette mise en cascade.
2. Si les échantillons du signal discret à filtrer x(n) ont aussi 6 chiffres après la virgule, quel sera le format (nombre de chiffres après la virgule) des valeurs des échantillons de la sortie y(n) en précision infinie. ?
3. Si maintenant l’implémentation réelle de ce filtre exige une précision finie donnée par trois chiffres après la virgule au maximum. En supposant que nous adopterons le principe d’arrondie, donnez les nouvelles valeurs des coefficients ak et bl.
4. Rappelez le modèle du bruit d’arrondi et déterminer du bruit à la sortie du filtre