
Afin de pouvoir résoudre l'équation de **Schrödinger** appliquée à l'atome de **Bohr**, nous avons besoin d'écrire l'opérateur **Laplacien en coordonnées polaires** (**r, φ**) liées au plan du mouvement (**XOY**) en supposant que l'origine du repère coïncide avec le centre du noyau de l'atome d'hydrogène et que l'électron est repéré par le vecteur position **r**.

1°) Ecrire les composantes polaires de **r** ?

2°) En déduire les différentielles totales **dx** et **dy** en coordonnées polaires ?

3°) Si **ψ(x,y)** est la fonction d'onde associée au mouvement de l'électron autour du noyau, écrire **dψ** en coordonnées cartésiennes puis en coordonnées polaires ?

4°) En faisant le lien entre ces deux expressions, en déduire les expressions de $\frac{\partial}{\partial x}$ et $\frac{\partial}{\partial y}$ en coordonnées polaires ?

5°) Montrer que le **Laplacien** en coordonnées polaires s'écrit :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

6°) On suppose que l'électron de l'atome d'hydrogène se meut selon une trajectoire circulaire plane de rayon **R** constant. Écrire l'équation de Schrödinger des états stationnaires de l'électron, en coordonnées polaires ?

7°) En utilisant la mécanique classique, écrire la relation d'équilibre de la particule en mouvement ?

8°) Exprimer l'énergie cinétique classique **T** de l'électron en fonction de son énergie potentielle **U**. En déduire l'expression de **U** en fonction de son énergie totale **E**?

9°) En remplaçant **U** par cette dernière expression dans l'équation de Schrödinger, déterminer les valeurs **E_n** de l'énergie.

10°) Calculer l'expression du rayon de Bohr qui est défini comme le rayon du cercle correspondant à l'énergie minimale de l'électron.
