

Solution de l'exo 4:

Un corps en déplacement dans une atmosphère immobile peut être traité comme un corps immobile dans un écoulement de fluide avec

$V_\infty = 500 \text{ ft/sec}$, $T_\infty = 80^\circ\text{F}$ et $P_\infty = 15 \text{ lbf/in}^2$
on donne aussi pour le fluide: $\gamma = 1,4$ et $r = 3090 \frac{\text{ft} \cdot \text{lbf}}{\text{slug} \cdot ^\circ\text{C}}$

En restant dans le système d'unités anglaises, on doit convertir: $\text{slug} \rightarrow \text{lbm}$ $1 \text{ slug} = 32,174,048694867 \text{ lbm}$

$$\Delta T(^{\circ}\text{C}) \rightarrow \Delta T(^{\circ}\text{F})$$

$$T(^{\circ}\text{F}) = T(^{\circ}\text{C}) \cdot \frac{9}{5} + 32 \Rightarrow \Delta T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} \Delta T(^{\circ}\text{C})$$

$$\text{Pour 1}^{\circ}\text{C de } T \Rightarrow \Delta T(^{\circ}\text{C}) = 1 = \frac{5}{9} \Delta T(^{\circ}\text{F}) = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F})$$

$$\Rightarrow r = \frac{3090 \text{ lbf} \cdot \text{ft}}{32,174 \cdot \frac{9}{5} \cdot \text{lbm} \cdot ^{\circ}\text{F}} = 53,3557 \text{ lbf} \cdot \text{ft} / \text{lbm} \cdot ^{\circ}\text{F}$$

$$h^{\circ} / t_{\max} = t_A \text{ (au point d'arrêt)}$$

$$\text{Conservation de l'énergie} \Rightarrow h_A + \frac{1}{2} V_A^2 = h_\infty + \frac{1}{2} V_\infty^2$$

$$\text{au point d'arrêt, } V_A = 0$$

$$\text{gaz parfait } h = C_p T$$

$$T_{\max} = T_A = T_\infty + \frac{1}{2} \frac{V_\infty^2}{C_p}$$

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \Rightarrow T_{\max} = T_A = T_\infty + \frac{\gamma - 1}{2 \gamma} \cdot V_\infty^2$$

$$\text{Avec: } T_{\max} = T_A = 80 + \frac{0,4 \cdot 500^2}{2 \cdot 14 \cdot 53,3557} \left(\frac{\text{lbf} \cdot \text{ft}}{\text{lbm} \cdot ^{\circ}\text{F}} \right)$$

$$\text{sachant que: } 1 \text{ lbf} = 32,2 \text{ lbm} \cdot \frac{\text{ft}}{\text{sec}^2}$$

Solution de l'exo 5: Force de propulsion de la fusée

(3)

En appliquant l'équation intégrale du bilan de la quantité de mv^t (en régime permanent) au volume de contrôle constitué par la fusée, il vient que :

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = \iint_{\Omega} \vec{v} (\rho \vec{N}) d\Omega$$

Ω : surface entourant le volume de contrôle

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{F}_p + P_s \vec{A}_s + P_a \vec{A}_s$$

$\vec{F}_p$: force de propulsion de la fusée

$P_s \vec{A}_s$: force de pression des gaz brûlés qui s'applique à la surface d'entrée de la section de la fusée

$P_a \vec{A}_s$: force due à la pression atmosphérique qui s'applique à la surface de sortie A_s

toutes ces forces ont la même direction, celle de la normale $\vec{n}$ de la section de sortie des gaz brûlés

En projetant l'équation précédente sur cette même normale, on aura

$$F_p + P_s A_s - P_a A_s = \int N^2 A_s \quad \left(\begin{array}{l} \text{le flux de la q.tité de} \\ \text{mv}^t \text{ est nul sur} \\ \text{le rest de la surface} \\ \text{de contrôle} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow F_p = \int N^2 A_s + (P_a - P_s) A_s$$

ou bien $F_p = \int N^2 A_s - (P_s - P_a) A_s$

AN: $\dot{m}_{\text{gzhils}} = 100 \text{ lbm/sec}$

$N = 2000 \text{ ft/sec}$

$P_s = 50 \text{ lbf/in}^2$

$P_a = 14,7 \text{ lbf/in}^2$

$A_s = 0,2 \text{ ft}^2$

$\dot{m} = \rho A N = \rho k \Rightarrow \rho_s = \frac{\dot{m}}{N_{\text{satie}} A_{\text{satie}}} = \frac{100 \text{ lbm/sec}}{2000 \cdot 0,2 \frac{\text{ft}}{\text{sec}} \cdot \text{ft}^2}$

$\rho = \frac{100}{400} = 0,25 \frac{\text{lbm}}{\text{ft}^3}$

$\Rightarrow F_p = \underbrace{0,25 \cdot 2000^2 \cdot 0,2}_{\substack{\uparrow \quad \uparrow \quad 32,2 \\ \frac{\text{lbm}}{\text{ft}^3} \quad \frac{\text{ft}^2}{\text{sec}^2} \cdot \text{ft}^2}} - \underbrace{(15 - 14,7) \cdot 0,2}_{\substack{\uparrow \quad \quad \quad \times 144 \\ \frac{\text{lbf}}{\text{in}^2} \quad \quad \quad \text{ft}^2}} \longrightarrow \text{lbf}$

$1 \text{ lbf} = 32,2 \frac{\text{lbm} \cdot \text{ft}}{\text{sec}^2}$ $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$

$\Rightarrow F_p = \frac{0,25 \cdot 2000^2 \cdot 0,2}{32,2} - (15 - 14,7) \cdot 144 \cdot 0,2 =$

$F_p = 6202,56 \text{ lbf}$

Enoncé de l'Exo 6

⑤

un jet d'air s'écoule à travers une conduite convergente -
divergente de section $A_1 = 15 \text{ cm}^2$ à $A_2 = 10 \text{ cm}^2$. Si dans la section
 A_1 , on a les caractéristiques de l'air qui sont :

$$T_1 = 500 \text{ K}, P = 15 \text{ N/m}^2, V_1 = 100 \text{ m/s}$$

Questions :

1° / calculer M_1

2° / calculer M_2, P_2 et T_2

Hypothèses de calcul : écoulement permanent isentropique de gaz parfait

$$\gamma = 1,4 \quad R = 287,1 \text{ J/kg.K}$$

NB : utiliser la table ci-jointe où T_t et P_t représentent les
caractéristiques de l'état général ou de stagnation.

Enoncé de l'Exo 7 :

un avion vole à une altitude de 40.000 feet avec une pression de
cabine (intérieure) de $14,7 \text{ lbf/in}^2$, la T_i de la cabine (intérieure)
est de 72°F , soudain une dalle est brisée à l'intérieur de la cabine
et perce le fuselage, le trou a un diamètre de 10 cm. En supposant
que l'écoulement à travers le trou se compare comme à l'intérieur
d'un convergent qui aurait pour diamètre de la section de sortie
10 cm.

Calculer le temps pour que la pression de la cabine devienne
la moitié de sa valeur initiale.

On suppose que le volume de la cabine est de 4000 ft^3 , la pression
à l'extérieur est la T_o à l'extérieur soit :

$$P_{\text{ext}} = 392 \text{ lbf/ft}^2 \quad \text{et} \quad T_{\text{ext}} = -67,6^\circ \text{F}$$

on suppose aussi que la T_i à l'intérieur de la cabine reste
constant

APPENDIX A

Isentropic Flow Tables ($\gamma = 1.4$)

M	P/P _t	T/T _t	A/A*	M	P/P _t	T/T _t	A/A*
0	1.0000	1.0000	∞	.60	.7840	.9328	1.1882
.01	.9999	1.0000	57.8738	.61	.7778	.9307	1.1767
.02	.9997	.9999	28.9421	.62	.7716	.9286	1.1657
.03	.9994	.9998	19.3005	.63	.7654	.9265	1.1552
.04	.9989	.9997	14.4815	.64	.7591	.9243	1.1452
.05	.9983	.9995	11.5914	.65	.7528	.9221	1.1356
.06	.9975	.9993	9.6659	.66	.7465	.9199	1.1265
.07	.9966	.9990	8.2915	.67	.7401	.9176	1.1179
.08	.9955	.9987	7.2616	.68	.7338	.9153	1.1097
.09	.9944	.9984	6.4613	.69	.7274	.9131	1.1018
.10	.9930	.9980	5.8218	.70	.7209	.9107	1.0944
.11	.9916	.9976	5.2992	.71	.7145	.9084	1.0873
.12	.9900	.9971	4.8643	.72	.7080	.9061	1.0806
.13	.9883	.9966	4.4969	.73	.7016	.9037	1.0742
.14	.9864	.9961	4.1824	.74	.6951	.9013	1.0681
.15	.9844	.9955	3.9103	.75	.6886	.8989	1.0624
.16	.9823	.9949	3.6727	.76	.6821	.8964	1.0570
.17	.9800	.9943	3.4635	.77	.6756	.8940	1.0519
.18	.9776	.9936	3.2779	.78	.6691	.8915	1.0471
.19	.9751	.9928	3.1123	.79	.6625	.8890	1.0425
.20	.9725	.9921	2.9635	.80	.6560	.8865	1.0382
.21	.9697	.9913	2.8293	.81	.6495	.8840	1.0342
.22	.9668	.9904	2.7076	.82	.6430	.8815	1.0305
.23	.9638	.9895	2.5968	.83	.6365	.8789	1.0270
.24	.9607	.9886	2.4956	.84	.6300	.8763	1.0237
.25	.9575	.9877	2.4027	.85	.6235	.8737	1.0207
.26	.9541	.9867	2.3173	.86	.6170	.8711	1.0179
.27	.9506	.9856	2.2385	.87	.6106	.8685	1.0153
.28	.9470	.9846	2.1656	.88	.6041	.8659	1.0129
.29	.9433	.9835	2.0979	.89	.5977	.8632	1.0108
.30	.9395	.9823	2.0351	.90	.5913	.8606	1.0089
.31	.9355	.9811	1.9765	.91	.5849	.8579	1.0071
.32	.9315	.9799	1.9219	.92	.5785	.8552	1.0056
.33	.9274	.9787	1.8707	.93	.5721	.8525	1.0043
.34	.9231	.9774	1.8229	.94	.5658	.8498	1.0031
.35	.9188	.9761	1.7780	.95	.5595	.8471	1.0022
.36	.9143	.9747	1.7358	.96	.5532	.8444	1.0014
.37	.9098	.9733	1.6961	.97	.5469	.8416	1.0008
.38	.9052	.9719	1.6587	.98	.5407	.8389	1.0003
.39	.9004	.9705	1.6234	.99	.5345	.8361	1.0001
.40	.8956	.9690	1.5901	1.00	.5283	.8333	1.0000
.41	.8907	.9675	1.5587	1.01	.5221	.8306	1.0000
.42	.8857	.9659	1.5289	1.02	.5160	.8278	1.0000
.43	.8807	.9643	1.5007	1.03	.5099	.8250	1.001
.44	.8755	.9627	1.4740	1.04	.5039	.8222	1.001
.45	.8703	.9611	1.4487	1.05	.4979	.8193	1.002
.46	.8650	.9594	1.4246	1.06	.4919	.8165	1.003
.47	.8596	.9577	1.4018	1.07	.4860	.8137	1.004
.48	.8541	.9560	1.3801	1.08	.4800	.8108	1.005
.49	.8486	.9542	1.3595	1.09	.4742	.8080	1.006
.50	.8430	.9524	1.3398	1.10	.4684	.8052	1.008
.51	.8374	.9506	1.3212	1.11	.4626	.8023	1.010
.52	.8317	.9487	1.3034	1.12	.4568	.7994	1.011
.53	.8259	.9468	1.2865	1.13	.4511	.7966	1.013
.54	.8201	.9449	1.2703	1.14	.4455	.7937	1.015
.55	.8142	.9430	1.2550	1.15	.4398	.7908	1.017
.56	.8082	.9410	1.2403	1.16	.4343	.7879	1.020
.57	.8022	.9390	1.2263	1.17	.4287	.7851	1.022
.58	.7962	.9370	1.2130	1.18	.4232	.7822	1.025
.59	.7901	.9349	1.2003	1.19	.4178	.7793	1.026