Chapitre V

LE COUP DE BELIER

I. Définition du phénomène de coup de bélier

Supposons une canalisation fonctionnant en régime permanent et comportant en un point une vanne *V* (Fig. 5.1).

La fermeture ou l'ouverture de cette vanne va provoquer en un point quelconque de la canalisation une variation de la pression et de la vitesse en fonction du temps, c'est – à – dire qu'un régime variable se substitue au régime permanent initial.

Les surpressions ou dépresions peuvent atteindre des grandeurs assez considérables si la manœuvre de la vanne est suffisamment rapide et il peut résulter de ces chocs des accidents de rupture de la canalisation.

Ces phénomènes sont connus sous le nom de "coup de bélier".

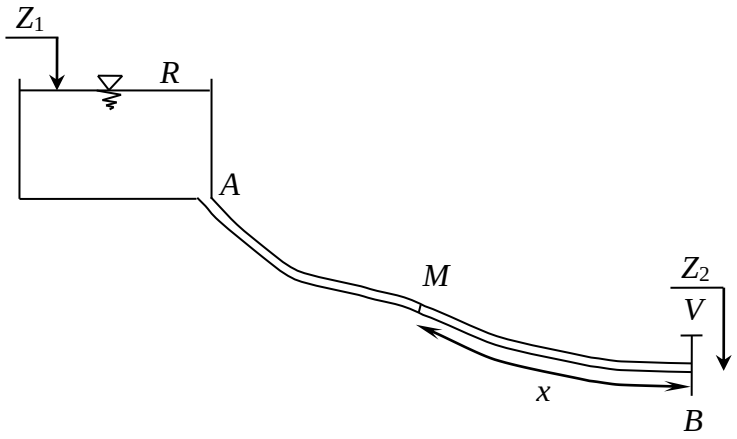


Figure 5.1

Autrement dit, pour une différence de cote $Z_1 - Z_2$ constante et la vanne complètement ouverte, il s'établit un débit Q_0 permanent.

Supposons qu'à l'instant $t = 0$ nous fermons la vanne instantanément, la colonne liquide lancée à la vitesse V_0 va trouver la vanne fermée et sera obligée de s'arrêter. Ceci aura quatre effets combinés :

- Annulation de la vitesse,
- augmentation de la pression,
- dilatation (éventuellement allongement) de la conduite dans les limites élastiques,
- compressibilité du liquide.

Il y a naissance à la vanne d'ondes de pression et de vitesse qui se traduisent par des alternances de surpression et de dépression par rapport à la pression de service. Ces ondes seront peu à peu amorties par les frottements.

II. Hypothèses de base – Intervention de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité des enveloppes

Supposons tout d'abord que le diamètre *D*, la nature et l'épaisseur *e* des parois de la canalisation *AB* (Fig. 5.1) soient constants. C'est ce qu'on appelle une conduite à caractéristique unique.

Nous ne tiendrons pas compte de l'inégale répartition des vitesses et des pressions dans une section transversale quelconque de la canalisation.

Nous appellerons donc *V* et *p* la vitesse et la pression moyennes dans une section *M* qui sera repérée par son abscisse *x* mesurée à partir de l'extrémité *B* en suivant la canalisation. Autrement dit, *V* et *p* sont en fonction de *x* et *t* et il nous faudra donc deux équations pour résoudre le problème.

Nous négligerons les frottements le long de la conduite ; ils ont pour effet de réduire progressivement l'amplitude des ondes de surpressions et dépressions constituant le coup de bélier.

Nous supposerons que la canalisation *AB* est dépourvue de tout système élastique local tel que des poches d'air ou de surface libre déformable en contact avec l'air sous pression ou à la pression atmosphérique (cheminée d'équilibre).

En fait, l'expérience montre que dans ce phénomène spécial la compressibilité de l'eau et l'élasticité des parois de la canalisation ne sont plus négligeables comme on l'admet ordinairement en hydraulique.

III. Equations différentielles du régime variable (Equations d'Alliévi)

Elles seront obtenues en appliquant à une tranche de la canalisation :

- Le théorème des quantités de mouvement,
- l'équation de continuité en faisant intervenir la compressibilité du liquide et l'élasticité des parois de la canalisation.

III.1. Théorème des quantités de mouvement

Appliquons ce théorème à une tranche de la conduite comprise entre deux sections, en projection sur l'axe *Bx* (Fig5.2).

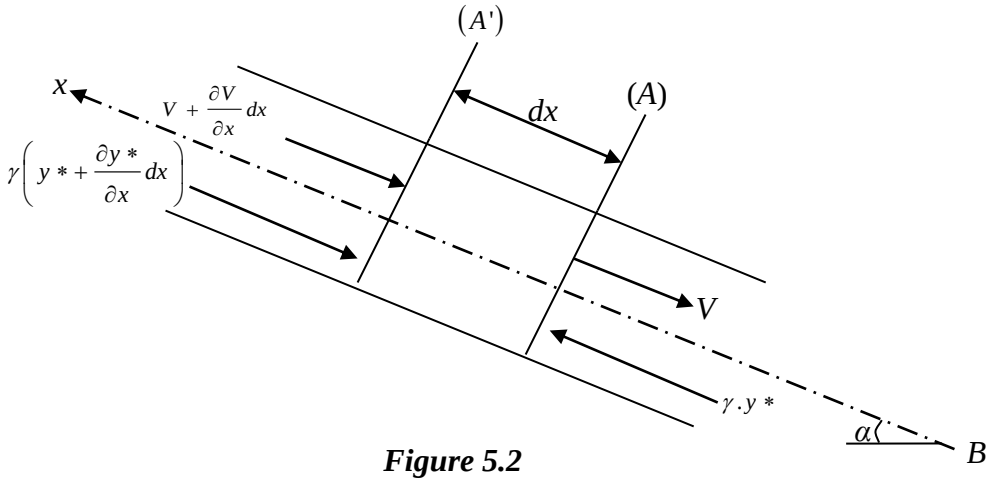


Figure 5.2

Les projections des forces extérieures sur *Bx* sont le poids que nous négligeons et les pressions que nous intégrons sous la forme de la pression étoilée :

$$p* = p + \gamma \cdot z \qquad \text{d'où} \qquad y* = \frac{p*}{\gamma} = z + \frac{p}{\gamma}$$

z : représentant la cote du point considéré.

La pression totale étoilée est donc : $+ \gamma . y* . A$ en projection sur *Bx*.

Sur la face amont elle est égale à : $- \gamma . A\left(y* + \frac{\partial y*}{\partial x} dx\right)$

La résultante projetée sur *Bx* est donc égale à :

$$- \gamma \cdot A . \frac{\partial y*}{\partial x} dx$$

Enfin la quantité de mouvement de la tranche considérée a pour expression, en projection sur *Bx* :

$$- \frac{\gamma}{g} \cdot A \cdot dx \cdot V$$

Le théorème de la projection des quantités de mouvement sur *Bx* s'écrit donc :

$$- \frac{\varpi}{g} S \cdot dx \cdot \frac{dU}{dt} = - \varpi S \frac{\partial y*}{\partial x} dx$$

Ou :

$$\frac{dV}{dt} = g\,\frac{\partial y*}{\partial x}$$

Or :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V\,\frac{\partial V}{\partial x}$$

$\frac{\partial V}{\partial x}$, $\frac{\partial V}{\partial t}$ sont supposés des infiniment petits du premier ordre et on néglige le terme du second ordre $V\,\frac{\partial V}{\partial x}$.

D'où la première équation du mouvement :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = g \cdot \frac{\partial y*}{\partial x} \tag{5.1}$$

III.2. Equation de continuité, compte tenu de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité de la conduite

A travers la section aval (*A*) la vitesse est *V*.

A travers la section amont (*A'*) la vitesse :

$$V + \frac{\partial V}{\partial x}\,dx.$$

Pendant le temps *dt* il entre par la face amont (*A'*) de la tranche considérée un volume :

$$A.\left(V + \frac{\partial V}{\partial x}\,dx\right).dt.$$

Pendant le même temps, il sort de la face aval (*A*) un volume *A.V.dt*.

La quantité d'eau emmagasinée est donc :

$$dV_{ol} = A\,\frac{\partial V}{\partial x}\,dxdt \tag{5.2}$$

Cet accroissement de volume est dû à la compressibilité de l'eau et à la dilatation de la conduite.

III.2.1. Compressibilité de l'eau

Conformément à la loi de *Hooke*, la variation de pression *dp* (variation de la contrainte) a entraîné une diminution de volume dV_{ol} (déformation) de la masse d'eau de la conduite, telle que :

$$dp = -K \frac{dV_{ol}}{V_{ol}}$$

dV_{ol} étant le volume de la masse d'eau de la conduite.

K étant la compressibilité volumique de l'eau.

Où : $dV_{ol} = -V_{ol} \frac{dp}{K}$.

Mais : $p = \gamma . y$.

p varie avec x et t mais les variations de p avec x sont négligeables par rapport aux variations avec t donc :

$$dp = \gamma \frac{\partial y}{\partial t} dt$$

et $V_{ol} = A.dx$.

donc : $dV_{ol} = -\frac{1}{K}.A.dx.\gamma.\frac{\partial y}{\partial t}.dt$.

Cette diminution de volume dV_{ol} correspond au volume supplémentaire d'eau qui a rempli l'espace correspondant et qui s'est donc introduit dans la tranche considérée du fait de la compressibilité du liquide. Soit dV_{ol1} ce volume supplémentaire, il est évidemment égal et opposé à dV_{ol}, soit :

$$dV_{ol1} = \frac{1}{K}.A.\gamma.dx.\frac{\partial y}{\partial t}.dt \qquad (5.3)$$

III.2.2. Dilatation de l'enveloppe

Sous l'action de la pression p la matière de la canalisation est soumise à une contrainte :

$$\sigma = \frac{pD}{2e}$$

Avec :

D = diamètre intérieur de la canalisation.

e = épaisseur de la paroi.

La variation de la pression dp entraîne une variation $d\sigma$ de la contrainte et on a :

$$d\sigma = \frac{D}{2e} dp$$

L'augmentation de la contrainte $d\sigma$ (effort) entraîne un accroissement du diamètre dD (déformation) donné par la loi de *Hooke* :

$$d\sigma = E\frac{dD}{D}$$

avec : E = module de *Young* ou module d'élasticité de la paroi de la conduite.

Ceci suppose implicitement que la dilatation est purement transversale et qu'il n'y a pas de dilatation longitudinale.

Des relations précédentes on déduit :

$$\frac{dD}{D} = \frac{d\sigma}{E} = \frac{Ddp}{2Ee}$$

L'accroissement de diamètre dD entraîne un accroissement de section dA tel que :

$$\frac{dA}{A} = 2\frac{dD}{D}\cdot \Rightarrow dA = 2A\frac{dD}{D} = \frac{ADdp}{Ee}$$

La tranche considérée emmagasine, de ce fait, un volume d'eau supplémentaire :

$$dV_{ol\,2} = dA\cdot dx = \frac{ADdp}{Ee}dx \Rightarrow$$

$$dV_{ol\,2} = \frac{AD}{Ee}.dx.\gamma.\frac{\partial y}{\partial t}.dt \qquad (5.4)$$

L'équation de continuité s'obtiendra en écrivant que l'accroissement de volume d'eau dV_{ol} dû à la variation de vitesse est égal à la somme des deux accroissements dV_{ol1} et dV_{ol2} :

$$A.\frac{\partial V}{\partial x}.dx.dt = \frac{1}{K}.A.dx.\gamma.\frac{\partial y}{\partial t}.dt + \frac{AD}{Ee}.\gamma.dx.\frac{\partial y}{dt}.dt$$

Ou, en simplifiant par $A.dx.dt$:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \gamma\left(\frac{1}{K}+\frac{D}{Ee}\right)\frac{\partial y}{\partial t}$$

Posons :

$$\frac{1}{a^2} = \frac{\gamma}{g}\left(\frac{1}{K}+\frac{D}{Ee}\right) \Rightarrow a^2 = \frac{1}{\rho\left(\frac{1}{K}+\frac{D}{Ee}\right)}$$

a a les dimensions d'une vitesse. Ce paramètre représente la vitesse de propagation des ondes de vitesse et de pression à l'intérieur du liquide limité par la conduite.

L'équation de continuité s'écrira alors :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{g}{a^2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t} \qquad (5.5)$$

III.3. Intégration des équations différentielles du mouvement

La vitesse *V* et la pression *y* vérifient donc le système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre suivantes :

- Equation dynamique (théorème des quantités de mouvement) :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = g \cdot \frac{\partial y*}{\partial x} \tag{5.1}$$

- Equation de continuité

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \tag{5.5}$$

Etant entendu que dans cette dernière équation on peut remplacer : $y = \frac{p}{\gamma}$ par $y* = z + \frac{p}{\gamma}$

puisque $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y*}{\partial t}$.

En définitive et pour simplifier les écritures, nous adopterons par la suite la notation *y* au lieu de *y**. Ces deux grandeurs ne différent entre elles que par l'incidence du poids de l'eau de la conduite dont l'influence est négligeable par rapport à la surpresssion due au coup de bélier.

On ramène ce système à deux équations indépendantes du deuxième ordre en dérivant et en éliminant :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x.\partial t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x.\partial t}$$

Ce qui conduit au système :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \cdot \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\ \\ \dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2} = a^2 \cdot \dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2} \end{cases}$$

V et *y* sont donc liés aux variables *x* et *t* par une même équation différentielle qui est l'équation classique des cordes vibrantes ou équation de *d'Alembert*, dont la méthode d'intégration consiste à poser :

$$\begin{cases} z = t - \dfrac{x}{a} \\ \\ w = t + \dfrac{x}{a} \end{cases}$$

ce qui permet d'obtenir :

$$y = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) + C^{te}$$

La constante s'obtient en considérant la pression y_0 au point M (Fig. 5.1) avant la manœuvre de la vanne c'est – à – dire à l'instant $t = 0$. Donc :

$$y = y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right)$$

De manière analogue on obtient :

$$V = V_0 - \frac{g}{a}\left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right)\right]$$

V_0 représente la vitesse dans la canalisation avant le début de la manœuvre de la vanne.

Dans ces deux équations, F et f représentent deux fonctions dont l'expression dépend de la loi de fermeture ou d'ouverture de la vanne.

Remarquons que la surpression ou la dépression correspondant à la valeur du coup de bélier en M sera $y - y_0$, soit :

$$b = y - y_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right)$$

En définitive les solutions du système des deux équations différentielles s'écriront :

$$\begin{cases} b = y - y_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \\ V - V_0 = -\frac{g}{a}\left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right)\right] \end{cases} \tag{5.6}$$

Ce sont les équations d'*Alliévi*.

III.4. Interprétation des équations d'*Alliévi*

Imaginons un observateur mobile, se déplaçant le long de la conduite de telle façon que la loi de son mouvement soit :

$$t - \frac{x}{a} = C^{te}.$$

C'est – à –dire :

$$x = at + b \quad , \quad (b = C^{te}).$$

D'après les conventions ci-dessus (Fig. 5.1) x est positif dans le sens contraire à l'écoulement, l'observateur remonte le courant.

En conséquence, pour cet observateur $F\left(t-\frac{x}{a}\right)$ représente toujours la même valeur, où qu'il se trouve. La fonction *F* caractérise donc une onde qui se propagerait dans la conduite avec une vitesse *a*.

De manière analogue, un second observateur se déplaçant le long de la conduite et en sens inverse, c'est – à – dire avec une loi de mouvement telle que $t+\frac{x}{a}=C^{te}$, observerait que la fonction $f\left(t+\frac{x}{a}\right)$ reste constante en chaque point ; cette fonction $f\left(t+\frac{x}{a}\right)$ représente donc une onde se propageant le long de la conduite avec une vitesse – *a*, c'est – à – dire dans le même sens que *V*.

Donc la surpression (ou dépression) *b* en chaque point de la conduite résulte de la superposition en ce point des deux ondes *F* et *f* se propageant dans la conduite, en sens inverse, avec la même vitesse absolue *a* (Fig. 5.3).

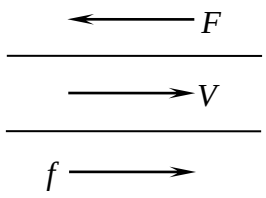


Figure 5.3

- **Valeur de *a* :** (formule d'*Alliévi*) Nous avons défini a par la relation :

$$a^2=\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K}+\frac{D}{Ee}}$$

qu'on peut écrire :

$$a=\frac{A}{\sqrt{B+k\frac{D}{e}}}$$

Alliévi a calculé les valeurs de *A*, *B* et *k* en remplaçant *γ*, *g*, *k* et *E* par leurs valeurs exactes ou moyennes et a obtenu pour de l'eau aux températures ordinaires :

$$a=\frac{9900}{\sqrt{48,3+k\frac{D}{e}}} \qquad (5.7)$$

avec :

a en m/s, *D* et *e* diamètre et épaisseur de la conduite (avec les mêmes unités),

k : coefficient dépendant du matériau constituant la canalisation (fonction inverse du module d'élasticité *E*).

Le tableau suivant donne les valeurs de *k*.

Matériau	***k***
Fer	0,5
Acier	0,5
Fonte grise	1,0
Fonte ductile	0,59
Béton	5,0

Matériau	***k***
Amiante ciment	4,0
PVC	33,0
Polyéthylène haute densité	83,0
Polyéthylène basse densité	500

NB : Il est difficile pour les conduites en matériaux composites comme les tuyaux en béton armé par exemple de calculer la célérité de l'onde car en plus de l'épaisseur du béton il faut ajouter une surépaisseur due aux armatures. Nous prendrons une valeur moyenne :

a = 1100 m/s tuyaux en béton précontraint.

a = 1200 m/s tuyaux en béton armé et âme tôle.

IV. Application des équations d'*Alliévi*

IV.1. Représentation graphique du phénomène

En ajoutant et en retranchant membre à membre les équations (5.6) on obtient :

$$\begin{cases} b - \dfrac{a}{g}(V - V_0) = 2F \\ b + \dfrac{a}{g}(V - V_0) = 2f \end{cases}$$

Appelons :

A : section de la conduite.

Q_0, V_0 : débit et vitesse en régime permanent.

Q et V : débit et vitesse à un instant quelconque.

Les équations ci-dessus s'écriront alors :

$$\begin{cases} b = \dfrac{a}{gA}(Q - Q_0) + 2F \cdots\cdots (a) \\ \\ b = -\dfrac{a}{gA}(Q - Q_0) + 2f \cdots\cdots (b) \end{cases} \tag{5.8}$$

Or nous venons de voir que pour un observateur se déplaçant en sens inverse du courant à la vitesse *a* la valeur de *F* restait toujours constante. En conséquence, si l'on rapporte *Q* et *b* à deux axes *OB* et *OQ*, pour une valeur de *F*, l'équation (5.8.*a*) est celle d'une droite de pente $+\dfrac{a}{gA}$.

De même, pour un observateur se déplaçant dans le sens du courant à la vitesse – *a*, la valeur de *f* reste constante et, dans le même système d'axes, pour une valeur de *f*, l'équation (8.*b*) est celle d'une droite de pente $-\dfrac{a}{gA}$ (Fig. 5.4).

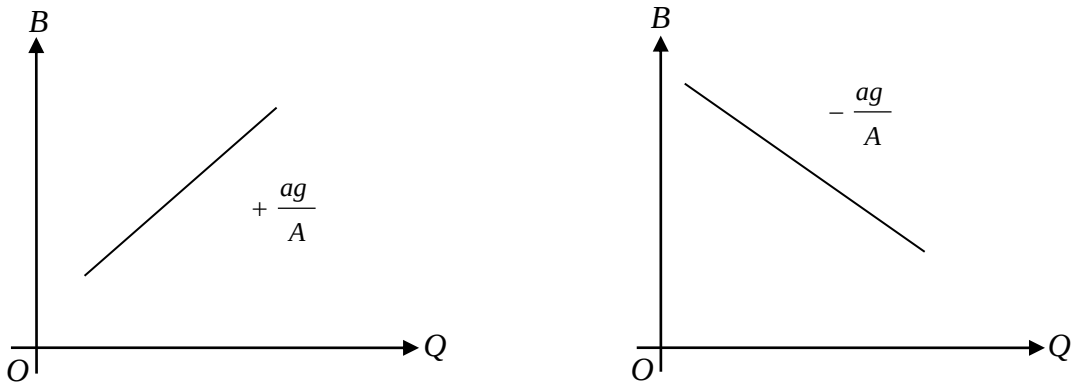


Figure 5.4

Cette représentation est à la base de la méthode graphique de *BERGERON*.

Cette méthode est fastidieuse et ne donne les valeurs de la surpression et de la dépression qu'en un seul point de la conduite. Or comme on le verra plus loin, il est absolument nécessaire de considérer la conduite dans sa totalité. Actuellement elle n'est guère utilisée, mais dans certains cas, il peut être intéressant de faire ces constructions graphiques.

IV.2. Valeur numérique du coup de bélier

IV.2.1. Cas de la fermeture brusque ($t < 2L/a$)

Soit la conduite de longueur *L* de la figure 5.5.

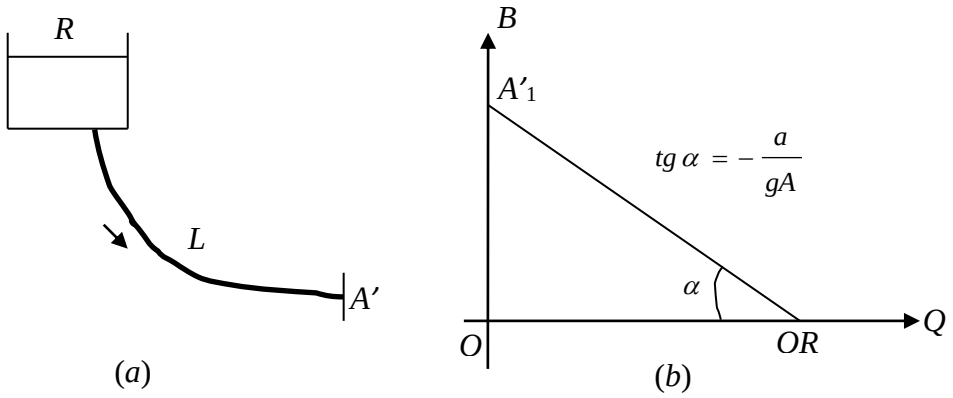


Figure 5.5

Prenons comme unité de temps, la valeur *L*/*a*, c'est le temps mis par une onde pour aller de *R* à *A*. Juste avant la fermeture brusque, le coup de bélier n'existe pas (*B* = 0) et le débit est Q_0 du régime permanent. Cet état est représenté dans le système d'axes choisi, par *OR*.

Imaginons un observateur partant à ce temps '0' de *R* allant vers *A′*. Il descend le courant donc voit les points du régime sur la droite $-\frac{a}{gA}$.

A son arrivée en *A′*, c'est-à-dire au temps '1', il trouve la vanne fermée, or le régime au temps '1' a pour lieu la droite *OB* (*Q* = 0).

Le point figuratif du régime au temps '1' sera donné par l'intersection des deux caractéristiques et on a :

$$OB = Q_0.tg\,\alpha = Q_0.\frac{a}{gA} \tag{5.9}$$

Or :

$$Q_0 = A.V_0 \Rightarrow OB = A.V_0.\frac{a}{gA} \Rightarrow OB = \frac{aV_0}{g} \tag{5.10}$$

B étant au dessus de *OQ*, c'est la surpression maximale du coup de bélier.

Remarque : On en déduit une conséquence pour le tracé pratique d'une droite $\frac{a}{gA}$. Il suffit de joindre le point de départ de l'observateur en régime permanent à la valeur $\frac{aV_0}{g}$ calculée pour la valeur maximale du coup de bélier.

IV.2.2. Cas de fermeture lente ($t > 2L/a$)

Si Q_0 est le débit au temps '0', il passera encore après un temps $\frac{2L}{a}$ un débit Q. En conséquence, la valeur de la surpression sera d'après (5.9) :

$$b = \frac{a}{gA}(Q_0 - Q) \tag{5.11}$$

Supposons que le temps de fermeture est $t = n\frac{2L}{a}$ et que pendant ce temps, le débit varie linéairement, on aura :

$$Q_0 - Q = \frac{Q_0}{n}$$

On en déduit :

$$\frac{Q_0}{n} = Q_0 \frac{2L}{at} \Rightarrow b = \frac{a}{gA} \cdot \frac{2Q_0 L}{a.t} \Rightarrow b = \frac{2Q_0 L}{gAt}$$

Or : $Q_0 = A.V_0 \quad \Rightarrow b = \frac{2AV_0 L}{gAt} \quad \Rightarrow$

$$b = \frac{2LV_0}{gt} \tag{5.12}$$

C'est la formule de *MICHAUD*.

<u>Conclusion</u> : Si la pression de service (pression avant l'apparition du coups de bélier) est H_0 (mH_2O), la valeur maximale de la pression dans la conduite serait :

- Surpression : $H_0 + \frac{aV_0}{g}$
- Dépression : $H_0 - \frac{aV_0}{g}$

<u>Remarque :</u> La formule de *MICHAUD* montre l'intérêt – pour les conduites d'adduction – d'adopter des robinets à fermeture lente. Pratiquement donc, un tel robinet peut se fermer rapidement à condition de ralentir beaucoup la manœuvre en fin de fermeture dont la durée doit être nettement supérieur à $2L/a$. Dans le cas d'ouverture elle doit être très lente puis éventuellement plus rapide.

IV.3. Répartition du coup de bélier le long de la conduite

IV.3.1. Arrêt brusque ($t \leq 2L/a$)

Le coup de bélier est maximal à la première extrémité jusqu'à une distance égale à $\left(L - \frac{at}{2}\right)$, puis décroît pour s'annuler à l'autre extrémité (Fig. 5.6).

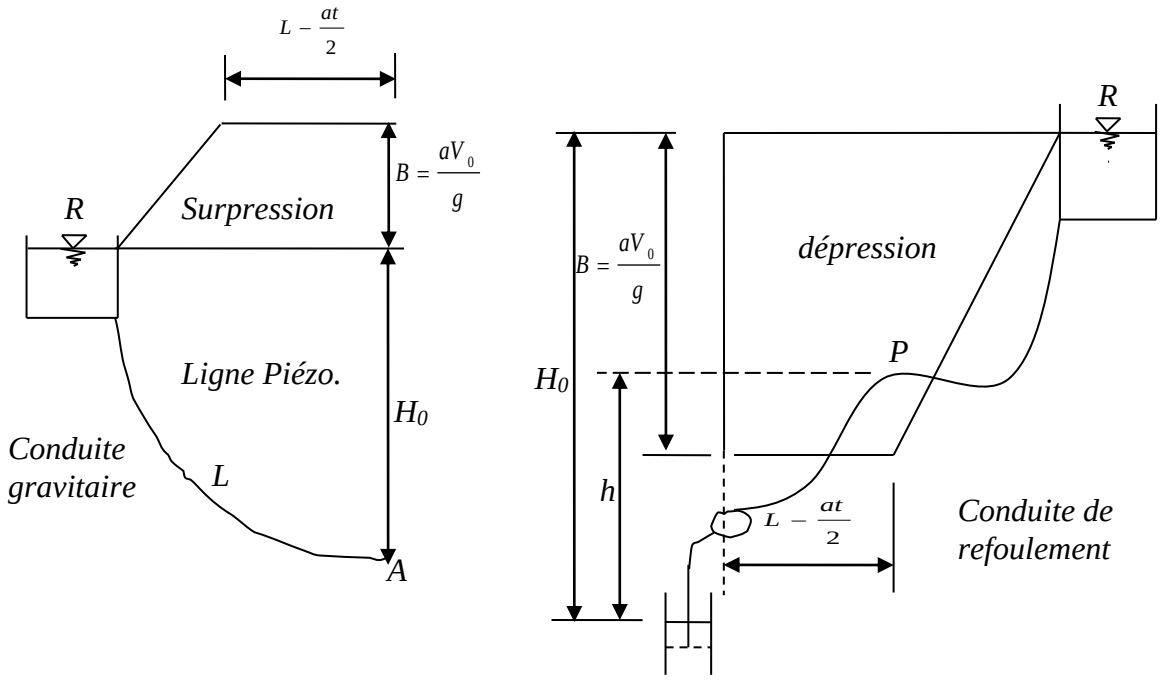


Figure 5.6

<u>Remarque :</u> Si la conduite de refoulement présente un point haut *P*, il y aura risque de cavitation, c'est – à – dire formation d'une poche de vide si $h - (H_0 - B) > 8{,}00\,m$.

IV.3.2. Arrêt lent (Fig. 5.7).

Pour le profil du cas (b), la dépression étant importante au départ, il y aura intérêt à protéger cette conduite plus efficacement.

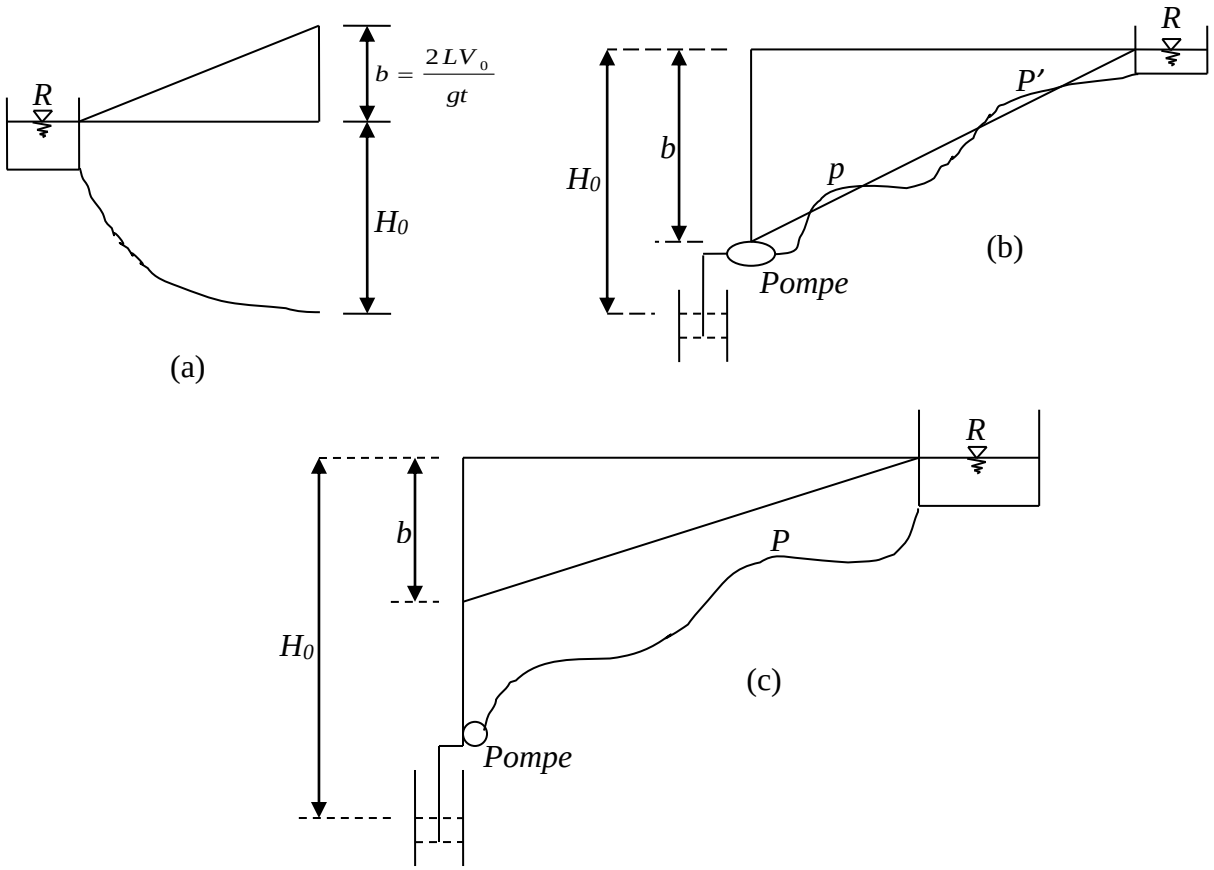


Figure 5.7

IV.4. Analyse physique du phénomène du coup de bélier (Fig. 5.8)

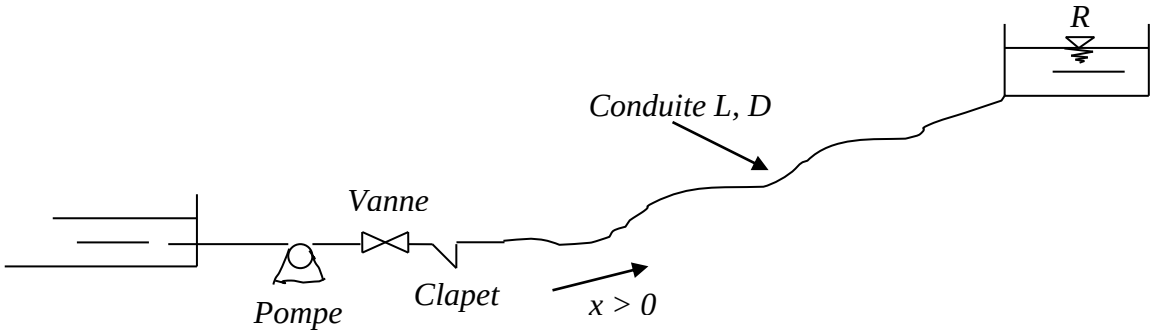


Figure 5.8

En fonctionnement permanent, le débit a une valeur Q_0, supposons que ce débit n'est plus fourni (temps $t = 0$), suite à une disjonction du moteur électrique de la pompe. Analysons ce qui se passe :

- **1ère Phase :** L'eau poursuit sa montée, mais la conduite n'est plus alimentée, il va se produire donc, à partir de la pompe une dépression ; de tranche en tranche l'eau se déprime et la conduite se contracte successivement par diminution élastique de son diamètre. L'onde de dépression se propage jusqu'au réservoir à la vitesse *a* et le temps mis par cette onde pour l'atteindre est *L*/*a*. Au bout de ce temps, la conduite est totalement en dépression et l'eau est immobile.
- **2ème Phase :** La conduite étant déformée dans les limites élastiques, elle reprend son diamètre initial à partir du réservoir, les tranches successives de conduite se décontractent si bien que l'eau peut redescendre dans la conduite et au bout du temps *L*/*a* (2*L*/*a* depuis l'origine), toute l'eau est redescendue mais va se trouver arrêtée par le clapet fermé.
- **3ème Phase :** La première tranche d'eau en contact avec le clapet va être comprimée par les tranches suivantes provoquant une dilatation de la conduite. Une onde de pression va parcourir la conduite dans le sens pompe – réservoir. Au bout du temps *L*/*a* (3*L*/*a* depuis l'origine), toute la conduite est dilatée avec l'eau immobile et sous pression.
- **4ème Phase :** L'élasticité permet à la conduite de reprendre, de proche en proche du réservoir à la pompe, son diamètre initial. Au bout du temps *L*/*a* (4*L*/*a* depuis l'origine), nous nous trouvons dans la même situation que lors de l'arrêt du moteur.

Le phénomène se reproduirait indéfiniment s'il n'était pas amorti par les pertes de charges régulières.

Remarque : La 1ère phase du phénomène pour une conduite gravitaire avec une vanne d'extrémité commence à la 3ème phase de celui d'une conduite de refoulement.

V. Protection des conduites de refoulement

La protection d'une conduite de refoulement n'est pas aussi simple, car l'arrêt de la pompe peut survenir brutalement par disjonction du courant alimentant le moteur. Le phénomène débute par une dépression qui peut conduire à un aplatissement de la conduite, et comme nous l'avons vu lors de la répartition du coup de bélier le long de la conduite, les ennuis peuvent survenir pour les points hauts à cause d'une dépression trop grande.

V.1. Moyens de protection

Il n'est pas possible de supprimer totalement les effets du coup de bélier, mais il convient de rechercher leur limitation à une valeur compatible avec la résistance des installations.
Les appareils anti-bélier devront donc avoir pour effet :

- de limiter la dépression
- de limiter la surpression

Les appareils les plus utilisés sont :

- Les volants d'inertie qui interviennent dans la protection contre les dépressions pour les conduites courtes car dès que la longueur augmente, on arrive rapidement à des poids de volant énormes et le système n'est plus économique.
- Les soupapes de décharge qui interviennent contre les surpressions. Elles nécessitent un entretien suivi et une surveillance attentive.
- Les réservoirs d'air et les cheminées d'équilibre, qui interviennent à la fois, dans la protection contre les dépressions et les surpressions.

V.2. Conduite longue (*L* > 1000 m) protégée par un réservoir (Fig. 5.9)

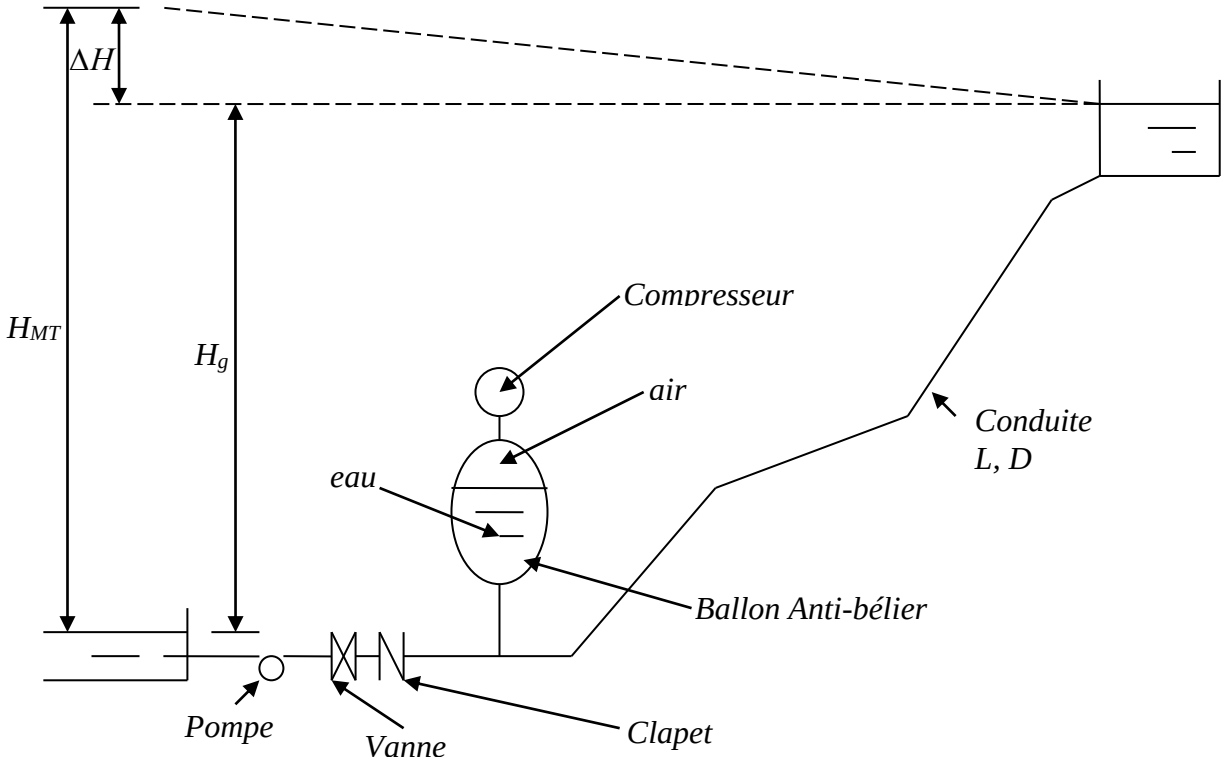


Figure 5.9

En mouvement permanent ($t < 0$), on a une vitesse V_0 dans la conduite, la hauteur manométrique totale est H_{MT} et le volume d'air comprimé dans le ballon V_{ol0}.

- Lors de la 1ère Phase du phénomène, le ballon maintenu sous pression par l'air comprimé, va chasser l'eau dans la conduite et limite ainsi la dépression.
- Lors de la 3ème phase, l'eau remontera dans le ballon en passant par un organe déprimogène qui transformera l'énergie de pression en énergie de vitesse.
- En un point de la conduite (x fixé), nous pouvons calculer :
  - Pour un temps t_1 la plus faible pression.
  - Pour un temps t_2 la plus forte pression.

En recommençant pour d'autres points nous obtiendrons l'enveloppe des dépressions et celle des surpressions.

V.2.1. Dépression

Si nous traçant sur le même graphique en ayant soin de prendre des graduations adimensionnelles, l'enveloppe des dépressions absolues et le profil en long «absolu» de la conduite de refoulement nous pouvons constater si une partie haute de la conduite peut atteindre le vide absolu, c'est – à – dire le zéro des pressions. Ce cas de figure est à éviter à tout prix et l'enveloppe des dépressions doit passer au dessus de tout le profil en long avec une pression absolue d'au moins '3 m H_2O', au point le plus défavorable.

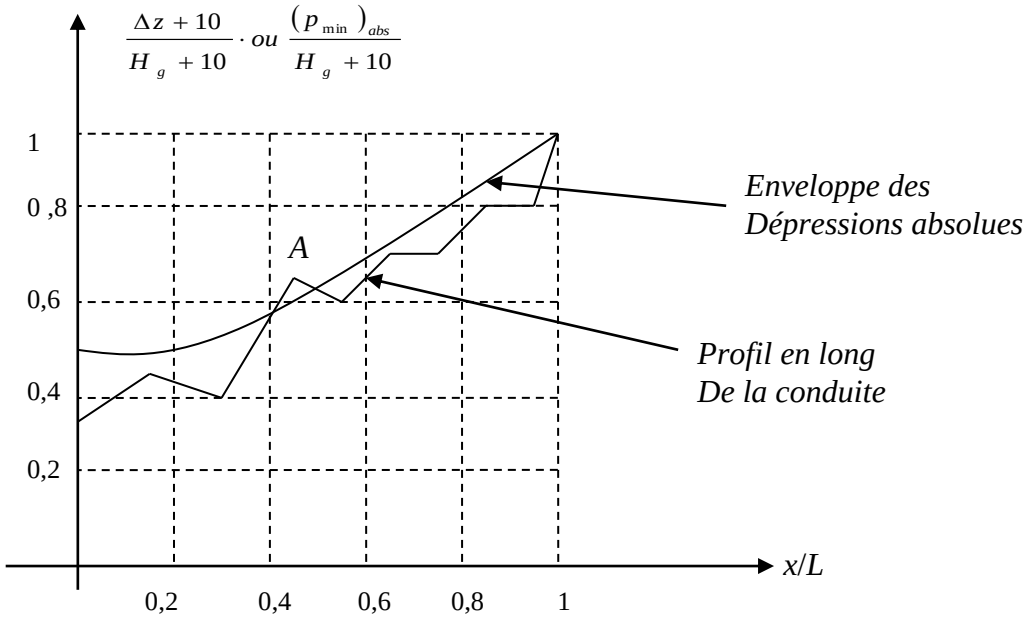


Figure 5.10

- L'enveloppe des dépressions absolues dépend du volume d'air initial V_{ol0} en régime permanent. Nous choisirons donc V_{ol0} pour que l'enveloppe ne coupe pas le profil en long.
- Pour l'étude de la dépression et le calcul de V_{ol0} on emploiera la méthode de *PUECH* et *MEUNIER* qui utilise les trois nombres adimensionnels suivants (Fig. 5.11) :

$K = \frac{H_{abs} - H_0}{H_0}$: qui caractérise les pertes de charge, $H_0 = H_g + 10$ représente la pression statique absolue (m).

$A = \frac{aV_0}{gH_0}$: qui caractérise la conduite de refoulement avec a = célérité des ondes (m/s).

$B = \frac{V_0^2}{gH_{abs}} \cdot \frac{LA'}{V_{ol\,0}}$: qui caractérise le volume d'air du réservoir anti-bélier.

$H_{abs} = H_{MT} + 10$: hauteur manométrique totale absolue (m).

A' : section de la conduite (m^2).

V_0 : vitesse dans la conduite en régime permanent (m/s).

L : longueur de la conduite (m).

V_{ol0} : volume d'air du ballon anti-bélier en régime permanent (m^3).

Ayant calculé *K* et *A* nous superposons la famille des courbes enveloppe correspondantes *B* au profil en long de la conduite. Nous choisirons la courbe qui laisse au moins une sécurité **de 3 m de pressions absolue** au dessus du point le plus défavorable. La valeur de *B* permet alors de calculer V_{ol0} qui sera ainsi déterminé.

V.2.2. Surpression

Pour protéger la conduite contre la surpression nous calculerons à l'aide de la méthode de *DUBIN* et *GUENEAU* (abaque), le diamètre optimum *d* du diaphragme afin que la surpression soit laminée au maximum.

Le fait que cette méthode néglige les pertes de charge va dans le sens de la sécurité.

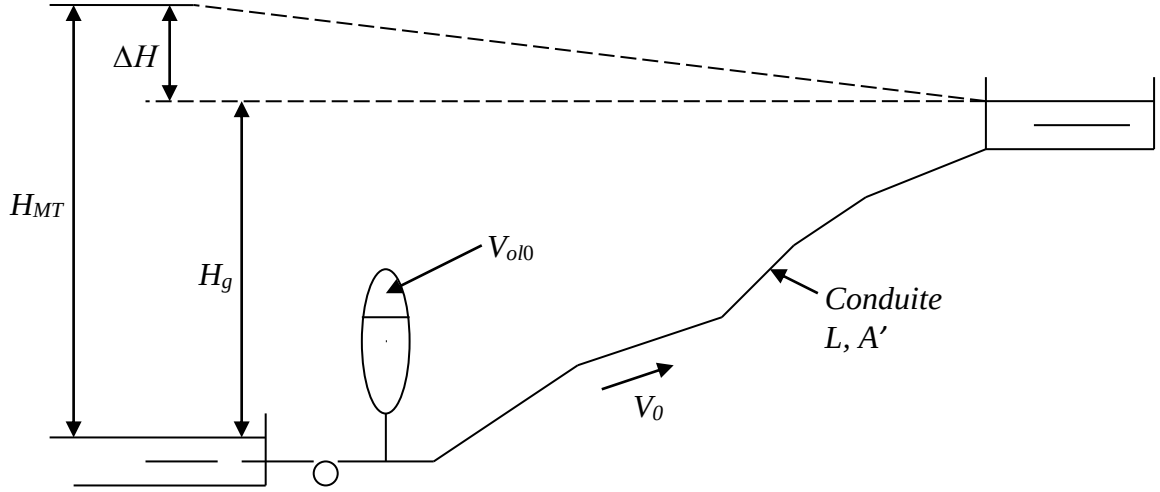


Figure 5.11

V.2.3. Etranglement

Il est nécessaire de disposer à la base de cloche un étranglement qui amortira rapidement les oscillations et permettra aussi de réduire le volume du réservoir. Cet étranglement est constitué soit :

- Par un diaphragme,
- Par une tuyère (Fig. 5.12),
- Par un clapet à battant percé (Fig. 5.13).

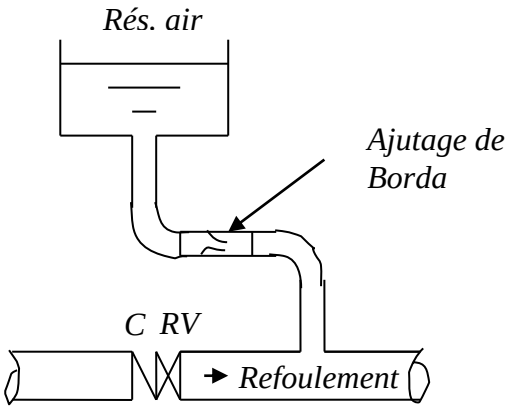


Figure 5.12 : *Etranglement au moyen d'une tuyère.*

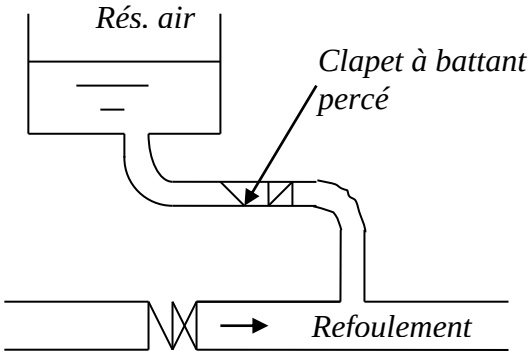


Figure 5.13 : *Etranglement au moyen d'un clapet à battant percé.*

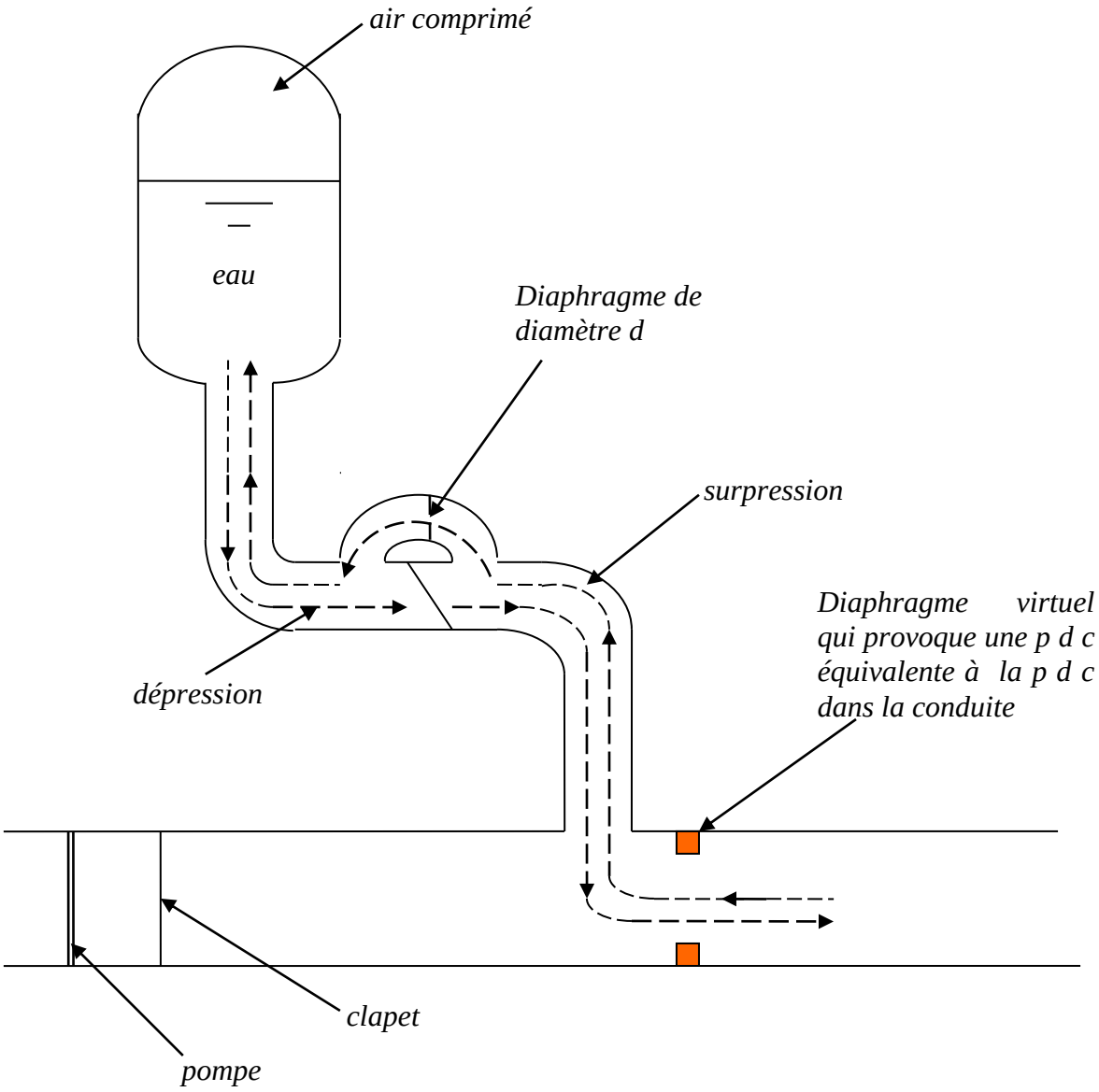


Figure 5.14 : *Installation type pour la protection d'une adduction par ballon.*

V.3. Conduite courte (*L* < 1000 m) protégée par l'inertie des parties tournantes

Lors de l'arrêt du groupe de pompage, les pièces mécaniques en rotation vont restituer, en fonction de leur inertie, l'énergie qu'elles avaient accumulée durant le mouvement. Ceci a pour effet de retarder l'arrêt de l'écoulement et de limiter le coup de bélier.

L'étude a été faîte par *PARMAKIAN* et transformée en unités métriques par *LECHAPT*.

Elle utilise deux nombres adimensionnels :

- *A'* qui caractérise la conduite,
- *B'* qui caractérise l'inertie des parties tournantes.

L'auteur donne deux abaques :

- Un qui donne la dépression à la pompe en % de la H_{MT}.
- Un qui donne la dépression au milieu de la conduite en % de la H_{MT}.

Nous pouvons alors, tracer une enveloppe des dépressions avec trois points (un à la pompe, un au milieu de la conduite et un au réservoir ou la dépression est nulle).

Puisque les courbes sont tracées avec les valeurs absolues, on pourra tolérer que la ligne de dépression coupe le profil de 5 à 7 m d'eau.

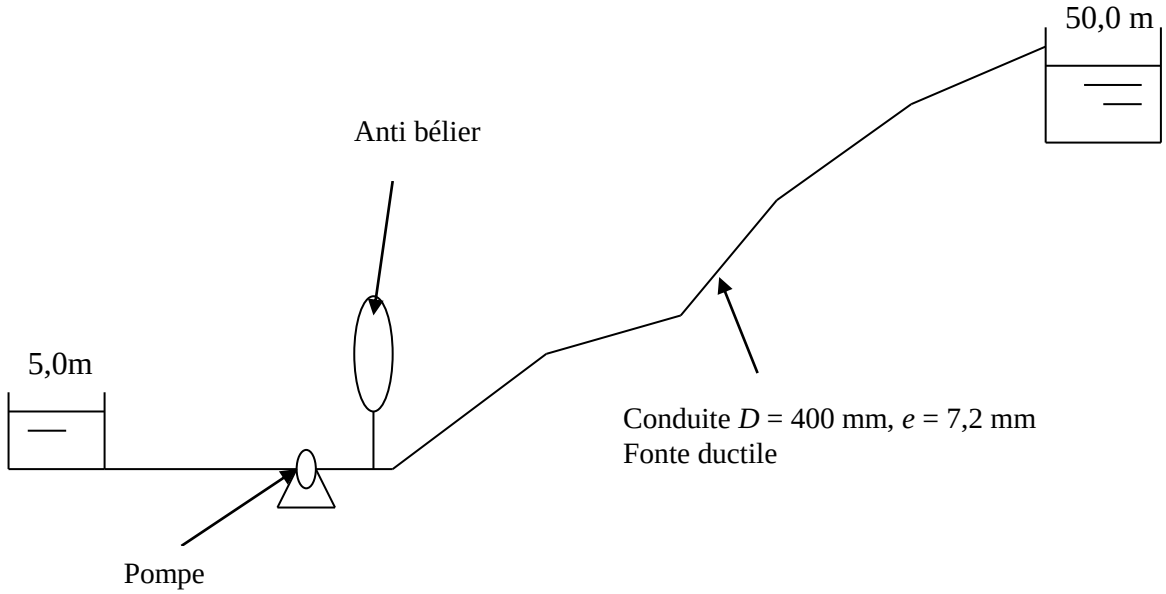
$$A' = \frac{aV_0}{gH_{MT}} \quad ; \quad B' = K\frac{2L}{a} \quad \text{avec} \quad K = 1{,}34 \cdot 10^5 \frac{P_u}{I \cdot N^2}$$

où :

H_g : hauteur géométrique de refoulement (m) ; a : célérité des ondes (m/s) ; V_0 : vitesse en régime permanent (m/s) ; L : longueur de la conduite (m) ; P_u : puissance sur l'arbre de la pompe (Cv) ; $I = pd^2$: inertie des parties tournantes (Kg.m^2) ; N : rotation de la pompe en (tr/mn).

VI. Exemple

L'adduction de la figure refoule un débit d'eau de **125 l/s** sur une distance de **4800 m**. Déterminer la protection anti-bélier pour protéger la conduite de fonte ductile. $g = 10$ **m/s²**.



On donne le profile simplifié suivant :

***Z* (m)**	5,00	11,50	23,60	28,00	33,50	50,00
***L* (m)**	0	2*L*/10	4*L*/10	6*L*/10	8*L*/10	*L*

1. Dépression

1.1. Caractéristique des PDC, *K*

Pour le calcul des pertes de charge on utilise la formule de **Calmon Lechapt** suivante qui donne la valeur du gradient hydraulique

$j = c\dfrac{Q^n}{D^m}$ avec $c = 1{,}1\ 10^{-3}$ $m = 5{,}01$ $n = 1{,}89$ Q (m³/s) D (m)

donc:

$j = 2{,}13\ 10^{-3} = 2{,}13$ m/km

et

$H_G = 50 - 5 = 45$ m $H_0 = H_G + 10 = 55$ m

$H_{MT} = H_G + jL = 45 + 2{,}13\ 10^{-3} \times 4800 = 55.22$ m $\rightarrow$ $H_{abs} = H_{MT} + 10 = 65{,}22$ m

Et on aura :

$$K = \frac{H_{abs} - H_0}{H_0} = 0{,}19 = 0{,}20$$

1.2. Caractéristique de la conduite, *A*

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + k\frac{D}{e}}}$$ Avec $k = 0{,}59$ et $e = 7{,}2$ mm $\rightarrow$ $a = 1099{,}49$ m/s

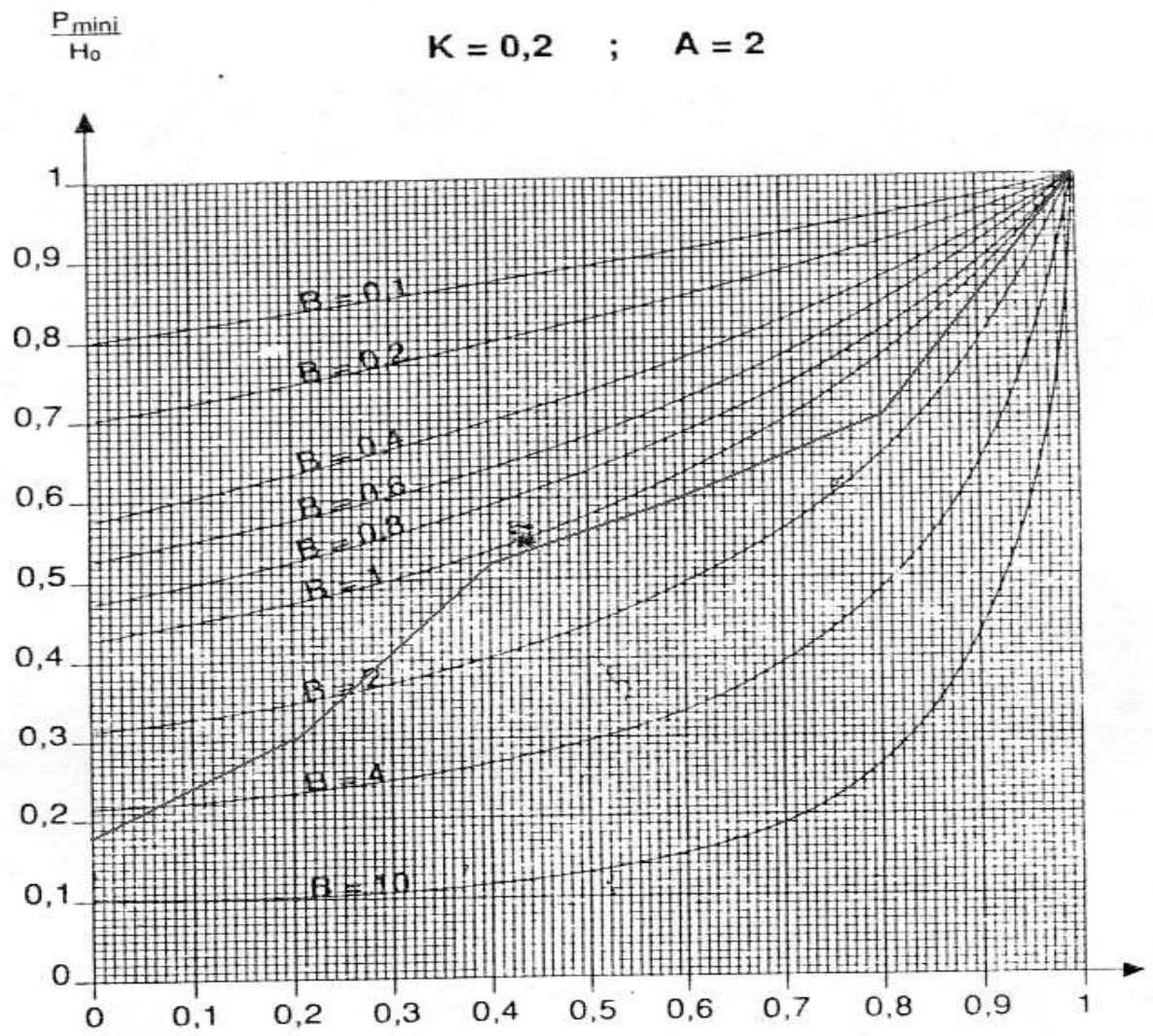
$$V_0 = \frac{4Q}{\pi D^2} = 0{,}99 \text{ m/s} \qquad A = \frac{aV_0}{gH_0} = 1{,}98 \rightarrow A = 2$$

1.3. Caractéristique du réservoir, *B*

Nous considérons alors la famille de courbes *B* pour $A = 2$ et $K = 0{,}2$

Pour cela constituons le profil en long absolu de la conduite.

Z (m)	5	11,50	23,60	28 ,00	33,50	50
L (m)	0	$2L/10$	$4L/10$	$6L/10$	$8L/10$	L
ΔZ	0	6,50	18,60	23,00	28,50	45,00
$\frac{\Delta Z + 10}{H_G + 10}$	0,18	0,30	0,52	0,60	0,70	1
x/L	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1



On trouve $B = 0,8$

Le volume d'air initial serait :

$$V_{ol\,0} = \frac{V_0^{\,2}}{gH_{abs}} \cdot \frac{LA'}{B} \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_{ol0} = 1,13\ m^3}$$

et nous lisons sur le graphe : $\frac{P_{\min}}{H_0} = 0,47 \Rightarrow \quad P_{\min} = 25,85$ m H_2O

Le volume d'air max serait :

$$H_{ab} \cdot V_{ol\,0}^{\,1,2} = P_{\min} \cdot V_{ol\,\max}^{\,1,2} \Rightarrow V_{ol\,\max} = V_{ol\,0}\left(\frac{H_{abs}}{P_{\min}}\right)^{\frac{1}{1,2}} \Rightarrow V_{ol\,\max} = 2,44\ m^3$$

Si nous voulons qu'il reste 25% d'eau le volume du réservoir serait τ = 3,05 m^3

2. Surpression

L'abaque de *Dubin* et *Guéneau* pour *A*= 2 et *B* = 0,8 permet de lire :

$$\begin{cases} \alpha \dfrac{V_0^{\,2}}{H_0} = 5{,}5 \ldots\ldots\ldots \textit{avec} \ \ldots \alpha = \dfrac{1}{2g}\left[\dfrac{D^2}{0{,}6d^2} - 1\right]^2 \end{cases}$$

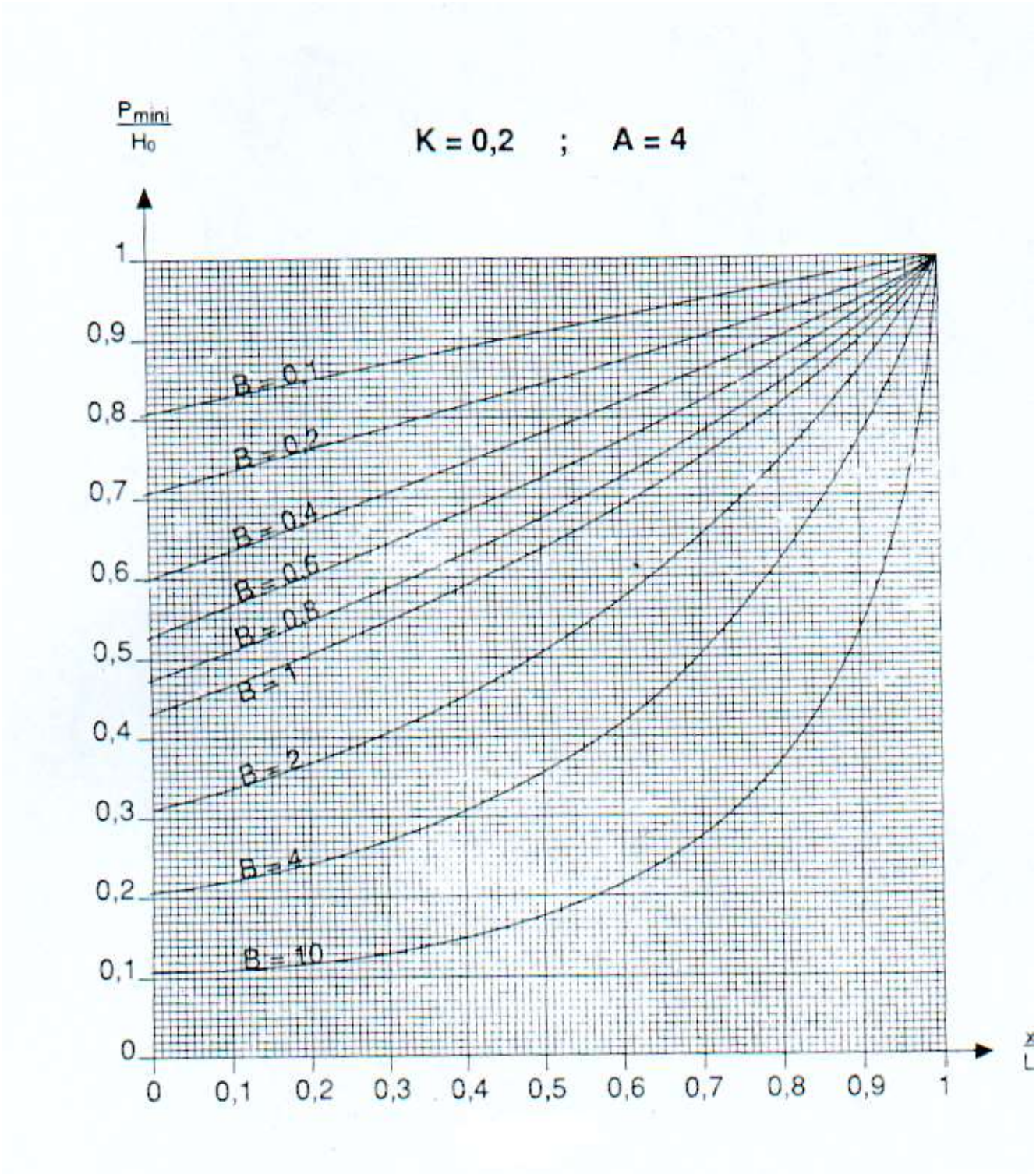
$$\begin{cases} \dfrac{P_{\max}}{H_0} = 1{,}075 \Rightarrow P_{\max} = 59{,}125 \ mH_2O \end{cases}$$

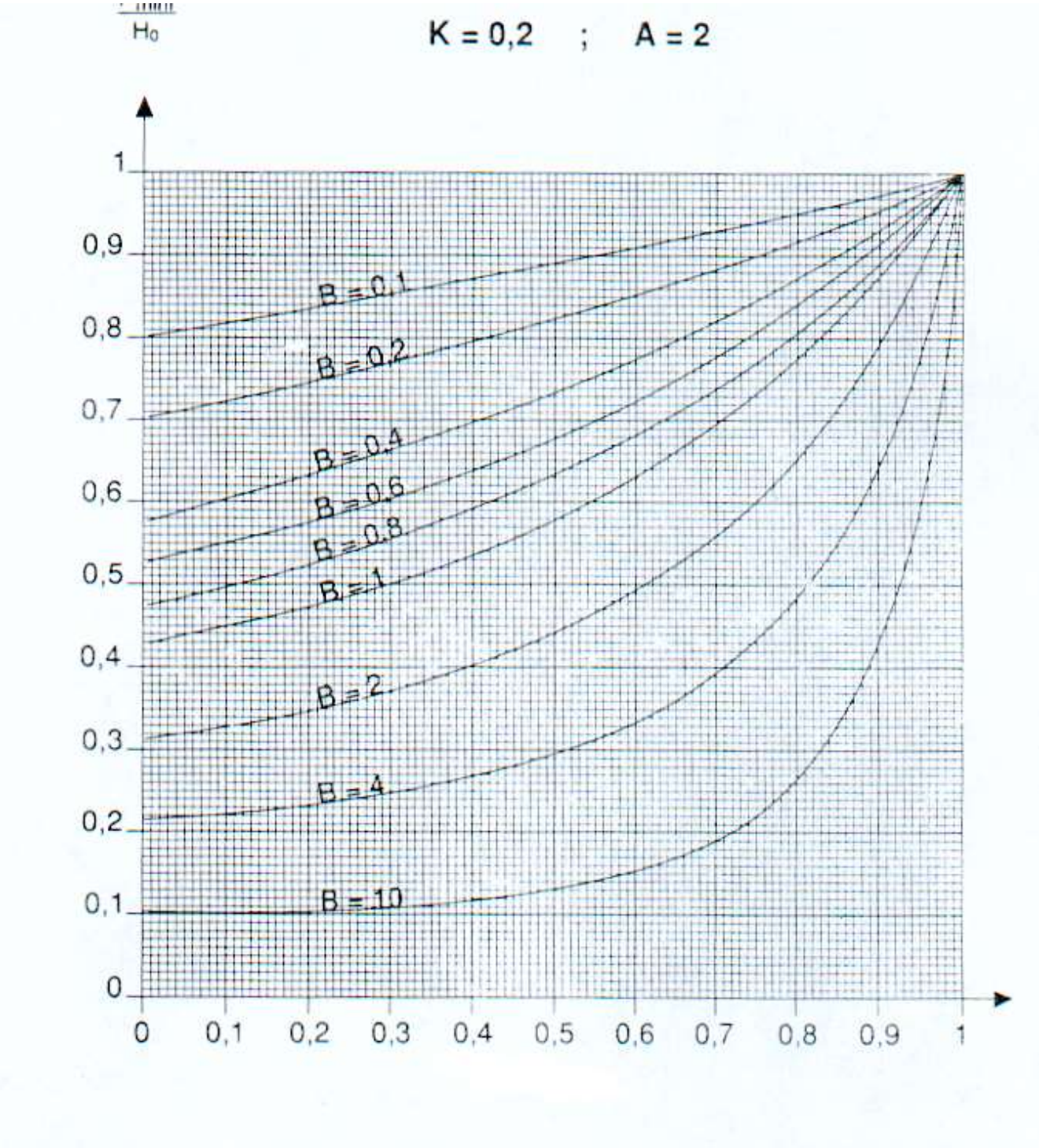
$$\alpha = \frac{5{,}5H_0}{V_0^{\,2}} = 308{,}64 \Rightarrow 79{,}567 = \frac{D^2}{0{,}6d^2} \Rightarrow d^2 = \frac{D^2}{0{,}6 * 79{,}567}$$

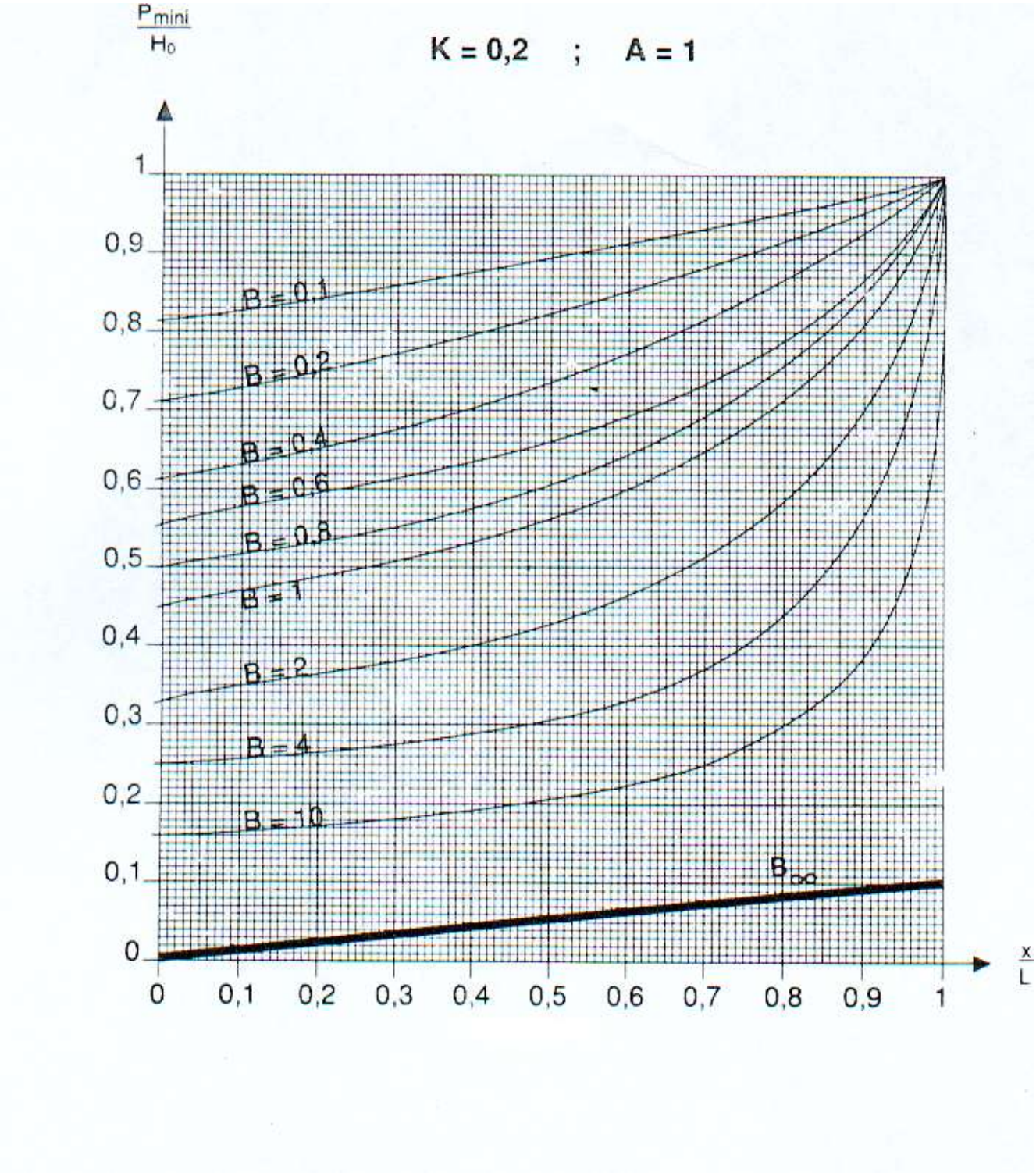
d = 57,89 mm $\Rightarrow$ ***d* = 60,0 mm**

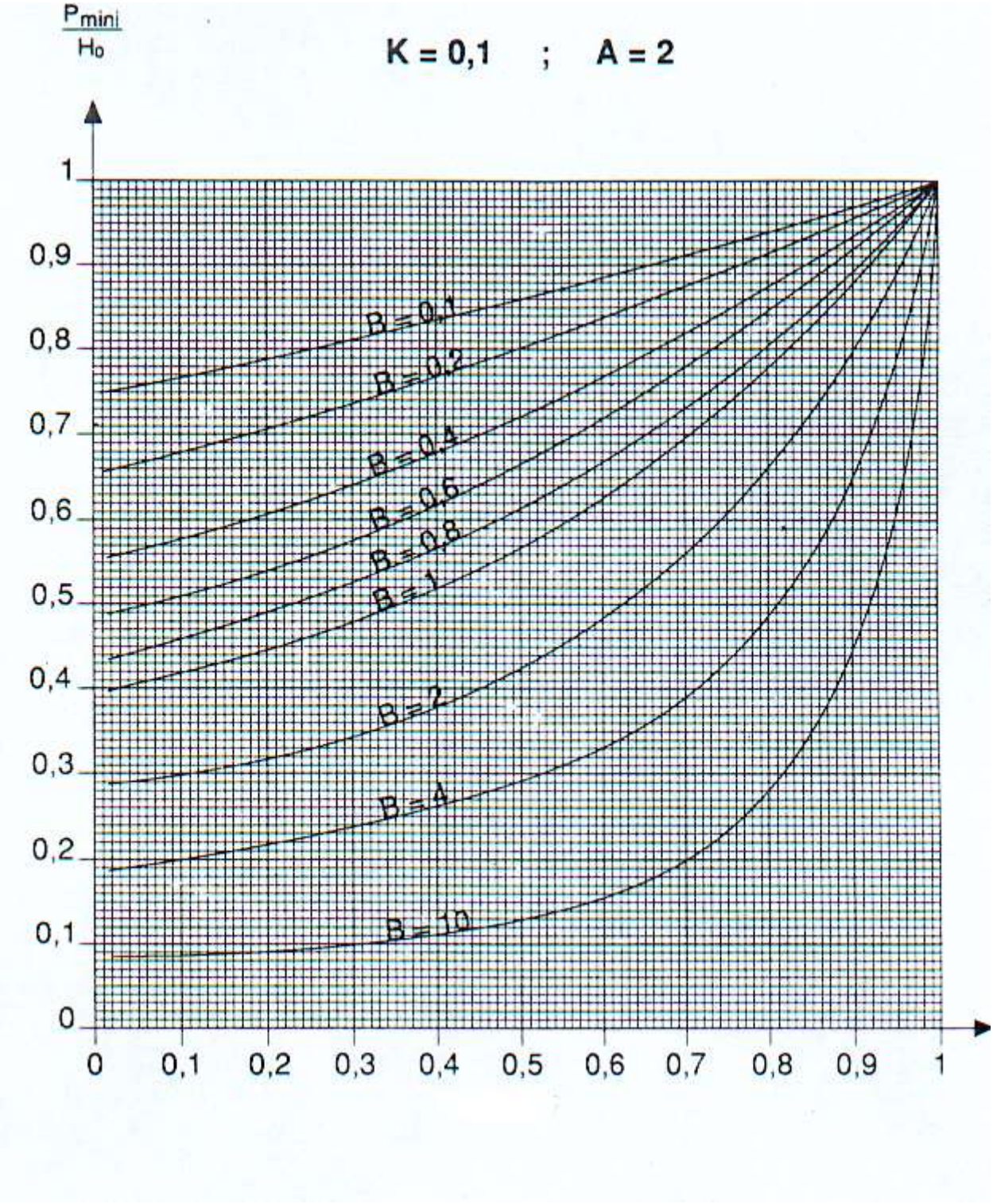
ANNEXES

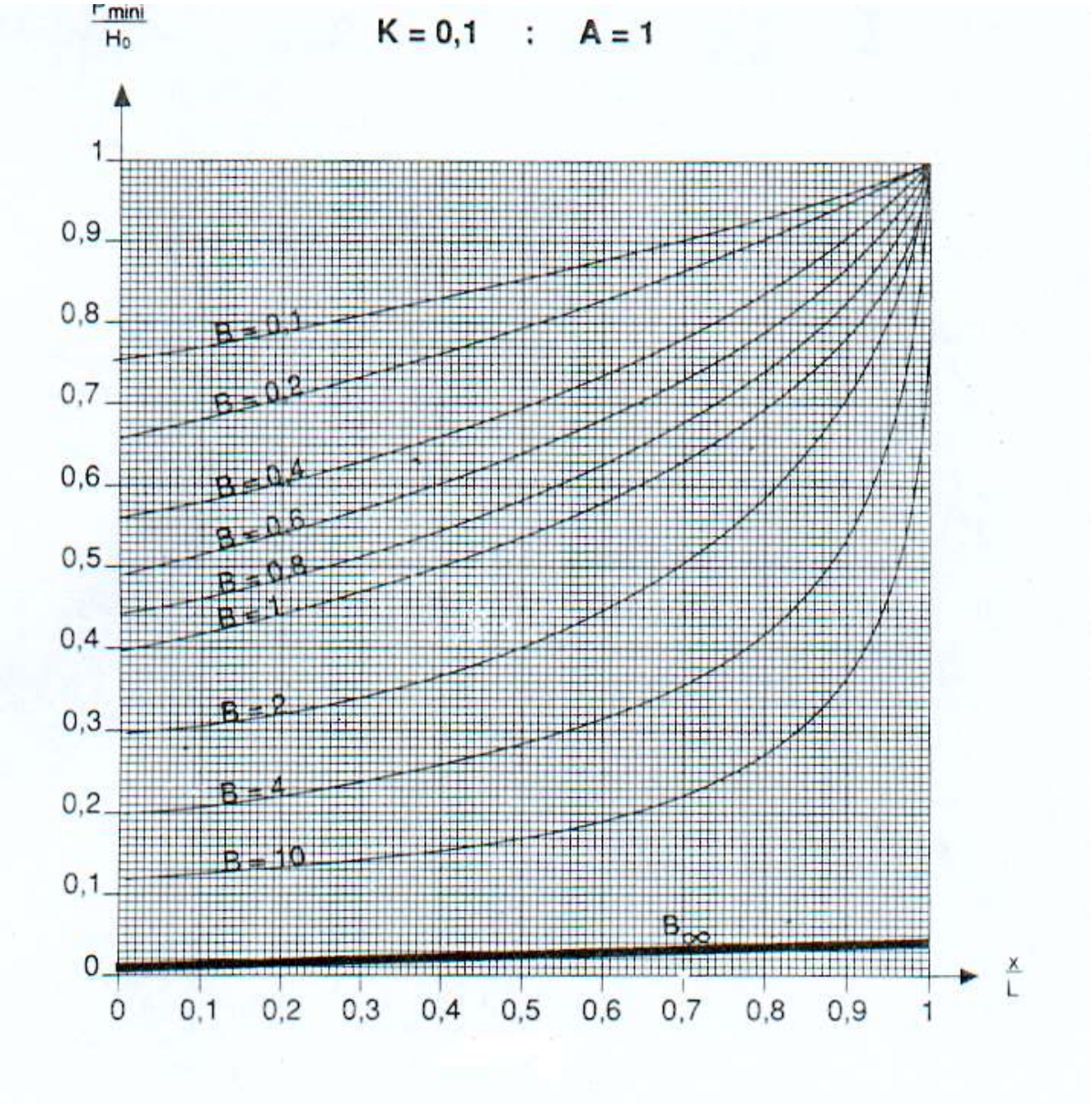
<u>Annexe I :</u> Abaques de *Puech* et *Meunier* pour l'étude de la dépression d'une conduite protégée par un ballon



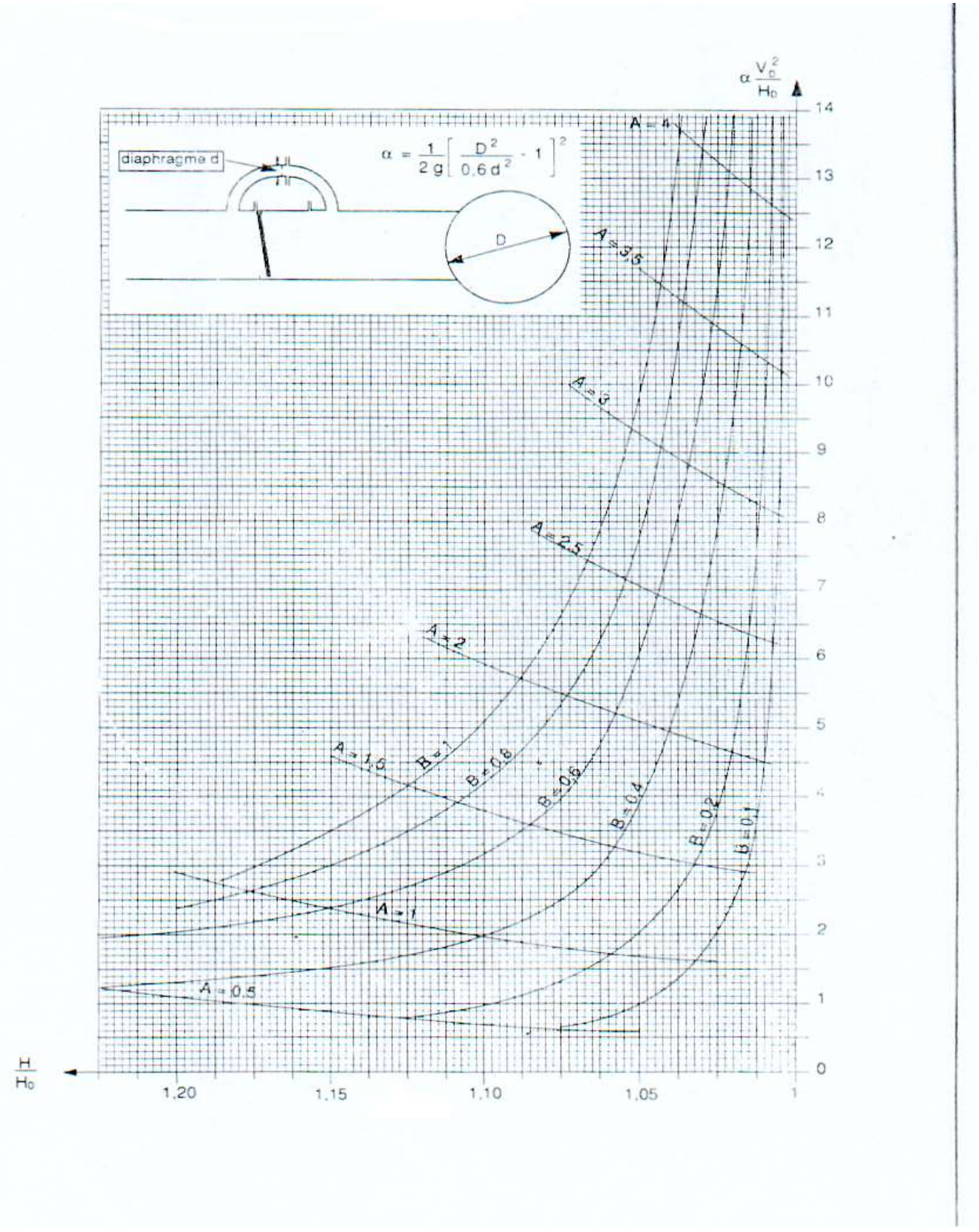
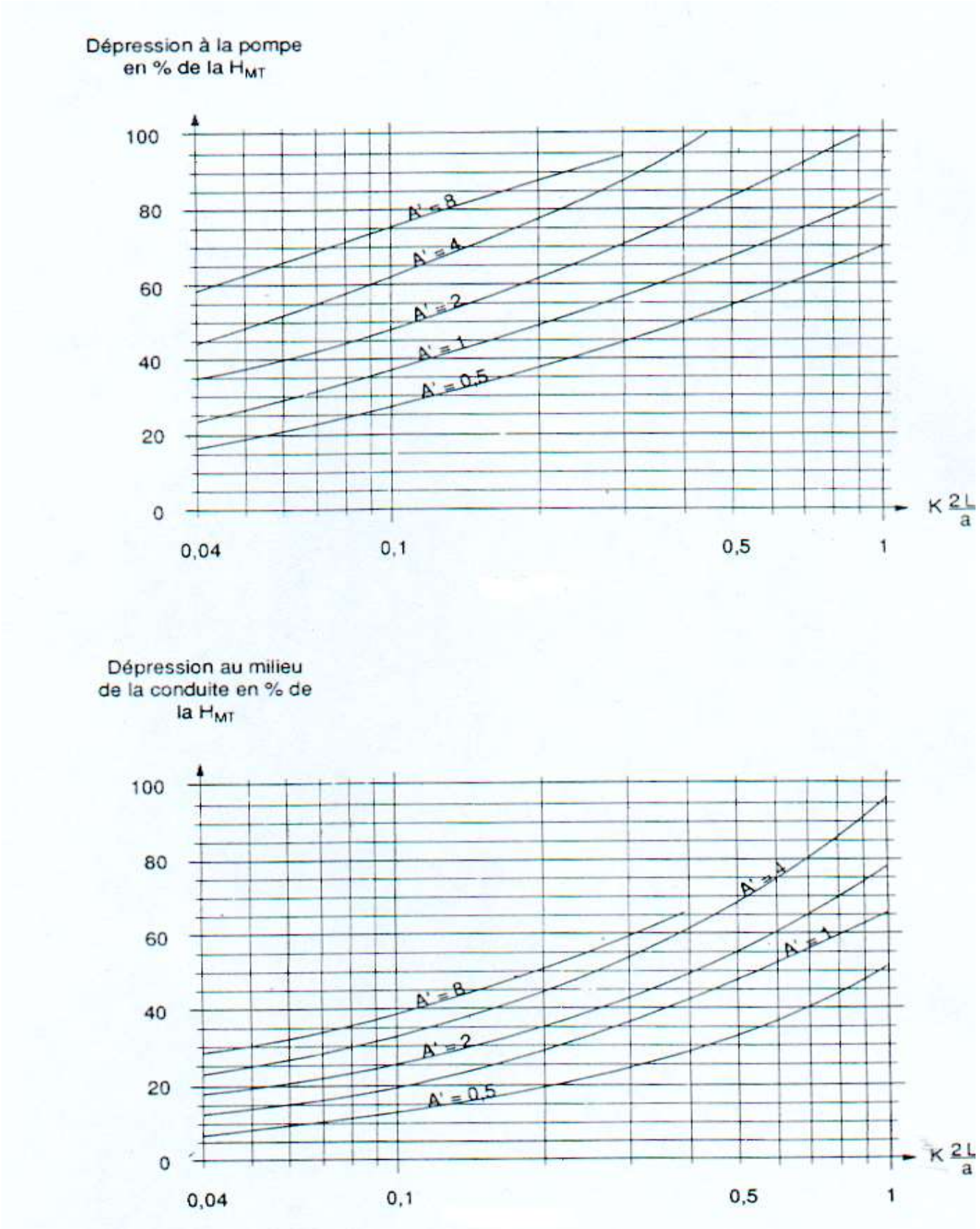

H₀
K = 0,2 ; A = 2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
B = 0,1
B = 0,2
B = 0,4
B = 0,6
B = 0,8
B = 1
B = 2
B = 4
B = 10
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1


Pmini / H0
K = 0,2 ; A = 1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
B = 0,1
B = 0,2
B = 0,4
B = 0,6
B = 0,8
B = 1
B = 2
B = 4
B = 10
B∞
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1
x / L


Pmini / Ho
K = 0,1 ; A = 2
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
B = 0,1
B = 0,2
B = 0,4
B = 0,6
B = 0,8
B = 1
B = 2
B = 4
B = 10
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1


Hmini / H0
K = 0,1 : A = 1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
B = 0,1
B = 0,2
B = 0,4
B = 0,6
B = 0,8
B = 1
B = 2
B = 4
B = 10
B∞
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
x / L

<u>Annexe II :</u> Abaque de *Dubin* et *Guéneau* donnant la surpression d'une conduite protégée par un ballon



<u>Annexe III</u> : Abaque de *Lechapt* pour l'étude de la dépression d'une conduite protégée par l'inertie des parties tournantes