

Chapitre IV

ÉCOULEMENT RAPIDEMENT OU BRUSQUEMENT VARIE

(Ressaut hydraulique)

I. Introduction

Le ressaut hydraulique, plus brièvement appelé ressaut :

- Se produit si un écoulement passe (brusquement) du régime (amont) sur – critique, $IF_1 > 1$, au régime (aval) sous – critique, $IF_2 < 1$;
- Se manifeste par une brusque surélévation (discontinuité) du niveau d'eau sur une très courte distance ;
- Occupe une position fixe dans le canal, si l'écoulement est permanent ;
- Est accompagné par des mouvements très turbulents avec des instabilités à la surface (ondulation et entraînement d'air) ;
- Provoque une dissipation importante de l'énergie mécanique ;
- Se présente souvent sous la forme d'une barre d'écume déferlante en rouleaux.

Des exemples où l'on peut rencontrer un ressaut hydraulique sont donnés sur la figure 3.3 du chapitre III.

II. Caractéristiques du ressaut hydraulique

II.1. Longueurs du ressaut

Deux longueurs, L_r , L_j , caractérisent le phénomène du ressaut, la longueur du rouleau, L_r , correspond à la distance horizontale séparant la section initiale du ressaut et la section située à la fin du rouleau de surface. Cette longueur, L_r , peut aisément être observée de manière expérimentale. La longueur, L_j , qui correspond à la longueur du ressaut est considérée par définition comme étant la distance horizontale qui sépare la section initiale du ressaut à la section finale de celui-ci. Cette section est définie comme étant la section où le profil de la vitesse est pratiquement uniforme (Fig. 4.1).

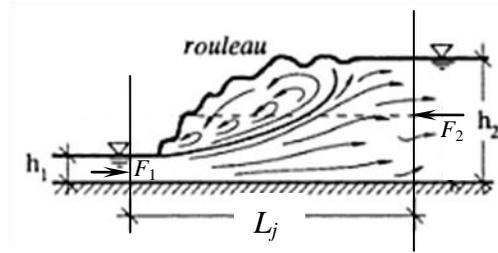


Figure 4.1 : Ressaut ordinaire.

II.2. Hauteurs (profondeurs) du ressaut

Le ressaut est caractérisé par deux profondeurs, h_1 et h_2 , respectivement la hauteur initiale et la hauteur finale (Fig. 4.1). Ces deux profondeurs sont généralement désignées par hauteurs conjuguées du ressaut.

La profondeur, h_2 , sera par définition la profondeur de l'écoulement aval dont la section correspondant à un profil de vitesse quasi-uniforme.

En pratique la hauteur initiale, h_1 , est toujours connue. La hauteur, h_1 , ainsi que le débit, Q , forment le nombre de *Froude* incident, IF_1 .

II.3. Nombre de *Froude*, IF_1 , caractérisant l'écoulement incident

Le ressaut est caractérisé dans sa section initiale par un nombre de *Froude* incident, IF_1 . En raison du caractère torrentiel de l'écoulement, le nombre de *Froude*, IF_1 , est supérieur à 1 (valeur moyenne de 9 en pratique). Dans les différents cas de figure la valeur de, IF_1 , est connue, son expression dépend de la caractéristique géométrique du canal considéré.

Canal rectangulaire : $IF_1^2 = \frac{v_1^2}{gh_1} = \frac{q^2}{gh_1^3}$, avec : $q = \frac{Q}{b}$.

II.4. Charge totale initiale

Dans la section initiale du ressaut, la charge totale s'exprime par : $H_1 = h_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}$, $\alpha_1 = 1$ et ceci par rapport au plan de référence qui coïncide avec le fond du canal horizontal.

$$\Rightarrow H_1 = h_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} \quad (4.1)$$

La charge initiale dépendra par conséquent de h_1 , de Q et de la section initiale A_1 (liée à la géométrie du canal).

II.5. Rendement du ressaut

Le ressaut est caractérisé par son efficacité à dissiper l'énergie. Cette efficacité s'exprime par le rendement η qui représente le rapport entre : $H_1 - H_2$ et H_1 .

$$\Rightarrow \eta = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1} \quad (4.2)$$

H_2 étant la charge finale du ressaut.

Plus le rapport $\frac{H_2}{H_1}$ est faible plus l'efficacité du ressaut est élevée.

Pour le canal rectangulaire, le rendement est :

$$H_2 = h_2 + \frac{Q^2}{2gb^2h_2^2} = h_2 + \frac{q^2}{2gh_2^2}$$

$$H_1 = h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2}$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{h_2 + \frac{q^2}{2gh_2^2} \frac{h_1^3}{h_1^3}}{h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2} \frac{h_1^3}{h_1^3}} = \frac{h_2 + \frac{1}{2}IF_1^2 \frac{h_1^3}{h_2^2}}{h_1 + \frac{1}{2}IF_1^2 h_1} = \frac{\frac{h_2}{h_1} + \frac{1}{2}IF_1^2 \frac{h_1^2}{h_2^2}}{1 + \frac{1}{2}IF_1^2}$$

Par définition : $\frac{h_2}{h_1} = Y$ (Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut).

$$\Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{Y + \frac{1}{2}\left(\frac{IF_1}{Y}\right)^2}{1 + \frac{1}{2}IF_1^2}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{Y + \frac{1}{2}\left(\frac{IF_1}{Y}\right)^2}{1 + \frac{1}{2}IF_1^2} \quad (4.3)$$

Le rapport, Y , sera déterminé par l'application de l'équation de la quantité de mouvement à partir des valeurs connues du, IF_1 , et des caractéristiques géométriques du canal. Le couple de valeurs, IF_1 et Y , permettra d'évaluer de manière aisée le rendement, η , du ressaut.

III. Equation de mouvement

Les différentes études qui ont été effectuées sur le ressaut hydraulique ont montré que celui-ci est régi par l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre ses sections initiale et finale. Cette équation traduit la seconde loi de *Newton* qui énonce que la variation de la quantité de mouvement ρQV entre les sections initiale et finale du ressaut

est égale à la somme de forces extérieures appliquées sur la masse liquide en mouvement.

Les forces extérieures appliquées sur la masse liquide en mouvement sont :

- La force hydrostatique, F_1 , qui agit sur la section initiale du ressaut de gauche vers la droite.
- La force hydrostatique, F_2 , qui agit sur la section finale du ressaut de la droite vers la gauche.
- La résistance de l'air.
- Les forces de frottement.
- Le poids propre du liquide en mouvement.

Seules les forces F_1 et F_2 seront prises en considération et les autres forces seront négligées.

L'équation de la quantité de mouvement sera donc appliquée en considérant quatre (04) hypothèses simplificatrices, et ceci pour l'ensemble des profils géométriques. Malgré ces hypothèses simplificatrices, les observations montrent que l'équation de la quantité de mouvement est globalement vérifiée. Ces hypothèses sont :

- La répartition de la pression dans les sections initiale et finale est hydrostatique.
- La distribution des vitesses est uniforme.
- La perte de charge, autre que celle due au ressaut, est négligée.
- La résistance de l'air est négligée.

Soit alors :

$$\rho QV_2 - \rho QV_1 = \sum \vec{F}_{\text{extérieurs}} \quad (4.4)$$

IV. Forces de pression hydrostatiques F_1 et F_2 appliquées

sur les sections 1 et 2 (Fig. 4.1)

Ces forces s'écrivent :

$$F_1 = \gamma h_{1g} A_1 \text{ et } F_2 = \gamma h_{2g} A_2 \quad (4.5)$$

Où : h_{1g} et h_{2g} désignent respectivement la position du centre de gravité des sections 1 et 2 comptée à partir de la surface libre.

Soit pour la section rectangulaire :

$$h_{1g} = \frac{h_1}{2} \text{ et } h_{2g} = \frac{h_2}{2} \quad (4.6)$$

Et

$$A_1 = b \cdot h_1 \text{ et } A_2 = b \cdot h_2 \quad (4.7)$$

V. Rapport des hauteurs conjuguées

D'après la relation (4.4) on a :

$$\rho Q V_2 - \rho Q V_1 = F_1 - F_2 \Rightarrow \gamma \cdot h_{1g} \cdot A_1 + \rho \cdot Q \cdot V_1 = \gamma \cdot h_{2g} \cdot A_2 + \rho \cdot Q \cdot V_2$$

$$h_{1g} \cdot A_1 + \frac{\rho \cdot Q \cdot V_1}{\gamma} = h_{2g} \cdot A_2 + \frac{\rho \cdot Q \cdot V_2}{\gamma}$$

$$\text{On a : } Q = V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow$$

$$h_{1g} \cdot A_1 + \frac{Q^2}{g \cdot A_1} = h_{2g} \cdot A_2 + \frac{Q^2}{g \cdot A_2}$$

Pour la section rectangulaire, on a, tenant compte des relations (4.6) et (4.7) :

$$\frac{h_1}{2} \cdot b \cdot h_1 + \frac{Q^2}{g \cdot b \cdot h_1} = \frac{h_2}{2} \cdot b \cdot h_2 + \frac{Q^2}{g \cdot b \cdot h_2}$$

$$\Rightarrow \frac{b \cdot h_1^2}{2} + \frac{Q^2}{g \cdot b \cdot h_1} = \frac{b \cdot h_2^2}{2} + \frac{Q^2}{g \cdot b \cdot h_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_1^3} = \frac{1}{2} \frac{h_2^2}{h_1^2} + \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_2 \cdot h_1^2 \cdot \frac{h_1}{h_2}}$$

$$IF_1^2 = \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_1^3} \Rightarrow \frac{1}{2} + IF_1^2 = \frac{1}{2} Y^2 + \frac{IF_1^2}{Y}$$

Ou bien :

$$1 + 2IF_1^2 = Y^2 + 2 \frac{IF_1^2}{Y} \Leftrightarrow Y + 2YIF_1^2 = Y^3 + 2IF_1^2 \Leftrightarrow$$

$$Y^3 - Y(1 + 2IF_1^2) + 2IF_1^2 = 0 \tag{4.8}$$

Pour : $IF_1 = 1 \rightarrow Y = 1 \rightarrow$ condition de criticité.

Solution de l'équation (4.8) :

$$\begin{array}{r|l}
 Y^3 - Y(1 + 2IF_1^2) + 2IF_1^2 & Y - 1 \\
 \hline
 -Y^3 + Y^2 & Y^2 + Y - 2IF_1^2 \\
 \hline
 0 + Y^2 - Y(1 + 2IF_1^2) + 2IF_1^2 & \\
 -Y^2 + Y & \\
 \hline
 0 + Y(1 - 1 - 2IF_1^2) + 2IF_1^2 & \\
 = -2YIF_1^2 + 2IF_1^2 & \\
 -(-2IF_1^2Y + 2IF_1^2) & \\
 \hline
 0 + 0 &
 \end{array}$$

$$\Rightarrow Y^3 - Y(1 + 2IF_1^2) + 2IF_1^2 = (Y - 1)(Y^2 + Y - 2IF_1^2) = 0 \quad (4.9)$$

$$Y - 1 \neq 0 \Rightarrow Y^2 + Y - 2IF_1^2 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(1)(-2IF_1^2) = 1 + 8IF_1^2 > 0 \Rightarrow$$

$$Y_{(1)} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8IF_1^2}}{2}$$

$$Y_{(2)} = \frac{-1 - \sqrt{1 + 8IF_1^2}}{2} < 0$$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8IF_1^2} - 1 \right] \quad (4.10)$$

Cette équation est appelée équation de *Belanger* qui s'applique à une section rectangulaire

$$\text{avec : } IF_1^2 = \frac{Q^2}{g \cdot b^2 \cdot h_1^3}.$$

Les essais réalisés à l'échelle du laboratoire ont montré que l'équation de la quantité de mouvement est globalement vérifiée.

VI. Longueurs caractéristiques du ressaut en canal rectangulaire

Rappelons que d'une manière générale le ressaut est caractérisé par les longueurs L_r et L_j , ces longueurs ont été évaluées sur la base de l'analyse des mesures expérimentales qui ont montré que $\frac{L_j}{h_2} \approx 6$. Ce résultat est dû à *Peterka*.

En réalité le tracé de $\frac{L_j}{h_2}$ en fonction de IF_1 montre une courbe ascendante jusqu'à $IF_1 = 4$ puis présente un palier dont la valeur moyenne est de 6 ($\frac{L_j}{h_2} \approx 6$) pour la gamme de IF_1 tel que : $4 < IF_1 < 10$. Au-delà de $IF_1 = 10$, la courbe décroît de manière progressive (Figure 4.2).

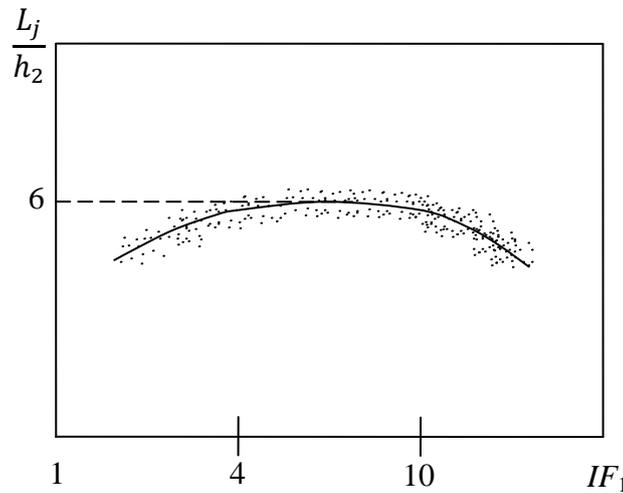


Figure 4.2 : Variation de $\frac{L_j}{h_2}$ en fonction de IF_1 .

$$\frac{L_j}{h_2} \approx 6 \quad (4.11)$$

Longueur du rouleau :

Hager et al. (1990)

$$\lambda_r = \frac{L_r}{h_1} = -12 + 160Tgh \left(\frac{IF_1}{20} \right) \text{ pour } W = \frac{h_1}{b} < 0,1 \quad (4.12)$$

$$\lambda_r = -12 + 100Tgh \left(\frac{IF_1}{12,5} \right) \text{ pour } 0,1 < W < 0,7 \quad (4.13)$$

Pour : $2,5 < IF_1 < 8$:

$$\lambda_r = \frac{L_r}{h_1} = 8(IF_1 - 1,5) \quad (4.14)$$