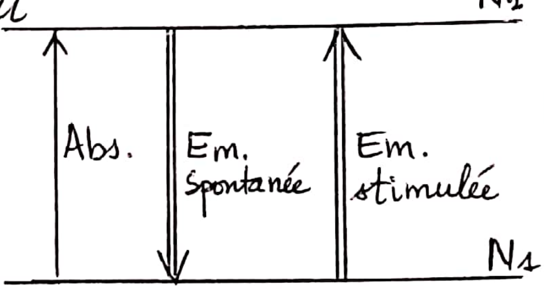
MASTER 1 PIRM 2020

Corrigé de l'application 2 dont l'énoncé a été envoyé par e-mail aux étudiants

Nous disposons donc d'une population d'atomes à 2 niveaux soumise à un rayonnement EM de densité spectrale $\rho(\nu)$ avec $\rho(\nu)=\rho$ losque $\nu=\nu_0$ qui est la fréquence de résonance de la transition $2 \longrightarrow 1$.

1°) a) $N_1 + N_2 = N$ avec N nombre total d'atomes $= c^{\underline{\underline{ste}}}$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} \quad \text{car} \quad \frac{dN_1}{dt} + \frac{dN_2}{dt} = \frac{dN}{dt} = 0$$



$$\frac{dN_2}{dt} = +W_{12} N_1 - A_{21} N_1 - W_{21} N_2$$

En supposant que: $W_{12} = W_{21} = W$ et $A_{21} = A$

$$\frac{dN_2}{dt} = -(A+W)N_2 + W N_1 = -\frac{dN_1}{dt}$$

qui sont les équations différent-ielles d'évolutions temporelles des populations N_1 et N_2

b) En régime stationnaire, càd que le fux d'atomes descendant (par émission) = au flux d'atomes montant (par absorption):

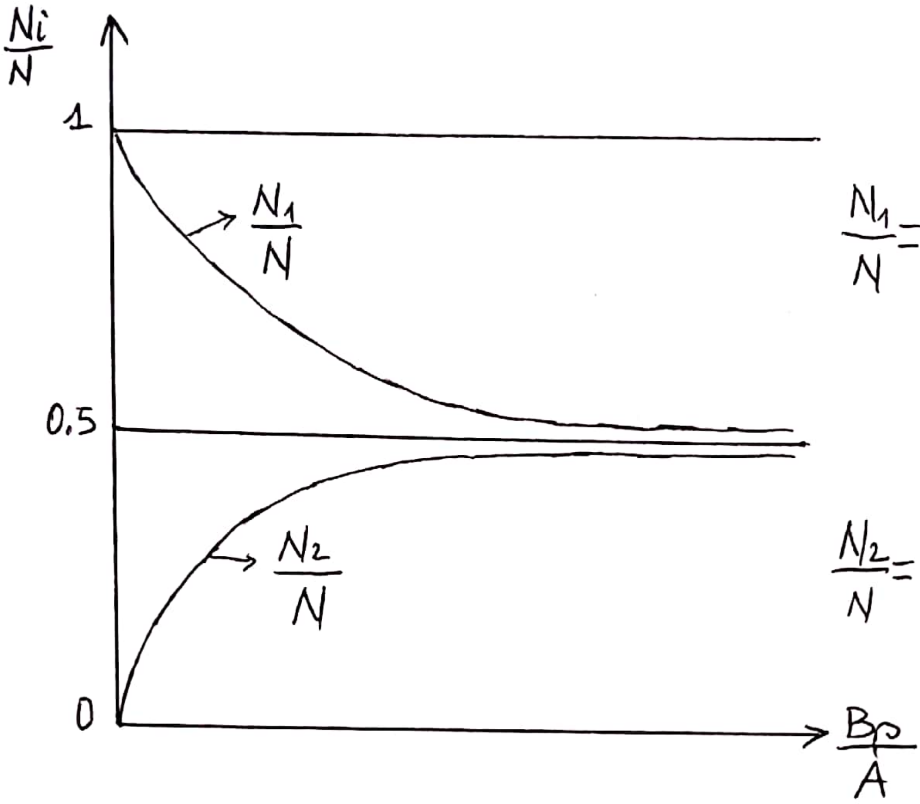
$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0 \quad \text{Dans ce cas} \quad (A+W)N_2 = W N_1 \quad \text{avec } N_1 + N_2 = N$$

$$N_2 = \frac{B\rho}{A+2B\rho} N \quad \text{et} \quad N_1 = \frac{A+B\rho}{A+2B\rho} N$$

On vérifie que $N_1 + N_2 = N$

W étant égale à $B\rho$

c) Le tracé de $N_i\,(i=1,2)/N$ donne les graphiques suivants:



$$\frac{N_1}{N} = \frac{1+\frac{B\rho}{A}}{1+\frac{2B\rho}{A}} = \frac{1+x}{1+2x}$$

$$\frac{N_2}{N} = \frac{\frac{B\rho}{A}}{1+\frac{2B\rho}{A}} = \frac{x}{1+2x}$$

d) En régime stationnaire, on a toujours $N_2 < N_1$, on n'a donc jamais d'inversion de population ($N_2 > N_1$) dans ces conditions.

Quand $\rho \to \infty$, les populations tendent à s'égaliser à $\frac{N}{2}$

si $A=0$, dès qu'on applique l'onde à l'assemblée d'atomes, on a égalité des populations à $\frac{N}{2}$

2°) a) Par définition, la probabilité (par seconde) qu'à un atome dans le niveau 2 de quitter ce niveau s'écrit :

$$\mathcal{P} = -\frac{\frac{dN_2}{dt}}{N_2} = A + B\rho$$ lorsqu'on tient compte que des émissions.

b) Le temps moyen $\langle t_2 \rangle$ est l'inverse de $\mathcal{P}$:

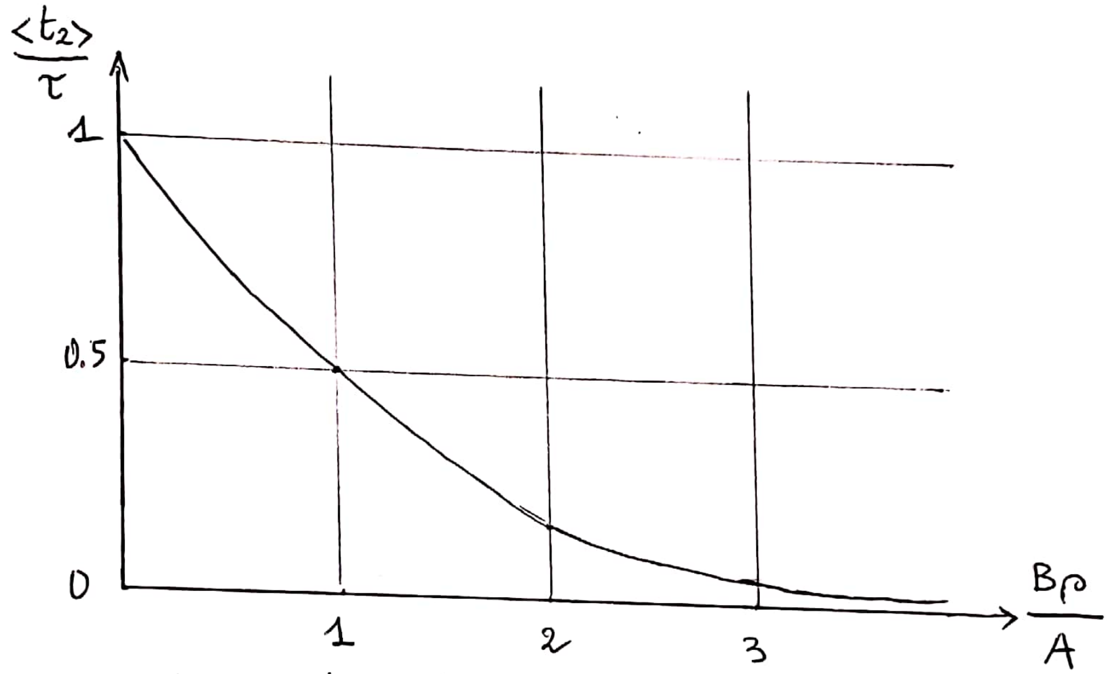
$$\mathcal{P} = \frac{1}{\langle t_2 \rangle} = A + B\rho \Rightarrow \langle t_2 \rangle = \frac{1}{A+B\rho} \quad \text{et } \tau_2 = \frac{1}{A}$$

$$\frac{\langle t_2 \rangle}{\tau_2} = \frac{A}{A+B\rho} = \frac{1}{1+\frac{B\rho}{A}} = \frac{1}{1+x}$$

Il est plus judicieux de tracer $\frac{\langle t_2\rangle}{\tau_2}$ en fonction de $\frac{B\rho}{A}$

Pour $\rho \to \infty$, $\frac{B\rho}{A} \to \infty$ et $\frac{\langle t_2\rangle}{\tau_2} \to 0$

Pour $\rho \to 0$, $\frac{B\rho}{A} \to 0$ et $\frac{\langle t_2\rangle}{\tau_2} \to 1$



3°) Les équations d'évolution deviennent :

a) $\frac{dN_1}{dt} = (A+W)N_2 - WN_1$

$\frac{dN_2}{dt} = -(A+W)N_2 + WN_1 - A_{23}N_2$

$\frac{dN_3}{dt} = A_{23}N_2$

b) En régime stationnaire $\frac{dN_3}{dt} = 0 \Rightarrow N_2 = 0$ $\frac{dN_1}{dt} = 0 \Rightarrow N_1 = 0$ donc $N_3 = N$
Les atomes s'accumulent dans le niveau 3 et ne peuvent plus être recyclés dans les niveau 1 et 2. En régime transitoire, l'équation $\frac{d}{dt}(N_1+N_2) = -A_{23}N_2$ montre que N_1+N_2 diminue rapidement au fur et à mesure que le niveau 3 se peuple.

c) Pratiquement le niveau 3 est un niveau "métastable" qui peut néamoins se dépeupler par rayonnement électromagnétique multipolaire d'ordre plus élevé que le dipolaire électrique, par exemple

dipolaire magnétique, quadripolaire électrique, etc...
Par ailleurs, il peut se dépeupler par collisions, par interaction avec les phonons (cristal), etc... En régime stationnaire, il y aura finalement quelques atomes dans les niveaux 1 et 2 et beaucoup dans le niveau 3.