

En tant que S.C. ayant N_d atomes donneurs, il est équivalent au semiconducteur intrinsèque plus N_d électrons supplémentaires répartis entre E_a et E_d comme on va le voir plus loin. Compte-tenu de l'existence simultanée des atomes donneurs et accepteurs et selon la loi de stabilité imposant aux e^- d'avoir la plus faible énergie, les dernières vont commencer par occuper les niveaux les plus bas. Il y a donc en faisant le bilan des charges à la température $0^\circ K$, que la bande de valence BV est pleine et la bande de conduction BC vide et qu'on a $N_d(e^-)$ provenant des donneurs qui vont se répartir suivant les deux cas :

* Si $N_d \geq N_a$, on aura en comptant seulement les électrons :

N_v électrons dans BV	soit au total : $N_v + N_d - N_a = (N_v + N_d)$ élec.
N_a électrons dans E_a	
$N_d - N_a$ électrons dans E_d	

* Si $N_d \leq N_a$, on aura en comptant uniquement les électrons :

N_v électrons dans BV	soit au total : $(N_v + N_d)$ électrons
N_d électrons dans E_a	
0 électrons dans E_d	

b) $T > 0^\circ K$, on aura comme bilan des électrons :

$$\begin{aligned}
 n &= N_c \exp - \frac{E_c - E_F}{kT} \quad \Rightarrow \text{électrons dans BC} \\
 m_d = N_d^0 &= \frac{2N_d}{2 + \exp \frac{E_d - E_F}{kT}} = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_d - E_F}{kT}} \Rightarrow \text{électrons dans } E_d \\
 &\quad \text{avec } N_d^0 = \text{nombre de donneurs neutres (non ionisés)} \\
 N_a^- &= \frac{N_a}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_a - E_F}{kT}} = N_a - \frac{N_a}{1 + 2 \exp \frac{E_F - E_a}{kT}} \Rightarrow \text{électrons dans } E_a \\
 &\quad \text{avec } N_a^- = \text{nombre d'accepteurs ionisés, ayant capturé un } (1)(e^-), \\
 n_v &= N_v - p = N_v - N_v \exp - \frac{E_F - E_v}{kT} \Rightarrow \text{électrons dans } E_v \\
 &\quad \text{avec } p = N_v \exp - \frac{E_F - E_v}{kT} \\
 &\quad \text{le nombre de trous dans BV.}
 \end{aligned}$$

Les figures des diagrammes de bandes qui illustrent ce bilan de charges sont bien dans le cas où $T = 0^\circ K$ et dans celui où $T > 0^\circ K$, sont données dans la page suivante :

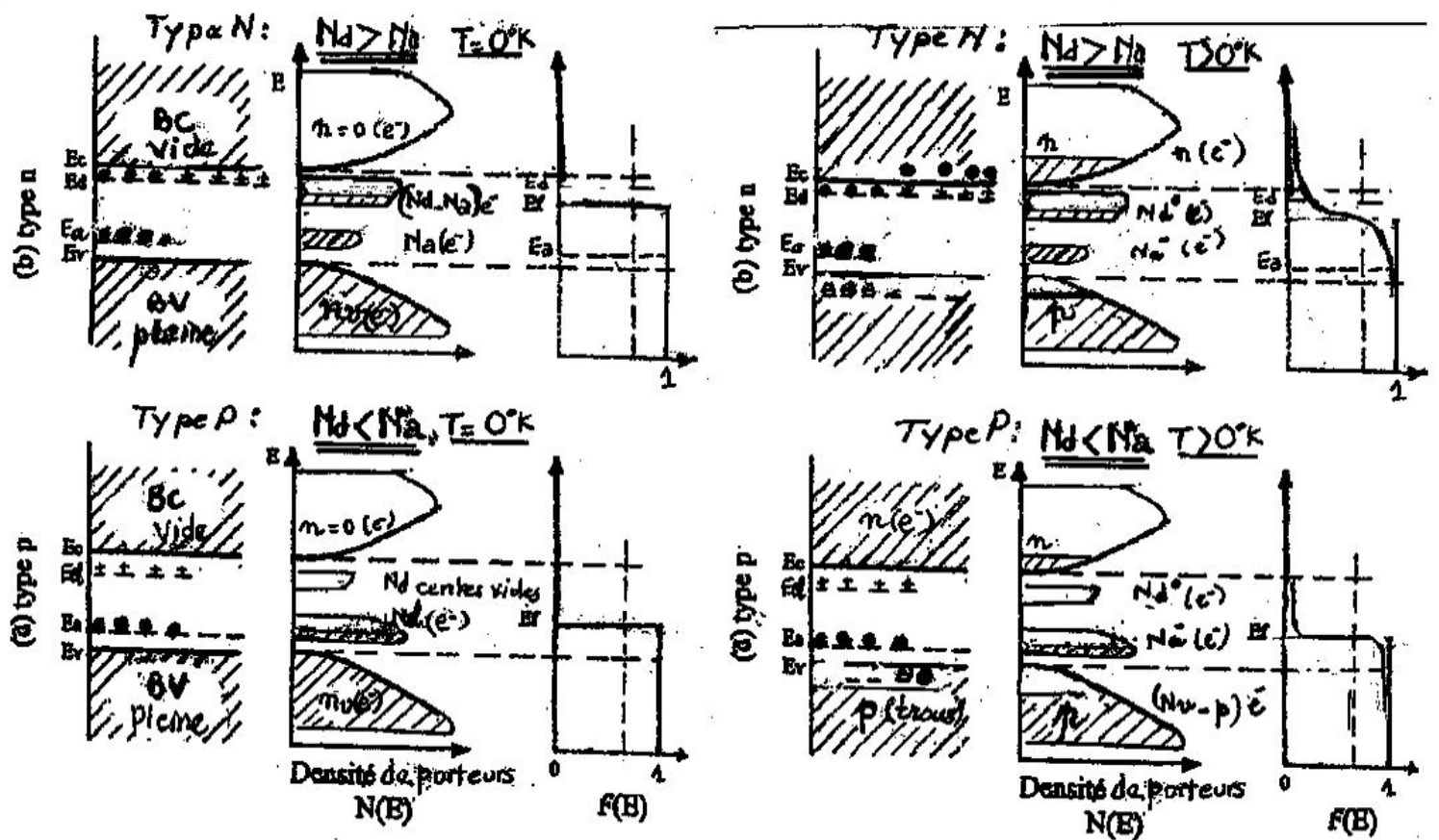


Fig. 36. Diagrammes de bandes d'énergies de s.c. compensés, types N et P illustrant l'état d'occupation des niveaux d'énergies par les porteurs à $T = 0^\circ K$ et à $T > 0^\circ K$.

Bilans de charges avec la probabilité d'occupation par l'e⁻ de Fermi-Dirac.

$$f(E) = \left(1 + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{E - E_F}{kT} \right) \right)^{-1}$$

A / Niveaux: $E_c \leq E_d$

B / Niveaux E_v et E_a

$$E_c \text{ \& Nbre d'e}^- \text{ dans BC: } n = N_c \exp \left(-\frac{E_c - E_F}{kT} \right)$$

$$E_v \text{ \& Nbre de trous de } E_v: p = N_v \exp \left(-\frac{E_F - E_v}{kT} \right)$$

$$\text{ou Nbre d'e}^- \text{ de } E_v: N_v - p$$

$$E_d \text{ \& Nbre d'e}^- \text{ dans } E_d$$

$$\text{ou Nbre de donneurs neutres: } N_d^0 = N_d \cdot f(E_d) =$$

$$N_d^0 = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{E_d - E_F}{kT} \right)}$$

$$E_a \text{ \& Nbre d'e}^- \text{ de } E_a: N_a^- = \frac{N_a}{1 + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{E_a - E_F}{kT} \right)}$$

$$\text{ou Nbre d'accepteurs ionisés}$$

$$E_d \text{ \& Nbre de donneurs vides d'e}^- \text{ dans } E_d$$

$$\text{ou Nbre de donneurs ionisés dans } E_d$$

$$\text{ou Nbre de trous dans } E_d: N_d^+ = N_d - N_d^0 =$$

$$N_d^+ = N_d \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{E_d - E_F}{kT} \right)}$$

$$N_d^+ = \frac{N_d}{1 + 2 \exp \left(\frac{E_F - E_d}{kT} \right)}$$

$$E_a \text{ \& Nbre d'accepteurs vides: } N_a^0 = N_a - N_a^-$$

$$\text{ou Nbre d'accepteurs neutres: } N_a^0 = N_a \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{E_a - E_F}{kT} \right)}$$

$$\text{ou Nbre de trous de } E_a: N_a^0 = \frac{N_a}{1 + 2 \exp \left(\frac{E_F - E_a}{kT} \right)}$$

$$E_a \text{ \& Nbre d'accepteurs ionisés, calculé à partir de } N_a^0$$

$$N_a^- = N_a - N_a^0$$

$$N_a^- = N_a \cdot \frac{1}{1 + 2 \exp \left(\frac{E_F - E_a}{kT} \right)}$$

$$N_a^- = \frac{2 N_a}{2 + \exp \left(\frac{E_a - E_F}{kT} \right)}$$

L'équation de neutralité électrique peut s'écrire :

$$n - Nd^+ = p - Na^-$$

avec $Nd^+ = Nd - \frac{Nd}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_d - E_F}{kT}}$ et $Na^- = Na - \frac{Na}{1 + 2 \exp \frac{E_F - E_a}{kT}}$

Potons $n - Nd^+ = A$ et $p - Na^- = B$

$$A = n + \frac{Nd}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_d - E_c}{kT} \exp \frac{E_c - E_F}{kT}} - Nd \exp \frac{E_c - E_F}{kT} = \frac{N_c}{n}$$

$$A = n + \frac{Nd}{1 + \frac{N_c}{2n} \exp \frac{E_d - E_c}{kT}} - Nd = \frac{n^2 + n \frac{N_c}{2} \exp \frac{E_d - E_c}{kT} - \frac{Nd N_c}{2} \exp \frac{E_d - E_c}{kT}}{n + \frac{N_c}{2} \exp \frac{E_d - E_c}{kT}}$$

$$B = p + \frac{Na}{1 + 2 \exp \frac{E_F - E_v}{kT} \exp \frac{E_v - E_a}{kT}} - Na \exp \frac{E_F - E_v}{kT} = \frac{N_v}{p}$$

$$B = p + \frac{Na}{1 + 2 \exp \frac{E_v - E_a}{kT} \cdot \frac{N_v}{p}} - Na = \frac{p^2 + 2p N_v \exp \frac{E_v - E_a}{kT} - 2Na N_v \exp \frac{E_v - E_a}{kT}}{p + 2N_v \exp \frac{E_v - E_a}{kT}}$$

On aura finalement le système d'équations suivant pour déterminer n et p

$$\frac{n^2 + \left(\frac{N_c}{2} \exp - \frac{E_c - E_d}{kT} \right) n - \frac{Nd N_c}{2} \exp - \frac{E_c - E_d}{kT}}{n + \frac{N_c}{2} \exp - \frac{E_c - E_d}{kT}} = \quad (1)$$

$$= \frac{p^2 + \left[2 N_v \exp - \frac{E_a - E_v}{kT} \right] p - 2 Na N_v \exp - \frac{E_a - E_v}{kT}}{p + 2 N_v \exp - \frac{E_c - E_v}{kT}}$$

$$n \cdot p = ni^2 = N_c \cdot N_v \exp - \frac{E_c - E_v}{kT} \quad (2)$$

Le nombre d'électrons dans le cristal est le même quelque soit la température. L'égalité des bilans d'électrons s'écrit :

$$N(0^\circ K) = N(T)$$

$T = 0^\circ K$ $N(0^\circ K) = e_{BV}(0^\circ K) + e_{Ed}$, e_{BV} et e_{Ed} étant les nombres d'électrons à $0^\circ K$ dans BV et Ed respectivement : $e_{BV}(0^\circ K) = Nv$ et $e_{Ed}(0^\circ K) = Nd$

$T > 0^\circ K$ $N(T) = e_{BC}(T) + e_{Ed}(T) + e_{Ea}(T) + e_{BV}(T)$ où $e_{BC}(T)$ et $e_{Ea}(T)$ sont les nombres d'électrons dans BC et Ea respectivement.

On a :

$$e_{BC}(T) = n = Nc \exp - \frac{Ec - Ef}{kT}$$

$$e_{Ed}(T) = \frac{Nd}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{Ed - Ef}{kT}} = Nd^0 \quad Nd^0 = \text{mbre de donneurs neutres (non ionisés)}$$

$$e_{Ea}(T) = \frac{Na}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{Ea - Ef}{kT}} = Na^- \quad Na^- = \text{mbre d'accepteurs ionisés (ayant acquis un } e^-)$$

$$e_{BV}(T) = Nv - p = Nv - Nv \exp - \frac{Ef - Ev}{kT}$$

$$N(0^\circ K) = N(T) \Leftrightarrow Nv + Nd = n + Nd^0 + Na^- + Nv - p \quad \text{ sachant que } Nd^+ = Nd - Nd^0$$

on aura :

$$\boxed{n + Na^- = p + Nd^+} \quad (Nd^+ = \text{mbre de donneurs ionisés})$$

Cette expression est l'équation de neutralité électrique du cristal en équilibre thermodynamique ($\sum \text{charges}^+ = \sum \text{charges}^-$).

Une autre relation importante dans le cas des S.C extrinsèques en équilibre thermodynamique :

$$n \cdot p = ni^2 = Nc Nv \exp - \frac{Ec - Ev}{kT} = Nc Nv \exp - \frac{Eg}{kT}$$

Rappelons que cette expression est également valable pour les S.C intrinsèques où $n = p = ni$ alors que dans les S.C extrinsèques même à l'équilibre, n est différent de p . ($n \neq p \neq ni$)

Ces deux équations permettent de déterminer la concentrations des porteurs. Dans le cas général, ceci conduit à une équation du 4^{ème} degré compliquée qu'il est préférable de la résoudre quand cela est possible dans certains cas particuliers.

Avant de traiter ces cas, il est utile de déterminer d'abord la position de E_F dans le cas général.

$$\frac{n}{p} = \frac{N_c \exp - \frac{E_c - E_F}{kT}}{N_v \exp - \frac{E_F - E_v}{kT}} = \frac{N_c}{N_v} \exp \frac{2E_F}{kT} \exp - \frac{E_c + E_v}{kT}$$

$$\ln \frac{n}{p} = \frac{2E_F}{kT} - \frac{E_c + E_v}{kT} + \ln \frac{N_c}{N_v} \Rightarrow E_F = \frac{kT}{2} \ln \frac{n}{p} + \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_c}{N_v}$$

Rappelons que $E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$:

$$E_F = \frac{kT}{2} \ln \frac{n}{p} + E_i$$

avec

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$$

L'exploitation de ces dernières expressions donne :

$$\text{S.C Type N : } n \gg p \Rightarrow E_F > E_i$$

$$\text{S.C Type P : } n \ll p \Rightarrow E_F < E_i$$

A la température ambiante $T_a = 300\text{ K}$, on aura en général :

$$\text{S.C. Type N } E_i < E_F < E_c - qq\ kT$$

$$\text{S.C Type P } E_v + qq\ kT < E_F < E_i \quad (qq = \text{quelque})$$

Pour un s.c compensé ; Il est du type N si $n \gg p \Leftrightarrow N_d \gg N_a$

Il est du type P si $p \gg n \Leftrightarrow N_a \gg N_d$

Pour déterminer la variation des concentrations n et p , en fonction de la température, on va prendre comme exemple d'illustration du silicium Si dopé avec $N_a = 10^{13}\text{ cm}^{-3}$ et $N_d = 10^{15}\text{ cm}^{-3}$. Suivons donc la variation de n avec T :

A $T = 0^\circ\text{ K}$, la bande valence est pleine ainsi que le niveau E_a . Le niveau E_d n'est que partiellement rempli avec $(N_d - N_a)$ e^- alors que s'il n'y avait pas d'accepteurs, il aura ses $N_d(e^-)$. Le niveau de Fermi E_F est dans ce cas pratiquement confondu avec E_d .

Pour T différent de 0° K mais suffisamment faible, E_F est voisin de E_d : Par conséquent, le nombre de trous $p = N_v \exp - \frac{E_F - E_v}{kT}$ est très faible car $E_F - E_v$ est énorme entraînant une valeur de l'exponentiel pratiquement nulle.

L'équation de neutralité des charges peut s'écrire sous la forme :

$$n + Na^- = p + Nd^+ \Rightarrow Nd - n = Na - p \Rightarrow \frac{Nd}{1 + 2 \exp \frac{E_F - E_d}{kT}} - n = \frac{Na}{1 + \frac{1}{2} \exp \frac{E_a - E_F}{kT}} - p$$

on a :

$$E_a - E_F = (E_a - E_v) - (E_F - E_v) \quad \exp - \frac{E_F - E_v}{kT} = \frac{p}{N_v} \quad \text{et} \quad \frac{Nd}{1 + 2 \frac{n}{N_c^*}} - n = \frac{Na}{1 + \frac{p}{2 N_v^*}} - p$$

$$E_F - E_d = (E_c - E_d) - (E_c - E_F) \quad \exp - \frac{E_c - E_F}{kT} = \frac{n}{N_c} \quad \Rightarrow \frac{Nd}{1 + 2 \frac{n}{N_c^*}} - n = \frac{Na}{1 + \frac{p}{2 N_v^*}} - p$$

Soit : a) $\frac{Nd N_c^*}{2n + N_c^*} - n = \frac{2Na N_v^*}{p + 2 N_v^*} - p$ avec $N_c^* = N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT}$
 $N_v^* = N_v \exp - \frac{E_a - E_v}{kT}$

ou b) $\frac{Nd N_c^* - 2n^2 - n N_c^*}{2n + N_c^*} = \frac{2Na N_v^* - p^2 - 2p N_v^*}{p + 2 N_v^*}$

ou c) $\frac{2n^2 + n N_c^* - Nd N_c^*}{2n + N_c^*} = \frac{p^2 + 2p N_v^* - 2Na N_v^*}{p + 2 N_v^*}$

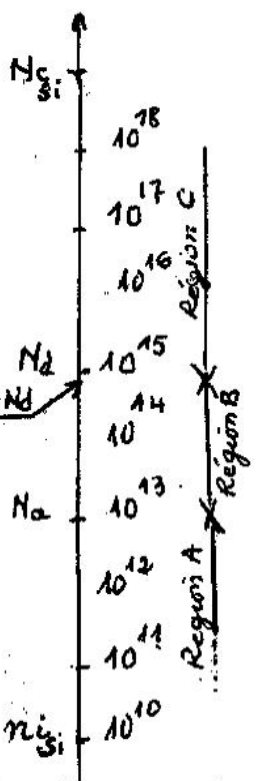
Le calcul montre que la détermination de n et p n'est pas évidente. Pour faciliter le suivi de n et p du s.c.d. type N en fonction de T , prenons l'expression a et l'échelle de la figure ci-contre qui illustre l'exemple du Si dopé avec $Na = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ et $Nd = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ où p est négligeable quelque soit la température :

La relation (a) devient avec $p \ll n$ et $p \ll 2 N_v^*$:

$$\frac{Nd N_c^*}{2n + N_c^*} - n = Na \quad \text{et isolons } N_c^* \text{ (le seul terme contenant } T) : n_{Si}$$

$$\frac{2n (Na + n)}{(Nd - Na) - n} = N_c^* = N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT} \quad (d)$$

Fig. 37. Echelle des densités de charges (cm^{-3})



Remarquons que quand T augmente depuis 0°C jusqu'à des températures plus élevées que l'ambiante, n part de $n=0$ et monte l'échelle en atteignant les valeurs successives : n_{Si} , Na , $Nd - Na$, Nd et Nc .

A $T = 0^\circ\text{K}$, $N_c^* = 0$ ou $n = 0$, ce qui prédit la validité de l'expression (d)

Région A : 1ère Zone d'ionisation : $n_{Si} \ll n \ll Na$ donc $n \ll Nd - Na \approx Nd$

L'expression (d) devient : $\frac{2 Na n}{Nd - Na} = N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT}$

On aura alors :

$$n = \frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT}$$

Région A: 2ème Zone d'ionisation

Si T augmente, n va croître et cette relation reste valable

jusqu'au moment où n devient de l'ordre de grandeur de N_a .

Pour les températures supérieures, n devient de loin supérieur à N_a mais reste inférieur à $N_d - N_a \approx N_d$. Dans le numérateur de l'expression d, N_a est négligé devant n , (d) devient :

$$2n^2 \approx (N_d - N_a) N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT} \quad n \text{ s'écrit :}$$

$$n = \left[\frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c \right]^{1/2} \exp - \frac{E_c - E_d}{2kT}$$

Ces deux relations qui caractérisent l'ionisation des donneurs permettent de définir un interval de températures appelé "zone d'ionisation". Expérimentalement, on utilise ces relations pour déterminer la position du niveau donneur E_d par rapport à E_c . En effet, en mesurant n en fonction de T aux basses températures, la courbe $\ln n = f(1/T)$ va présenter deux

régions linéaires dont les pentes sont proportionnelles à $(E_c - E_d)$.

Région B: zone d'épuisement de l'ionisation.

Par ailleurs, si T continue de croître, tous les électrons des donneurs vont se retrouver dans la bande de conduction (à $T = 0^\circ K$, il y a $(N_d - N_a)$ électrons dans E_d et à T suffisamment élevée, on aura $(N_d - N_a) = n$ électrons dans B.C). Le résultat est retrouvé en résolvant l'équation du second degré en n :

$$\frac{2n^2}{(N_d - N_a) - n} = N_c^* \Leftrightarrow 2n^2 + N_c^* n - N_c^* (N_d - N_a) = 0$$

$$\text{soit } n = \frac{-N_c^* + N_c^* \left(1 + 8 \frac{N_d - N_a}{N_c^*} \right)^{1/2}}{4}$$

Avec les ordres de grandeurs habituels, nous aurons aux températures considérées : $8(N_d - N_a)/N_c^* \ll 1$;

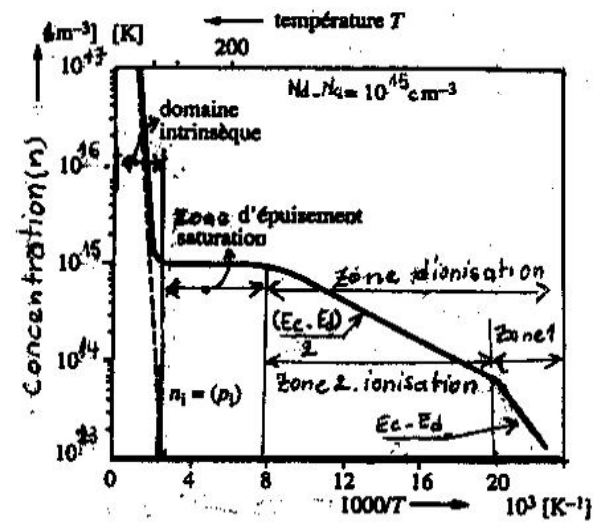
$$n \approx \frac{-N_c^* + N_c^* \left(1 + 4 \frac{N_d - N_a}{N_c^*} \right)}{4} \text{ soit : } n \approx N_d - N_a$$

Ce second interval de températures où l'ionisation est saturée est la zone d'épuisement

Région C : Zone intrinsèque :

Si T continue d'augmenter, on arrivera à un état où la contribution de la bande de valence n'est plus négligeable. Compte tenu du nombre relatif très faible des atomes dopants, la contribution intrinsèque de BV devient rapidement prépondérante et le S.C. va se comporter comme s'il était intrinsèque. On aura $n \approx n_i$, très grand par rapport à $(N_d - N_a)$ qui devient négligeable : On entre alors dans la zone intrinsèque.

Rappelons, que toutes ces relations sont seulement valables pour un semi-conducteur non dégénéré où les taux d'impuretés dopantes sont suffisamment faibles devant les densités effectives N_c et N_v pour que le niveau de Fermi reste entre E_d et E_a .



Pendant les relations suramment utilisées sont évidemment celles qui concernent la température ambiante T_a :

À T_a , tous les atomes d'impuretés sont ionisés : C.à.d. que les niveaux donneurs sont vides et les accepteurs pleins. On aura donc $N_d^+ = N_a$ et $N_a^- = N_a$ de sorte que :

$n - p = N_d - N_a$

a) Pour un matériau S.C. de type N :

$n \gg p$ donc $n \approx (N_d - N_a)$ et

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$$

b) Pour un matériau de type P :

$p \gg n$ donc $p \approx N_a - N_d$ et

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx \frac{n_i^2}{N_a - N_d}$$

Remarques.

De similaires calculs peuvent être menés dans le cas d'un S.C. de type P sans grandes difficultés.

Cas du S.C. de type P. ($N_A \gg N_D$)

Étudions la variation de la concentration des trous en fonction de la température. On part de la relation (a) de neutralité électrique:

$$\frac{2N_A N_V^*}{p + 2N_V^*} - p = \frac{N_D N_C^*}{2n + N_C^*} - n \quad \left| \begin{array}{l} p \gg n \text{ et } 2n \ll N_C^* \\ \text{donc} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2N_A N_V^*}{p + 2N_V^*} - p = N_D, \text{ on isolant } N_V^* \text{ on a:} \\ \frac{p(p + N_D)}{2(N_A - N_D - p)} = N_V^* = N_V \exp - \frac{E_a - E_V}{kT} \end{array} \right. \rightarrow (d')$$

(d') montrant que $p=0$ pour $T=0^\circ K$

Avec la relation (d'), suivons la variation de p avec T : à $T=0^\circ K$, $p=0$ et quand T augmente, p croît et atteint progressivement N_D , $N_A - N_D$, N_A et enfin N_V .

i) 1^{ère} zone d'ionisation: T est tel. que $p \ll N_D \ll N_A - N_D$, appliqué à (d')

on aura:
$$p = \frac{2N_V(N_A - N_D)}{N_D} \exp - \frac{E_a - E_V}{kT}$$

C'est l'équation d'une droite dans une échelle semi-logarithmique. Sa pente est égale à $P_1 = -(E_a - E_V)/k$.

ii) 2^{ème} zone d'ionisation: T est ensuite tel que $N_D \ll p \ll (N_A - N_D)$,

(d') conduit alors à:
$$p = [2N_V(N_A - N_D)]^{1/2} \exp - \frac{E_a - E_V}{2kT}$$

On aura une deuxième droite dans le même type d'échelle, de pente $P_2 = -\frac{E_a - E_V}{2k}$.

iii) Zone d'épuisement: T est tel que $p \approx N_A - N_D$. Ce qui conduit à

la relation déduite de (d'):
$$\frac{p^2}{2(N_A - N_D - p)} = N_V^* \Rightarrow p^2 + 2N_V^*p - 2N_V^*(N_A - N_D) = 0$$

$$p = -N_V^* + N_V^* \left(1 + 2 \frac{N_A - N_D}{N_V^*} \right)^{1/2} \approx -N_V^* + N_V^* \left(1 + \frac{1}{2} \frac{2(N_A - N_D)}{N_V^*} \right) = N_A - N_D.$$

p dans cette zone est constant. Il est représenté par une portion de droite horizontale.

iv) Zone intrinsèque: T est tel que $p \gg N_A$, la relation (d') n'est plus

valable. La conduction intrinsèque va s'imposer et on aura: $p = n = n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp - \frac{E_g}{2kT}$ représentée par une droite aux hautes températures, de pente $E_g/2k$.

Nous venons de déterminer la variation, en fonction de T , des porteurs majoritaires de S.C. N et ensuite P.

Il ne faut pas oublier la concentration des porteurs minoritaires qui se déduit en appliquant $n_{\text{maj}} p_{\text{min}} = n_i^2$ (S.C.N) et $p_{\text{maj}} n_{\text{min}} = n_i^2$ (S.C.P) dans chaque zone.

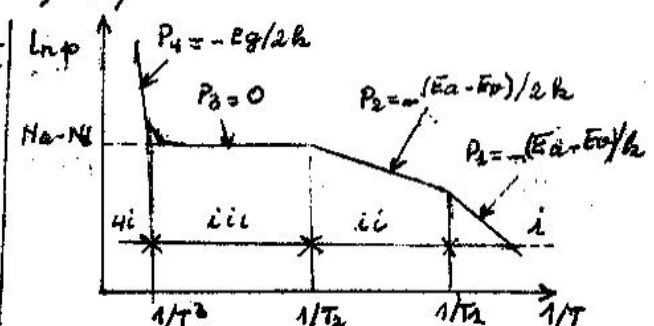


Fig 99. Variation des concentrations de porteurs majoritaires d'un S.C. en fonction de la température T .

Concentration des porteurs minoritaires.

De façon générale, dans un S.C extrinsèque, il existe des porteurs majoritaires et des porteurs minoritaires. La concentration élevée est celle des majoritaires (n électrons dans un S.C. Type N et p trous dans le type P) et la plus faible est celle des minoritaires (p trous dans un S.C type N et n électrons dans le type P). Cette notation habituellement utilisée dans la littérature, peut entraîner des confusions qu'on peut éviter en ajoutant les indices maj et min à n et p dès lors qu'on traite les minoritaires et majoritaires ensemble :

S.C. Type N. ($p_{\min}$, $n_{\max}$)

$$1^{\text{ère}} \text{ zone d'ionisation : } p_{\min} = \frac{n_i^2}{n_{\max}} = \frac{N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right)}{\frac{N_d - N_a}{2 N_a} \cdot N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{kT}\right)}$$

$$p_{\min} = \frac{2 N_a N_v}{N_d - N_a} \exp\left(-\frac{E_d - E_v}{kT}\right)$$

2^{ème} zone d'ionisation :

$$p_{\min} = \frac{n_i^2}{n_{\max}} = \frac{N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right)}{\left[\frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c\right]^{1/2} \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{2 kT}\right)}$$

$$p_{\min} = \left(\frac{2 N_c}{N_d - N_a}\right)^{1/2} N_v \exp\left(-\frac{E_g + (E_d - E_v)}{2 kT}\right) = \left(\frac{2 N_v}{N_d - N_a}\right)^{1/2} n_i \exp\left(-\frac{E_d - E_v}{2 kT}\right)$$

Zone d'épuisement :

$$p_{\min} = \frac{n_i^2}{n_{\max}} = \frac{N_c N_v}{N_d - N_a} \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{kT}\right)$$

$$p_{\min} = \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$$

Zone intrinsèque :

$$n = p = n_i$$

S.C. Type P. ($n_{\min}$ et $p_{\max}$)

$$1^{\text{ère}} \text{ zone d'ionisation : } n_{\min} = \frac{n_i^2}{p_{\max}} = \frac{N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right)}{\frac{2 N_v (N_a - N_d)}{N_d} \exp\left(-\frac{E_a - E_v}{kT}\right)}$$

$$n_{\min} = \frac{N_d N_c}{2 (N_a - N_d)} \exp\left(-\frac{E_c - E_a}{kT}\right)$$

2^{ème} Zone d'ionisation.

$$n_{\min} = \frac{n_i^2}{p_{\max}} = \frac{N_c \cdot N_v \exp - \frac{E_c - E_v}{kT}}{[2N_v (N_a - N_d)]^{1/2} \exp - \frac{E_a - E_v}{2kT}}$$

$$n_{\min} = \left(\frac{N_v}{2(N_a - N_d)} \right)^{1/2} N_c \exp - \frac{E_g + (E_c - E_a)}{2kT} = \left(\frac{N_c}{2(N_d - N_a)} \right)^{1/2} n_i \exp - \frac{E_c - E_a}{kT}$$

Zone d'épuisement:

$$n_{\min} = \frac{n_i^2}{p_{\max}} = \frac{N_c N_v \exp - \frac{E_g}{kT}}{N_a - N_d}$$

$$n_{\min} = \frac{n_i^2}{N_a - N_d}$$

Zone intrinsèque: $n = p = n_i$

Variation du niveau de Fermi E_F en fonction de la concentration de dopage et de la température.

Nous avons calculé le niveau E_F en fonction du niveau intrinsèque E_i (voir page 35):

Situons d'abord E_F par rapport à E_i :

$$E_F - E_i = \frac{kT}{2} \ln \frac{n}{p} \Rightarrow \begin{cases} E_F - E_i = \frac{kT}{2} \ln \frac{n}{p} > 0 \text{ S.C. de Type N. } (n > p) \\ E_F \text{ est au dessus de } E_i, \text{ quelque soit } T. \\ T \text{ est toujours positif} \\ E_F - E_i = \frac{kT}{2} \ln \frac{n}{p} < 0 \text{ S.C. de Type P } (p > n) \\ E_F \text{ est en dessous de } E_i \text{ quelque soit } T. \end{cases}$$

Cependant, il est aussi important de positionner E_F par rapport aux niveaux intrinsèques E_c et E_v . Pour cela, nous donnons une méthode générale pour déterminer E_F afin de suivre la variation de sa position en fonction du dopage et de la température:

S.C. Type N

$$n = N_c \exp - \frac{E_c - E_F}{kT} \text{ d'où } \boxed{E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{n}} \quad (R_2)$$

Suivre E_F en fonction de T , c'est remplacer le paramètre n par son expression dans les quatre zones:

Zone intrinsèque.

$$n = n_i = (N_c \cdot N_v)^{1/2} \exp - \frac{E_g}{2kT} \quad \text{dans } R_1; \quad E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{(N_c \cdot N_v)^{1/2} \exp - \frac{E_g}{2kT}}$$

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_c}{N_v} \quad \text{Par rapport à } E_v$$

$$E_F - E_v = \frac{E_c - E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$$

$$E_F - E_v = \frac{E_c - E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_e^*}$$

$$E_c - E_F = \frac{E_c - E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_e^*}{m_p^*}$$

Zone d'épuisement:

$$n = N_d - N_a \quad \text{dans } R_1; \quad E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{N_d - N_a}$$

$$\text{Par rapport à } E_c \quad E_c - E_F = kT \ln \frac{N_c}{N_d - N_a}$$

$$\text{Par rapport à } E_v \quad E_F - E_v = E_c - E_v - kT \ln \frac{N_c}{N_d - N_a}$$

1ère Zone d'ionisation

$$n = \frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT} \quad \text{dans } R_1; \quad E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{\frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c \exp - \frac{E_c - E_d}{kT}}$$

$$\text{Par rapport à } E_c \quad E_c - E_F = E_c - E_d + kT \ln \frac{2N_a}{N_d - N_a}$$

$$\text{Par rapport à } E_v \quad E_F - E_v = E_d - E_v - kT \ln \frac{2N_a}{N_d - N_a}$$

2ème Zone d'ionisation

$$n = \left[\frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c \right]^{1/2} \exp - \frac{E_c - E_d}{2kT} \quad \text{dans } R_1; \quad E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{\left[\frac{N_d - N_a}{2} \cdot N_c \right]^{1/2} \exp - \frac{E_c - E_d}{2kT}}$$

$$\text{Par rapport à } E_c \text{ et à } E_v: \quad E_c - E_F = E_c - E_d + kT \ln \frac{2N_c}{N_d - N_a}$$

$$E_F - E_v = \frac{E_c - E_d}{2} + \frac{E_d - E_v}{2} - kT \ln \frac{2N_c}{N_d - N_a}$$

Dans ces calculs, on a considéré que le S.C est non dégénéré: (c.à.d. que E_F est dans la (B.I) auquel cas, la distribution de Maxwell-Boltzmann est valable pour l'occupation (par les e^-) de E_c et E_v). Si le S.C est dégénéré: (c.à.d. qu'il est fortement dopé ($N_d \gg N_c$ ou $N_a \gg N_v$)) la distribution de Boltzmann n'est plus valable.

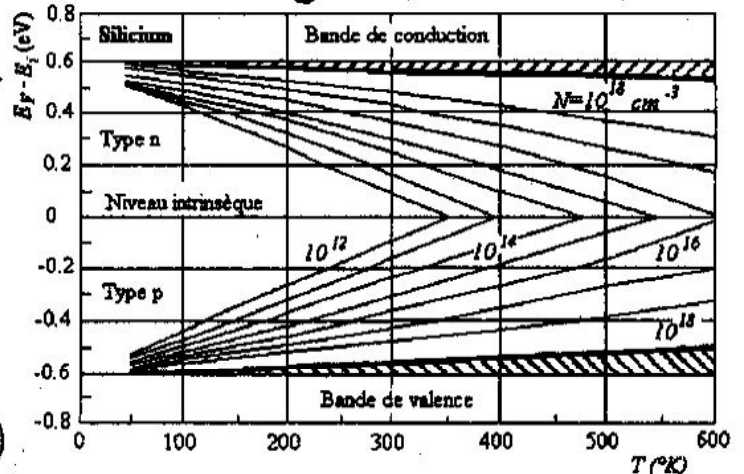


Fig. 40 Variation du niveau de Fermi E_F en fonction de la température pour différentes valeurs de la concentration de dopage pour le silicium (Si).

Semiconducteur hors équilibre.

Rappels sur l'équilibre thermodynamique d'un solide S.C.

A l'état d'équilibre thermodynamique obtenu en fixant la température T et la pression P constantes. Soient par exemple : $T = T_a$ (température ambiante) et $P = P_a$ (Pression atmosphérique), les électrons, dans un S.C. complètement isolé, sont en perpétuel mouvement désordonné qu'on appelle agitation thermique. Dans ce cas, on démontre que les électrons ont une vitesse moyenne nulle observée sur un temps très grand. C'est pour cela qu'aucun courant électrique traversant l'échantillon n'est observé. Si on veut observer un courant traversant l'échantillon (qu'on appelle conduction électrique ou transport de charges) un agent extérieur agissant sur le comportement des électrons est nécessaire tels que : (Champs électrique et magnétique, éclaircissement, bombardement de particules etc.). Dans ce cas, normalement l'échantillon S.C. est hors équilibre. Cependant, si l'effet de l'action extérieure est relativement faible, on peut considérer que le semiconducteur est en équilibre acceptable qu'on appelle "quasi-équilibre". Que ce soit en équilibre ou en quasi équilibre thermodynamique, pour un instant donné, la vitesse de l'électron ne dépend que de la température; celle-ci est appelée vitesse thermique. Elle est donnée par :

$$\frac{1}{2} m v_T^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_T = (3kT/m)^{1/2} \text{ d'où } v_{T=300K} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ cm/s} = 250 \text{ km/s}$$

Action d'un champ électrique sur le mouvement des électrons (Loi d'Ohm).

Sous cette action du champ $\vec{E}$, le mouvement des électrons désordonné auparavant, prend une direction contraire à celle du champ $\vec{E}$ (Force subie par les e^- : $\vec{F} = -q\vec{E}$). Dans le cas où $\vec{E}$ ne dépasse pas une certaine limite ($\vec{E} \leq 10^5 \text{ V/cm}$), on observe

une dérive des électrons avec une vitesse moyenne proportionnelle au champ $\vec{E}$, donnée par:

$$\vec{v}_{dn} = -\mu_n \vec{E} \text{ où } \begin{cases} \vec{v}_{dn} \text{ est la vitesse de dérive ou "Drift"} \\ \mu_n \text{ est la mobilité des } e^- \end{cases}$$

et simultanément la même chose pour les trous:

$$\vec{v}_{dp} = +\mu_p \vec{E} \text{ où } \begin{cases} \vec{v}_{dp} \text{ est la vitesse de dérive (Drift) des trous} \\ \mu_p \text{ est la mobilité des trous} \end{cases}$$

De cela découle les flux d'électrons et de trous à travers la section du S.C qu'on appelle densité de courant, soient:

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= (-q)n(\vec{v}_{dn}) \text{ pour les électrons (e de BC)} \\ \vec{J}_p &= +q p(\vec{v}_{dp}) \text{ pour les trous (e de BV)} \end{aligned}$$

On en déduit:

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= +q n \mu_n \vec{E} = \sigma_n \vec{E} \\ \vec{J}_p &= +q p \mu_p \vec{E} = \sigma_p \vec{E} \end{aligned} \text{ or } \vec{J}_{tot} = \vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$$

$$\text{On aura: } \vec{J}_{tot} = \vec{J} = (\sigma_n + \sigma_p) \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

Cette expression est la loi d'Ohm où σ est la conductivité du semiconducteur:

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p$$

$$\boxed{\sigma = q n \mu_n + q p \mu_p}$$

Remarque: La mobilité est liée à la masse effective du porteur de charge et caractérise sa capacité de se déplacer dans le solide semiconducteur. (On rappelle que la masse effective a été introduite pour représenter l'effet du milieu cristallin sur le déplacement des électrons). De façon générale, on a:

$$\mu \left[\frac{m^2}{Vs} \right] = \frac{q\tau}{m^*}$$

où

$$\begin{cases} \text{Pour le porteur considéré:} \\ m^* = \text{masse effective} \\ \tau = \text{temps de relaxation} \end{cases}$$

Dimension de la mobilité des porteurs de charges:

$$\text{Nous avons } |\vec{v}_d| = \mu |\vec{E}| \Rightarrow [\mu] = [v_d] / [E] = \frac{m \cdot s^{-1}}{V/m}$$

Ainsi donc l'unité de la mobilité est: $[\mu] = [m^2/Vs]$

Résistivité et effet Hall.

a) La résistivité d'un matériau (habituellement notée ρ) est un paramètre fondamental. Par définition, c'est l'inverse de la conductivité ($\sigma = 1/\rho$) selon la loi d'Ohm:

$\Delta V = RI$ ou $J = \sigma E = (1/\rho)E$, (avec E champ électrique généré par ΔV)
où ΔV est la d.d.p. (différence de potentiels) appliquée aux bornes d'un échantillon de section S et de longueur l , il sera parcourue par un courant I (ou une densité de courant ($J = I/S$)), imposé par la résistance électrique (R) qui est fonction de la résistivité (ρ) du matériau et de sa géométrie (S et l). On a:

$$\Delta V = RI \text{ ou } R = \frac{\Delta V}{I} = \rho \frac{l}{S} \text{ d'où } \frac{\Delta V}{l} = \rho \frac{I}{S} \Leftrightarrow E = \rho J \text{ ou } J = \sigma E$$
$$\Delta V = RI \Leftrightarrow J = \sigma E \Leftrightarrow E = \rho J \quad (\text{loi d'Ohm})$$

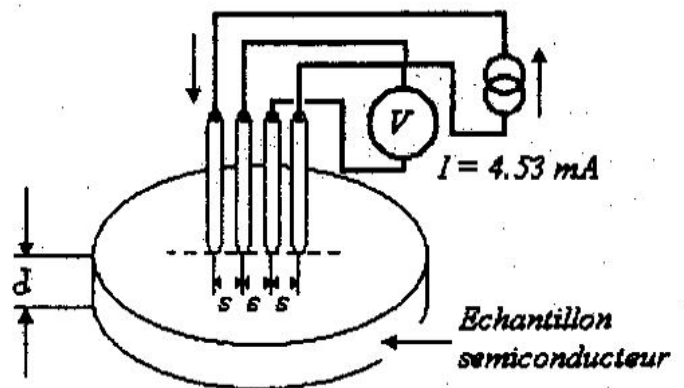
b) Mesure de résistivité:

i) Pour déterminer la résistivité d'un matériau, on prépare un échantillon de ce matériau avec une section S et une longueur l connues. On lui applique une d.d.p. (ΔV) à ses sections et on mesure le courant I qui le traverse. La résistivité est donnée par:

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} \frac{S}{l} \quad [S] = \text{cm}^2 \text{ et } [l] = \text{cm}$$
$$[\Delta V] = \text{Volt et } [I] = \text{Ampère.}$$

ii) La méthode des quatre pointes.

Elle est couramment utilisée sur les plaquettes de semi-conducteurs (Si, AsGa etc) et sur les couches minces. Comme c'est indiqué sur la figure ci-contre, elle est pourvue de quatre pointes (alignées) dont les deux extrêmes sont utilisées pour injecter dans le matériau un courant (I) généré par une source.



Mesure de résistivité par la méthode des quatre pointes.

de courant. On mesure ensuite la d.d.p. (V) qui apparaît entre les deux autres pointes. On montre que si l'épaisseur d de l'échantillon est très faible devant sa longueur et également par rapport à la distance s entre pointes, la résistivité est donnée par :

$$\rho = \left(\frac{\pi}{\ln 2} \frac{V}{I} \cdot d \right) = 4,53 d \frac{V}{I}$$

et la résistance par carré, par : $R_{\square} = \frac{\rho}{d} = 4,53 \frac{V}{I}$

Dans la pratique, on utilise un courant de 4,53 mA et on exprime V en mV, pour avoir une lecture directe de $R_{\square}$.

c) L'effet Hall: Il est utilisé en association avec les mesures de résistivité et il permet de déterminer le type de conduction (n ou p), la mobilité et la concentration des porteurs (n ou p), des S.C. dopés.

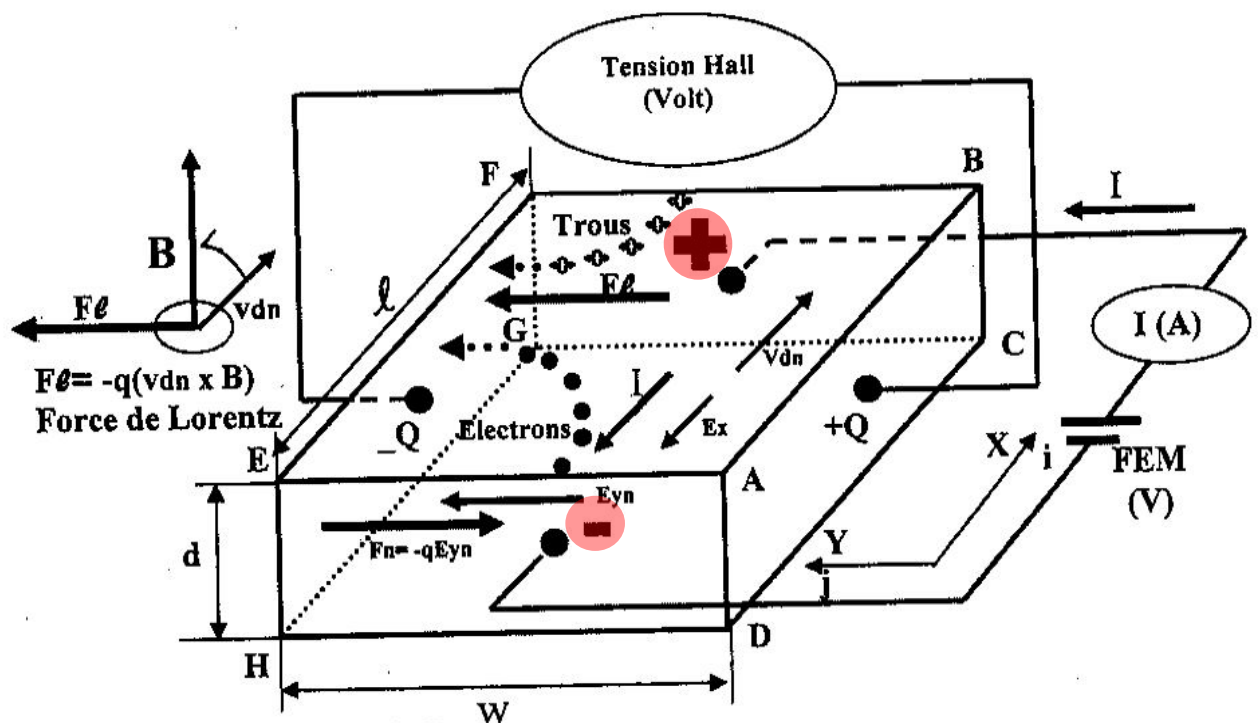


FIG: Schéma de l'effet Hall.

i / Semiconducteur de type N

Sur la figure ci-dessus est donné le schéma de son principe où on considère un échantillon de semiconducteur dopé N dont la

conduction par trous est négligeable et qui a la forme parallélépipédique de largeur w , d'épaisseur d et de longueur l . Les sommets de l'échantillon sont notés ABCD et EFGH. Sur les faces opposées ADHE(-) et BCGF(+) est appliquée une ddp (ΔV) provoquant un courant I indiqué en respectant la polarité signalée. Il se crée alors un champ électrique $\vec{E}_x$ qui va provoquer le déplacement d'électrons majoritaires de la face(-) à la face(+) avec une vitesse de dérive $\vec{v}_{dm}$ telle que $I/(w.d) = J_m = -q n \vec{v}_{dm} = q n \mu_n \vec{E}_x = \sigma_n \vec{E}_x$. Sachant que $|\vec{E}_x| = \Delta V/l$ et en mesurant le courant I on a accès à la connaissance de la résistivité de l'échantillon : $\rho (\Omega \cdot \text{cm}) = \frac{\Delta V}{I} \cdot \frac{w.d}{l}$.

Si on applique en plus du champ électrique $\vec{E}_x$, un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à la face ABFE, ce dernier va dévier les électrons vers la face EFGH grâce à la force de Lorentz donnée par $\vec{F}_{\ell} = -q (\vec{v}_{dm} \wedge \vec{B})$. Au bout d'un certain temps transitoire, l'accumulation de charges négatives sur la face EFGH va donner naissance à un autre champ électrique $\vec{E}_y$ qui, à son tour, va créer une force $\vec{F} = -q \vec{E}_y$ opposée à la force de Lorentz $\vec{F}_{\ell}$ (voir figure). Ces deux forces vont s'équilibrer ($\vec{F}_{\ell} = -q \vec{E}_y$) à la fin de ce régime transitoire, permettant aux électrons de reprendre leur chemin initial de la face(-) à la face(+) et la tension Hall (Volt) est mesurée entre les faces EFGH et ABCD.

Selon les sens pris positifs indiqués sur la figure, on aura :

$$q v_{dm} B - q E_y = 0 \Rightarrow E_y = v_{dm} \cdot B \quad (1)$$

$$\text{or: } \left. \begin{array}{l} J = -q n v_{dm} \\ \text{et } J = I/(w.d) \end{array} \right\} -q n v_{dm} = \frac{I}{w.d} \Rightarrow v_{dm} = -\frac{I}{w.d} \times \left(\frac{1}{nq}\right) \quad (2)$$

$$1 \text{ et } 2 \Rightarrow E_y = v_{dm} \cdot B \text{ soit } E_y = \frac{I}{w.d} \times \left(\frac{1}{nq}\right) \text{ et d'ici, on déduit}$$

que la différence de potentiels ($\Delta \phi$) entre les faces EFGH et ABCD qu'on désigne par la tension Hall (V_H), est donnée par: $E_y = V_H / w$ donc

$$V_H = E_y \cdot w \implies V_H = (-1/nq) \cdot \frac{I_B}{d} = R_{Hn} \frac{I_B}{d} \text{ soit } V_H = R_{Hn} \frac{I_B}{d}$$

où $R_{Hn} (\text{cm}^3/\text{Coulomb}) = (-1/nq)$ est la constante de Hall donnée également par:

$$R_{Hn} = \frac{V_H \cdot d}{I_B} = -\frac{1}{nq}$$

ii/ Semiconducteurs de type (P).

Remarquons que sur la figure précédente, est représenté par des signes (+) le déplacement des trous, porteurs minoritaires, provoqué simultanément avec celui des électrons par la F.E.M. appliquée. Les trous et les électrons ont des sens de déplacement opposés mais s'accumulent sur la même face EFGH car $\vec{v}_{dp}$ et $\vec{v}_{dn}$ sont de sens contraire et les forces de Lorentz des trous $\vec{F}_{pl}$ et des électrons $\vec{F}_{nl}$ ont le même sens que $\vec{F}_l$. Seuls $\vec{E}_p$ et $\vec{E}_n$ sont opposés et créent des forces $\vec{F}_n = -q \vec{E}_n$ et $\vec{F}_p = q \vec{E}_p$ de même sens. ($\vec{v}_{dp}$, $\vec{F}_{pl}$, $\vec{E}_p$ et $\vec{F}_p$) n'ont pas été représentés pour éviter de surcharger la figure. On aura donc pour un S.C.(P):

$$V_{Hp} = (1/pq) \cdot \frac{I_B}{d} = R_{Hp} \frac{I_B}{d} \text{ pour la tension Hall (S.C.(P))}$$

$$R_{Hp} = (1/pq) = \frac{V_{Hp} \cdot d}{I_B} \text{ pour la constante Hall (S.C.(P))}$$

C'est la mesure de la tension Hall (V_H) qui permet de distinguer entre les deux types de semiconducteurs (N) et (P): Si le pôle positif du voltmètre mesurant la tension Hall est branché sur la face EFGH et s'il indique une tension négative, la conduction est dominée par les électrons (donc majoritaires) et le S.C est du type N. Si l'indication est positive, le transport de charge est assuré par les trous majoritaires et le S.C est du type P.

Ainsi donc en mesurant la tension Hall, on aura les concentrations des porteurs, données par:

$$p_{\text{maj}} = \frac{1}{|R_{Hp}| q}, \quad n_{\text{min}} = \frac{n_i^2}{p_{\text{maj}}} \text{ pour un S.C. Type P}$$

$$n_{\text{maj}} = \frac{1}{|R_{Hn}| q}, \quad p_{\text{min}} = \frac{n_i^2}{n_{\text{maj}}} \text{ pour un S.C Type N}$$

Par ailleurs, si on mesure la tension V_{AB} entre les faces BCGF et AEHD, on a accès à la mesure de la résistivité donnée par

$$\rho = \frac{V_{AB}}{I} \frac{wd}{l}$$

Les mobilités des porteurs majoritaires peut être également déterminée à partir $\sigma_n = \frac{1}{\rho_n} = qn\mu_n$ et $\sigma_p = \frac{1}{\rho_p} = qp\mu_p$.

$$\mu_n = \frac{1}{qn} \times \frac{1}{\rho_n} = \frac{R_{HN}}{\rho_n} \quad \text{pour un S.C Type N}$$

$$\mu_p = \frac{1}{qp} \times \frac{1}{\rho_p} = \frac{R_{HP}}{\rho_p} \quad \text{pour un S.C type P}$$

Remarques:

- Pour un semiconducteur présentant les deux types de conduction (S.C intrinsèque ($n \approx p$) ou compensé ($N_A \sim N_D$)), l'application de l'effet Hall est difficile car $\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$.

- Pour un métal la constante de Hall est très faible ($n \approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$). L'effet Hall est difficilement applicable (la tension Hall qui est très faible, est difficile à mesurer)

- Pour un isolant, le courant de polarisation est faible donc difficile à mesurer en mode DC, Le mode AC est recommandé.

**TABEAU 1 : PROPRIÉTÉS IMPORTANTES DU GERMANIUM, SILICIUM, ARSÉNIURE DE GALLIUM
ET OXYDE DE SILICIUM À 27 °C**

	Ge	Si	GaAs	SiO ₂
Poids atomique ou moléculaire	72,60	28,09	144,63	60,08
Atomes ou molécules/cm ³	$4,42 \times 10^{22}$	$5,00 \times 10^{22}$	$2,21 \times 10^{22}$	$2,3 \times 10^{22}$
Structure du cristal	Diamant 8 atomes/maille élémentaire	Diamant 8 atomes/maille élémentaire	Zinc-blende 8 atomes/maille élémentaire	Tétraèdres de SiO ₄ disposés au hasard 50 % liaisons covalents 50 % liaisons ioniques
Constante du réseau (Å)	5,66	5,43	5,65	—
Masse spécifique, m (g/cm ³)	5,32	2,33	5,32	2,27
Énergie de la bande interdite (eV)	0,67	1,11	1,40	≈ 8
Densité effective d'états énergétiques: dans la bande de conduction N_c (at-cm ⁻³) dans la bande de valence N_v (at-cm ⁻³)	$1,04 \times 10^{19}$ $6,0 \times 10^{18}$	$2,8 \times 10^{19}$ $1,04 \times 10^{19}$	$4,7 \times 10^{17}$ $7,0 \times 10^{18}$	—
Concentration intrinsèque de porteurs n_i (at-cm ⁻³)	$2,4 \times 10^{13}$	$1,45 \times 10^{10}$	≈ 9×10^6	—
Mobilités pour un matériau intrinsèque (cm ² /V.s) des électrons des trous	3900 1900	1350 480	8600 250	Isolant; $\rho > 10^{16} \Omega \cdot \text{cm}$ à 300 °K
Constante diélectrique	16,3	11,7	12	3,9
Champ provoquant le claquage (V/μm)	~ 8	~ 30	~ 35	~ 600
Point de fusion (°C)	937	1415	1238	~ 1700
Tension de vapeur (Torr)	10^{-7} à 880 °C 10^{-9} à 750 °C	10^{-5} à 1250 °C 10^{-7} à 1050 °C	1 à 1050 °C 100 à 1220 °C	10^{-3} à 1450 °C 10^{-1} à 1700 °C
Chaleur spécifique, C_p (joule/g °C)	0,31	0,7	0,35	1,0
Conductivité thermique k_{th} (watt/cm °C)	0,6	1,5	0,81	0,014
Diffusivité thermique $\alpha = \frac{k_{th}}{\rho C_p} \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right)$	0,36	0,9	0,44	0,006
Coefficient linéaire de dilatation thermique $\frac{\Delta L}{L \Delta T} \left(\frac{1}{^\circ\text{C}} \right)$	$5,8 \times 10^{-6}$	$2,5 \times 10^{-6}$	$5,9 \times 10^{-6}$	$0,5 \times 10^{-6}$

Éléments de physique des semi-conducteurs

Formules importantes des semi-conducteurs à l'équilibre

Notion de durée de vie des porteurs de charges

L'état d'équilibre d'un semiconducteur, ne suppose nullement que les électrons restent indéfiniment dans le même état d'énergie. Au contraire, des transitions se produisent en permanence d'un état à autre. Cependant, l'état d'équilibre stipule seulement que globalement, le nombre d'électrons dans un état donné reste constant. Les transitions d'électrons sont régies par des processus de génération-recombinaison que l'on représente dans le schéma suivant :

A = Génération de paires électrons-trous (e-t)

(électrons dans BC et trous dans BV)

A' = Recombinaison de paires (e-t)

B = Génération d'électron dans BC.

B' = Recombinaison d'électrons dans BC.

(Électron piégé)

C = Génération de trou dans BV

C' = Recombinaison de trou dans BV

(Trou piégé)

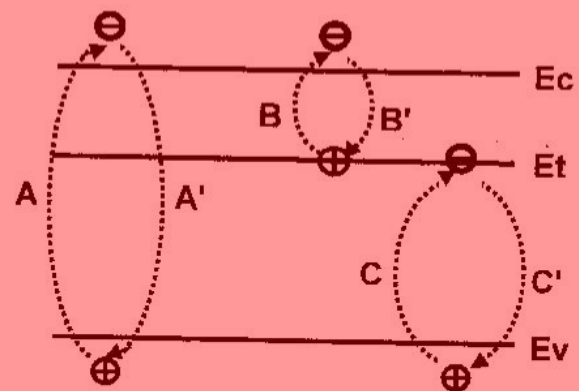


Fig. Processus de génération et de recombinaison de porteurs de charges. $\ominus$ = Electron, $\oplus$ = Trou. Et = Niveau d'impureté (Piège de porteurs = 'Trap')

La génération est accompagnée par une absorption d'énergie par les porteurs de charges. Celle-ci est fournie soit par le cristal ou par une excitation extérieure (Éclairement, polarisation électrique, bombardement de particules etc). La recombinaison est suivie d'une restitution d'énergie au cristal ou au milieu extérieur (Emission de photons).

À l'équilibre thermodynamique, les concentrations (n et p) de porteurs sont maintenues constantes (avec $np = n_i^2$) par un équilibre entre la génération et la recombinaison thermique des porteurs. On aura :

$$G_{th} - R_{th} = 0 \quad \text{où} \quad \begin{aligned} G_{th} &= \text{Taux de Génération,} \\ R_{th} &= \text{Taux de Recombinaison,} \end{aligned}$$

G_{th} = nombre de porteurs par unité de volume et de temps qui apparaissent ($\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$)

R_{th} = nombre de porteurs par unité de volume et de temps qui disparaissent ($\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$)

Si on éclaire le cristal avec une lumière telle que l'énergie des photons est supérieure à E_g , pour chaque photon absorbé, il va y avoir une paire (e-b) générée. Cependant si on éclaire indéfiniment, le nombre de porteurs générés ne va pas devenir infini mais va être stabilisé par un processus de recombinaison qui fait en sorte que les densités de porteurs vont se stabiliser à des valeurs constantes n et p telles que $n \cdot p \neq n_i^2$. Si G et R sont les taux de génération et de recombinaison réalisés, on aura :

(1) $R = a(n - n_0) = \frac{n - n_0}{\tau}$ avec $a = \frac{1}{\tau}$ et n_0 = densité d'électrons à l'équilibre thermodynamique où $n_0 \cdot p_0 = n_i^2$.

(2) $dn = (G + G_{th} - R_{th} - R) dt$ d'où $(dn/dt) = (G - R)$ avec à $t=0$, $G=0$.

On a donc : $\frac{dn}{dt} = G - \frac{n - n_0}{\tau}$ ou $\frac{d(n - n_0)}{dt} = G - \frac{n - n_0}{\tau}$

Soit : $\frac{d(n - n_0)}{dt} + \frac{(n - n_0)}{\tau} = G$ avec à $t=0$ $G=0$ et $n = n_0$ (A)

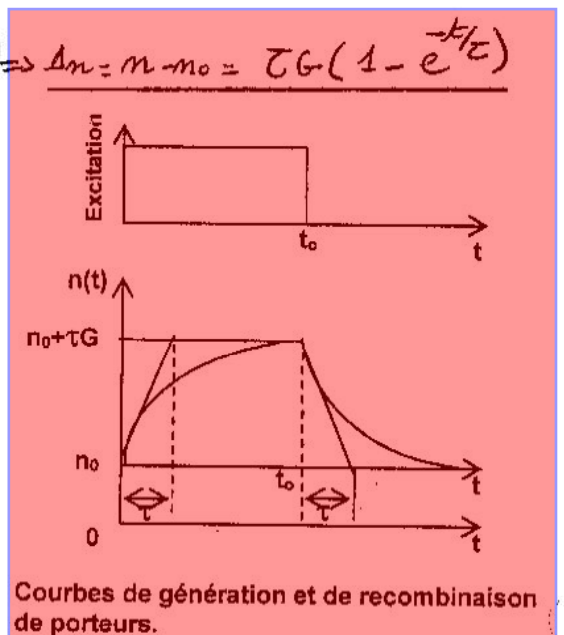
La solution de l'équation est la somme des deux solutions :

Solution 1: $(n - n_0)_1 = C e^{t/\tau}$ dans (A) $\Rightarrow 0 + \frac{(n - n_0)_1}{\tau} = G \Rightarrow (n - n_0)_1 = \tau G$
donc $\frac{d(n - n_0)_1}{dt} = 0$

Solution 2: $\frac{d(n - n_0)_2}{dt} + \frac{(n - n_0)_2}{\tau} = 0 \Rightarrow \frac{d(n - n_0)_2}{(n - n_0)_2} + \frac{dt}{\tau} = 0 \Rightarrow (n - n_0)_2 = -\tau G e^{-t/\tau}$

On a donc : $\Delta n = n - n_0 = (\tau G) + (-\tau G e^{-t/\tau}) \Rightarrow \Delta n = n - n_0 = \tau G (1 - e^{-t/\tau})$

Cette équation décrit également que si on arrête l'éclairement ($G=0$), le cristal revient à l'état initial en traversant une période transitoire décrite par : $\Delta n = n - n_0 = \tau G e^{-t/\tau}$ qu'on obtient en résolvant l'équation (A) avec les conditions initiales suivantes : A $t=0$, on a $\Delta n = n - n_0 = \tau G$ et $\frac{d\Delta n}{dt} = -\frac{n - n_0}{\tau}$



excédentaires. C'est le temps au bout duquel l'excès de porteurs ($n - n_0$) est réduit dans le rapport (e) par unité de temps.

Il est très important de remarquer que seule la durée de vie des porteurs minoritaires est à considérer dans un d.c. extrinsèque.

L'exemple suivant permet d'illustrer cette situation:

Soit un échantillon Si de type (N) dopé avec $N_d = 6,0 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ atomes (P) donneurs. A la température ambiante ($T = 300 \text{ K}$), tous les atomes de phosphore sont ionisés, on a donc:

$$T = 300 \text{ K}, \rho = 1 \Omega \text{ cm} \Rightarrow N_d = 6,0 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}, n_i = 1,19 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_0 = N_d = 6,0 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow p_0 = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{1,42 \cdot 10^{20}}{6,0 \cdot 10^{15}} \Rightarrow p_0 = 2,4 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

Si on éclaire cet échantillon avec une lumière dont les photons ont une énergie $E_{ph} > E_g(\text{Si}) = 1,12 \text{ eV}$ donc dont la longueur d'onde est inférieure à $1,1 \mu\text{m}$, des paires e-t sont générées provoquant ainsi des excès de porteurs $\Delta n = \Delta p = 10^4 \text{ cm}^{-3}$. Les variations relatives des porteurs majoritaires et minoritaires sont respectivement données par:

$$\frac{\Delta n}{n_0} = \frac{10^4}{6,0 \cdot 10^{15}} \simeq 0 \%$$

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{10^4}{2,4 \cdot 10^4} = 41 \%$$

Ainsi donc, la concentration des porteurs majoritaires reste inchangée et celle des porteurs minoritaires est drastiquement augmentée. Il faut noter que cela est observé dans une situation particulière où on injecte un faible taux de porteurs. Ce qui entraîne de distinguer deux cas de façon générale:

- a) Si $\Delta n = \Delta p \ll N_d$, on a le régime de faible niveau d'injection,
- b) Si $\Delta n = \Delta p \gg N_d$, on a le régime de fort niveau d'injection.

Dans le premier cas, la concentration des majoritaires reste inchangée, alors que celle des minoritaires subit de très fortes variations relatives. C'est donc la durée de vie des porteurs

régime stationnaire hors équilibre ou il revient à l'équilibre. C'est ce qui rend la durée de vie des porteurs minoritaires importante et il faut noter qu'elle dépend du taux de recombinaison car $\tau = (n - n_0) / R$.

Equations fondamentales dans un s.c hors équilibre.

De façon générale, quand un s.c est hors équilibre thermodynamique, on le traite avec les cinq équations suivantes pour décrire son état spatio-temporel en chacun de ses points de position $\vec{r}$ et à chaque instant (t) .

$$1. \frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{n - n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_n \quad n = n(\vec{r}, t), p = p(\vec{r}, t) \text{ les concentrations } \bar{e} \text{ et } \bar{h}$$

avec τ_n, τ_p les durées de vie des $\bar{e}$ et $\bar{h}$.

$$2. \frac{\partial p}{\partial t} = G_p - \frac{p - p_0}{\tau_p} - \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_p \quad G_n, G_p \text{ les taux de générations des } \bar{e} \text{ et } \bar{h}$$

$\vec{J}_n$ et $\vec{J}_p$ les densités de courant des $\bar{e}$ et $\bar{h}$

$$3. \vec{J}_n = q n \mu_n \vec{E} + q D_n \operatorname{grad} n$$

$$\vec{J} = \vec{J}_n(\vec{r}, t) + \vec{J}_p(\vec{r}, t) \text{ est la densité de courant totale.}$$

$$4. \vec{J}_p = q p \mu_p \vec{E} - q D_p \operatorname{grad} p$$

q , la densité de charges

$$5. \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} (p - n + N_d - N_a) \text{ avec } N_d, N_a, \text{ les concentrations des dopants}$$

ϵ_0 , la permittivité diélectrique du s.c.

Les équations de continuités : 1. et 2.

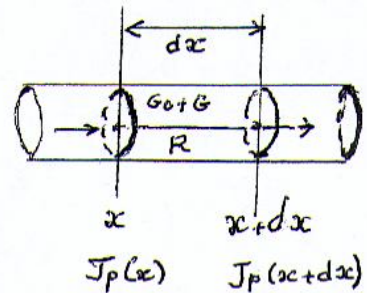
$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} \left(\frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial t} \right)$ représente la variation temporelle locale de la concentration des électrons (trous). Cette variation est égale à la génération moins la recombinaison locales des électrons (trous) plus les électrons (trous) ramenés par le courant $\vec{J}_n$ ($\vec{J}_p$) moins les électrons (trous) emmenés par les courants. Ces équations dérivent de celle de Maxwell :

$$\operatorname{div} \vec{J}_{n(p)} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial [q(p - n + N_d - N_a)]}{\partial t}$$

L'établissement de ces équations de continuité est donné en annexe 4.

Annexe 4: Forme originale des équations de continuité: Justification de son existence.

Si l'excitation subie par un S.C. est non uniforme sur le plan spatiotemporel, les concentrations des porteurs de charges ne sont pas évidemment uniformes en fonction du temps dans le volume du S.C. Il y aura une diffusion des porteurs en excès générés localement qui va s'accompagner de recombinaison. Les équations qui vont régir la décroissance des porteurs en excès vers leur concentration d'équilibre vont évidemment dépendre de l'espace et du temps. C'est donc des équations aux dérivées partielles spatiotemporelles que l'on désigne par équations de continuité. Pour simplifier les calculs, on prendra le cas unidimensionnel que l'on peut représenter par un échantillon cylindrique uniforme de section S , de longueur orientée vers la direction x et de type N . Si à chaque valeur de x , les concentrations des porteurs ($n(x)$ et $p(x)$) sont différentes, on peut supposer qu'aux abscisses x et $x+dx$, les injections de porteurs de charges sont différentes aux points x et $x+dx$: On traitera la variation des trous (minoritaires) car ce sont les porteurs qui vont contrôler le retour à l'équilibre. Si on considère que le S.C. est soumis à un niveau de faible injection, la variation du nombre de trous entre x et $x+dx$ par unité de temps est: $\left[\frac{\partial(P-P_0)}{\partial t} \cdot S \cdot dx \right] \equiv \delta^{-1}$, Cette variation en fonction du temps est contrôlée par la génération et la recombinaison dans le volume $S dx$. En effet, le nombre de trous qui rentrent par unité de temps en x est $(J_p(x) \cdot S/q)$, celui des trous qui en sortent par unité de temps en $(x+dx)$ est donné par $(J_p(x+dx) \cdot S/q)$. Dans ce volume, il se crée $(G_p(x) + G_0) S dx$ et il se recombinaient $R S dx$. Soit en considérant que ce qui rentre est égal à ce qui sort par unité de temps:



$$\frac{\partial (P - P_0)}{\partial t} \cdot S dx = \frac{S}{q} [J_p(x) - J_p(x+dx)] + (G_p(x) + G_0 - R) S dx$$

$$\frac{\partial (P - P_0)}{\partial t} = - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p(x)}{\partial x} + G_p(x) + G_0 - R.$$

De même pour les électrons (minoritaires) dans un s.c de type P:

$$\frac{\partial (n - n_0)}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n(x)}{\partial x} + G_n(x) + G_0 - R.$$

Etat stationnaire sous une excitation permanente.

$$\frac{\partial (P - P_0)}{\partial t} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + G_p(x) + G_0 - R.$$

Si l'excitation est uniforme:

$$\frac{\partial J_p}{\partial x} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial (P - P_0)}{\partial t} = G_p(x) + G_0 - R.$$

Si l'excitation uniforme est supprimée:

$$\frac{\partial (P - P_0)}{\partial t} = G_0 - R = - \frac{P - P_0}{\tau_p}$$

Les équations 3. et 4.

Lorsque dans un cristal, les porteurs de charges (e^- et tr) ne sont pas uniformément repartis ou lorsque la température n'est pas uniforme ou de façon générale, l'énergie du cristal n'est pas uniformément répartie, il apparaît un déplacement de ces porteurs de façon à rendre uniforme la répartition d'énergie. Ce déplacement est identifié à un phénomène de diffusion régi par les équations de Fick :

$$\vec{J}_n = q D_n \text{grad } n \quad \text{ou} \quad D_n \text{ est le coefficient de diffusion des } e^-$$

$$\vec{J}_p = -q D_p \text{grad } p \quad \text{ou} \quad D_p \text{ est le coefficient de diffusion des } tr.$$

avec $D_n = \mu_n \frac{kT}{q}$ et $D_p = \mu_p \frac{kT}{q}$ d'où $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$

Si on applique en plus un champ électrique à l'échantillon s.c. :

$$\vec{J}_n = q (n \mu_n \vec{E} + D_n \text{grad } n)$$

$$\vec{J}_p = q (p \mu_p \vec{E} - D_p \text{grad } p)$$

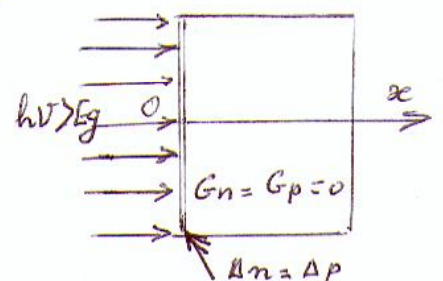
L'équation 5.

Elle dérive de celle de Maxwell et qu'on appelle équation de Poisson : Elle permet de décrire la répartition de charges statiques dans le cristal et permet donc d'établir le champ et le potentiel électrostatique.

Propagation des porteurs par diffusion : Notion de longueur de diffusion :

Soit un s.c. ayant une surface plane. Supposons qu'on crée par éclairage un excès de porteurs $\Delta n = \Delta p$ et que toute la lumière est absorbée en surface pour avoir $G_n = G_p = 0$ à l'intérieur du volume : Deux phénomènes vont se produire simultanément

1° Une diffusion des porteurs en excès vers l'intérieur du s.c. où les concentrations n_0, p_0 n'ont pas changé.



2) Une recombinaison des porteurs au cours de leur diffusion.
 Pour simplifier, on considère seulement la diffusion dans la direction x perpendiculaire à la face éclairée.

$$\vec{J}_n = q n \mu_n \vec{E} + q D_n \text{grad } n \quad \text{avec } \vec{E} = 0$$

$$\vec{J}_n = q D_n \text{grad } n \Leftrightarrow J_x = q D_n \frac{dn}{dx}$$

On a donc le système suivant:

$$J_n = q D_n \frac{dn}{dx} \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - \frac{n-n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \text{div} \vec{J}_n \quad (2) \quad \text{avec } G_n = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (\text{régime permanent}).$$

1 dans 2 donne: $-\frac{n-n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \frac{d}{dx} \left(q D_n \frac{dn}{dx} \right) = 0$

finalement on obtient l'équation différentiel du second degré en x :

$$\frac{d^2(n-n_0)}{dx^2} - \frac{(n-n_0)}{L_n^2} = 0 \quad \begin{array}{l} x=0 \quad n = n(x=0) \\ x \rightarrow \infty \quad n = n_0 \end{array}$$

on obtient:

$$(n-n_0) = (n(x=0) - n_0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) \quad \text{avec } L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

L_n est appelée longueur de diffusion des porteurs. C'est la longueur au bout de laquelle la concentration initiale des porteurs en excès est divisée par e .