MASTER : PIRM 2020 Corrigé Application 1 dont l'énoncé a été envoyé par e mail aux étudiants

Application 1 : Emission induite dans une vapeur atomique

Le système atomique en question est supposé être formé d'atomes à 2 niveaux non dégénérés

1°) a) Puissance d'émission spontanée dP émise par un élément de volume $d\tau$:

$$dP = A N_2 h\nu_0 \, d\tau \quad [W]$$

A étant la probabilité par seconde d'émission spontanée associée à la transition $1 \longrightarrow 2$

$h\nu_0$ est l'énergie du photon émis par émission spontanée

N_2 étant la densité de population du niveau 2 lors de l'émission

1°) b) L'émission se fait dans toutes les directions d'une manière isotrope à partir de l'élément de volume $d\tau$, donc :

$$dI = \frac{dP}{S}$$

S étant la surface de la sphère distance de r de $d\tau$ qu'on peut assimiler à un point.

$$S = 4\pi r^2$$

$$dI = \frac{dP}{4\pi r^2} = \frac{A N_2 h\nu_0 \, d\tau}{4\pi r^2} \quad [W.m^{-2}]$$

2°) u étant la densité d'énergie

Nous avons vu en cours que $dI = c\,du$

c étant la vitesse de la lumière dans le vide

$$du = \frac{dI}{c} = \frac{A N_2 h \nu_0 \, d\tau}{4\pi r^2 c} \qquad [J.m^{-3}]$$

3°) La densité spectrale d'énergie étant l'énergie par unité de volume (densité d'énergie) et par unité de fréquence définie dans l'intervalle spectral $[\nu, \nu+d\nu]$ par la relation : $du = \rho(\nu) d\nu$

Densité spectrale énergétique $d\rho$ créée à la distance r par l'élément de volume $d\tau$: $d\rho = \frac{du}{\Delta\nu}$

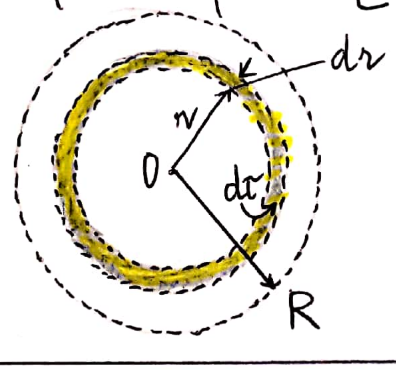
$$d\rho = \frac{A N_2 h \nu_0}{4\pi r^2 c \, \Delta\nu} d\tau \qquad [J.m^{-3} \, Hz^{-1}]$$

4°) le gaz atomique est enfermé dans un récipient sphérique de rayon R

On integre sur le volume de la sphère en supposant que N_2 est constante dans tout le récipient (d'après l'énoncé de l'exo.) : $\rho = \int d\rho = \frac{A N_2 h \nu_0}{4\pi c \Delta\nu} \int_0^R \frac{d\tau}{r}$

avec $d\tau = 4\pi r^2 dr$ $\qquad$ R = rayon de la sphère

On en déduit ρ : $\qquad \rho = \frac{A N_2 h \nu_0}{c \, \Delta\nu} . R$



5°) L'émission induite est égale à l'émission spontanée si $A = B\rho$ avec $\rho = \frac{8\pi h \nu_0^3}{c^3}$

4°) $\Rightarrow N_2 = \frac{8\pi c \, \Delta\nu}{\nu_0 A R \lambda^3}$ avec $\lambda = \frac{c}{\nu_0}$

6°) A.N. : $\lambda = \frac{c}{\nu_0} = 0{,}5 \mu m$ $A = 10^8 s^{-1}$ $R = 1cm$ $\Delta\nu = 10^{-6} \nu_0$

$N_2 = 6 \times 10^6$ atomes$/m^3$

Normalement, selon la statistique de Boltzman N_2 est négligeable devant N_1. C'est le pompage qui fait inverser la population (N_2 qui devient supérieur à N_1) Connu sous le nom d'inversion de population