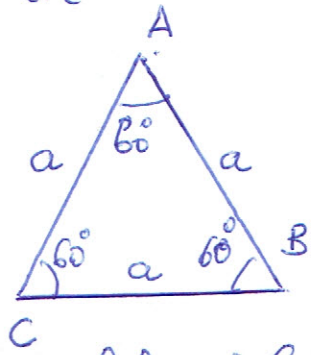


Solution de la série théorème de Gauss. Suite et fin

Exs comme le triangle est équilatéral de côté a ($AB = BC = CA = a$)
à distance connue.

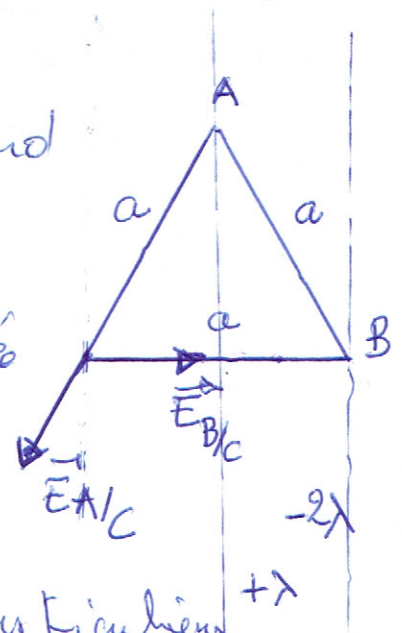
Par le point A passe un fil infini qui porte une distribution uniforme $+ \lambda$. Par le point B passe aussi un fil infini qui porte une distribution uniforme négative $- 2\lambda$.



Si on utilise le résultat de l'exercice 2, nous aurons : le champ $\vec{E}_{A/C} = \frac{2K\lambda}{a} \vec{u}_{Ac}$, $\vec{E}_{B/C} = \frac{2K\lambda}{a}$
Pour le potentiel on voit que le champ de $\vec{E}_{A/C}$ et $\vec{E}_{B/C}$ ne dépend que de a . donc la relation

$\vec{E} = - \text{grad } V$ peut être employé pour déduire les potentiels

$V_{A/C}$ et $V_{B/C}$ seulement, les conditions aux limites sont particulières, c'est à dire $V(0)$ et $V(\infty)$ sont infinis, d'où le besoin



$$E = - \frac{dV}{da} \Rightarrow dV = - E da, \quad V = - 2K\lambda \int \frac{da}{a} + C$$

$V(r) = -2K\lambda \ln a + C$. Pour déterminer la constante C nous avons besoin des conditions initiales.

Comme 0 et ∞ nous donnent une indétermination on suppose que le potentiel est connu au voisinage du fil infini c'est à dire à une certaine distance a_0 connue $V(a_0)$, $V(a_0) = -2K\lambda \ln(a_0) + C$

$$\text{donc } C = 2K\lambda \ln(a_0) + V(a_0)$$

$$\text{donc } V(a) = -2K\lambda \ln a + 2K\lambda \ln(a_0) + V(a_0)$$

$$V(a) = 2K\lambda \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) + V(a_0)$$

Ce résultat peut être employé comme dans le cas du champ aux points A

$$V_{A/C} = 2K\lambda \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) + V(a_0), \quad V_{B/C} = -2K\lambda \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) + V(a_0)$$

Calcul de $\vec{E}_C$ et V_C

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A/C} + \vec{E}_{B/C} \quad E_C^2 = E_{A/C}^2 + E_{B/C}^2 + 2E_{A/C} \cdot E_{B/C} \cos(\angle \vec{E}_{A/C}, \vec{E}_{B/C})$$

l'angle entre $\vec{E}_{A/C}$ et $\vec{E}_{B/C}$ vaut $4\pi/6$, $\cos(\frac{4\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$

$$\|\vec{E}_{A/C}\| = \frac{2K\lambda}{a}, \quad \|\vec{E}_{B/C}\| = \frac{4K\lambda}{a}, \quad \text{donc } \|\vec{E}_C\| = \frac{2K\lambda}{a} (1+4-2)^{1/2} = \frac{2K\lambda\sqrt{3}}{a} \text{ (V/m)}$$

Connaissant le module de $\|\vec{E}_C\|$ et celui de $\vec{E}_{B/C}$ on peut déterminer l'angle entre $\vec{E}_C$ et $\vec{E}_x = \frac{3K\lambda}{a}$, $\cos \alpha = \frac{E_x}{E_C} = \frac{3K\lambda/a}{\frac{2K\lambda\sqrt{3}}{a}}$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} V_C = V_{A/C} + V_{B/C} &= +2K\lambda \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) + V(a_0) - 2K\lambda \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) + V(a_0) \\ &= -2K\lambda \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) + 2V(a_0) \end{aligned}$$

