المحاضرة السادسة : ثانيا توزيع المعاينة للنسبة

اذا أخذنا جميع العينات الممكنة التي حجمها n من مجتمع حجمه N قد تختلف النسب لهذه العينات مما يعني ان سلوك هذه النسب هو سلوك متغير عشوائيي ، وبالتالي هذا المتغير العشوائي له توزيع احتمالي مستمدا من توزيع المجتمع اذي سحبت منه العينة .

- **التوزيع الرياضي والتباين للاحصائية $\bar{P}$**

1- متوسط نسب كل العينات الممكنة يساوي النسبة الحقيقية للمجتمع

$$?_{\bar{p}} = E(\bar{P}) = E\left(\frac{n_a}{n}\right) = P$$

2- الانحراف المعياري للتوزيع العيني للنسب (الخطأ المعياري للنسبة الناتج عن خطأ الصدفة في أخذ العينة)

$\sigma^2_{\bar{p}} = \frac{pq}{n}$ **حيث** **q= 1-p**

الأستاذ : عماد سقاي

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

ويضرب في معامل التصحيح اذا كانت : $n \geq 0.05N$

فيصبح الخطأ المعياري في هذه الحالة يساوي

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

3- المنحرف المعتدل للنسبة (الدرجة المعيارية (z)

$$Z = \frac{\bar{P} - P}{\sigma_{\bar{p}}}$$

- **فترة الثقة للنسبة في المجتمع .**

$$P = \bar{P} \pm Z_\alpha \sigma_{\bar{p}}$$

α = 0.05 تقابلها z = 1.96

α = 0.01 تقابلها Z= 2.58

إختبار عشوائية العينة

تجرى اختبارات المعنوية لرفض أو قبول فرض معين عن متوسطين أو نسبتين ، باتباع الخطوات الموالية :

1- تحديد دالة الاختبار باستخدام الدرجة المعيارية , Z أو t حيث : $Z_م = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{|\bar{p} - p|}{\sigma_{\bar{p}}}$

تستخدم t اذا كانت σ غير معلومة وحجم العينة أقل من 30 $t_م = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma_{\bar{x}}}$

2- نقارن $Z_م$ أو $t_م$ بـــ $Z_ج$ أو $t_ج$ **حسب مستوى المعنوية المحدد** (0.05 ، 0.01)

3- الاستنتاج يكون كالتالي .

إذا كانت $Z_م$ **أو** $t_م$ **>** $Z_ج$ **أو** $t_ج$ **فإن الفرق المشاهد بين المتوسطين أو النسبتين سيكون :**

غير جوهري حسب مستوى المعنوية المستخدم(0.05 و 0.01) ، ومنه تقبل الفرضية ، ولاجدال في عشوائية العينة

إذ ا كانت $Z_م$ **أو** $t_م$ **≤** $Z_ج$ **أو** $t_ج$ **فإن الفرق المشاهد بين المتوسطين أو النسبتين سيكون :**

جوهريا أو معنويا بمستوى معنوية 0.05 و 0.01 وعليه ترفض الفرضية ، والعينة غير عشوائية على الاطلاق.

إذا كانت $Z_ج$ **أو** $t_ج$ **(** α = 0.01 **)** > $Z_م$ **أو** $t_م$ **≤** $Z_ج$ **أو** $t_ج$ **(** α = 0.05 **)**

فإن الفرق المشاهد بين المتوسطين أو النسبتين سيكون : جوهريا بمستوى معنوية (α**=** 0.05 **)**

تكون وغير جوهري بمستوى معنوية (α = 0.01 **) ومنه تكون العينة في عشوائيتها**

الأستاذ : عمار سقاي

مما سبق يمكن تحديد اختبار اي معنوية مؤثر ، بمعنى اختبار الفرق بين الوسطين أو النسبتين هل يعتبر راجعا الى الصدفة بسبب السحب العشوائي للعينة أو هو فرق جوهري يعود لعوامل معينة تجعل هذه العينة تختلف اختلافا جوهريا عن المجتمع ، بمعنى اخر هل لعامل معين اثر على العينة مما سبب اختلاف المتوسطين أو النسبتين مع شرط عدم وجود عامل اخر يمكن أن يكون له تأثير.

1- اذا لم يكن أي شك في عشوائية العينة فلا يكون لدين أي شئ يدعو الى الاعتقاد بوجود تأثير لهذا العامل.

2- اذا كان هناك شك في عشوائية العينة يكون هناك ترجيح لوجود تأثير لهذا العامل .

3- إذا كان في حكم المؤكد ان العينة غير عشوائية يكون في حكم المؤكد وجود تأثير لهذا العامل .

تمرين

إذا كان متوسط الأجر في مؤسسة ما هو 96 دج في الساعة ، أحدت عينة من المشتغلين في هذه الصناعة حجمها 81 مفردة ، كان متوسط أجرهم في الساعة هو 96.07 دج بإنحراف معياري قدره 13.49 دج .

الأستاذ : عمار سقاي

المطلوب :

1- اختبار عشوائية العينة

2- تقدير متوسط المجتمع (اذا افترضنا أنه غير معلوم) بدرج ثقة 95 % ، و99 % .

الحل

1- اختبار عشوائية العينة :

نوجد الدرجة المعيارية المحسوبة $Z_م = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma_{\bar{x}}}$

$$Z_م = \frac{|99.07 - 96|}{\frac{13.49}{\sqrt{81}}} = \frac{3.07}{1.499} = 2.048$$

∴ $Z_م$ واقعة بين الدرجة المعيارية 1.96 والدرجة المعيارية 2.58 ، وبذلك يكون هناك شك في عشوائية العينة.

2- تقدير متوسط المجتمع (اذا افترضنا مجهولية μ)

- **بدرجة ثقة 95 %**

$$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha}\,\sigma_{\bar{X}} = 99.07 \pm \left(1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 99.07 \pm \left(1.96\frac{13.49}{\sqrt{81}}\right)$$

$$= 99.07 \pm 2.938$$

متوسط المجتمع يكون محصور مابين القيمتين 102.008 و 96.132

- بدرجة ثقة 99%

$$\mu = \bar{X} \pm Z_{\alpha}\,\sigma_{\bar{X}} = 99.07 \pm \left(2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 99.07 \pm \left(2.58\frac{13.49}{\sqrt{81}}\right)$$

$$= 99.07 \pm 3.867$$

أي أن متوسط المجتمع يقع ما بين القيمتين 95.203 و 102.94

الأستاذ عمار سقاي

يمكن الحكم على عشوائية العينة من خلال فترة الثقة

حيث أن المتوسط الواقعي (96) لايقع في المدى بدرجة ثقة 95 % ، أي خارج المجال 102.008 و 96.132

ولكنه يقع في المدى 99 % (95.203 و 102.94) فيكون بذلك محصورا بين درجة الثقة 95 % ودرجة الثقة 99 %
أي المدى الذي يجعلنا نشك في عشوائية العينة .