Université Badji Mokhtar Annaba
Faculté des sciences de l'ingéniorat
Département d'électronique

TP 5 Traitement du signal
MASTER SYSTEMES DE TELECOM
Synthèse des filtres RIF

1. Les filtres numériques RIF

Les filtres numériques RIF ou à réponse impulsionnelle de durée finie sont un exemple de systèmes discrets linéaires et invariants. Ils sont également appelés filtres transversaux et ils ont le plus souvent une structure non récursifs. Autrement dit, leur fonction de transfert possède que des zéros et par conséquence ils sont toujours stables. Les filtres RIF peuvent être également à phase linéaire, qui est une caractéristique très sollicitée, si leurs réponses impulsionnelles h(n) (composée de N échantillons) appartiennent à l'un des quatre cas suivants :

- h(n) possède un axe de symétrie h(n)=h(N-1-n)et N est impair
- h(n) possède un axe de symétrie h(n)=h(N-1-n)et N est pair
- h(n) possède un axe d'antisymétrie h(n)=-h(N-1-n)et N est impair
- h(n) possède un axe d'antisymétrie h(n)=-h(N-1-n)et N est pair

2. Synthèse de filtres RIF

La synthèse d'un filtre numérique RIF est basée sur un ensemble de techniques permettant à partir des caractéristiques spectrales désirées ou souhaitées (en particulier le module de sa réponse fréquentielle appelée gabarit du filtre, de sa réponse en phase et éventuellement de son temps de groupe) de déterminer les coefficients de sa réponse impulsionnelle h(n) garantissant une réponse fréquentielle obtenue la plus proche possible de la réponse fréquentielle désirée.

Parmi les techniques de synthèse d'un filtre RIF nous citons la méthode des fenêtres.

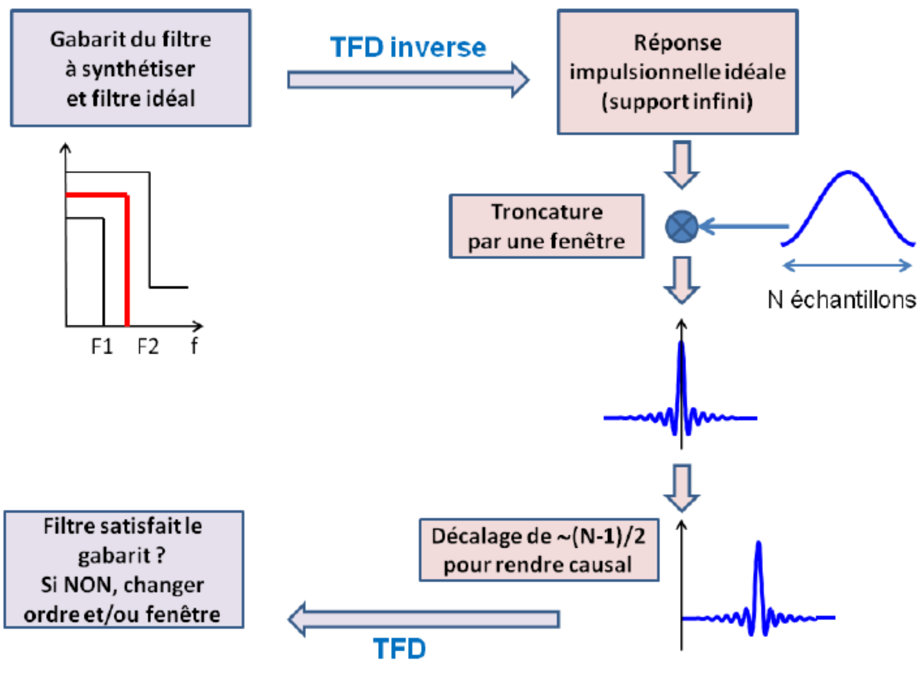


FIG. 1 – Etapes de la synthèse d'un RIF.

Le gabarit d'un filtre est donc l'ensemble des paramètres permettant de caractériser le module de la réponse fréquentielle désirée (ou ce qu'on appelle aussi le gain du filtre).

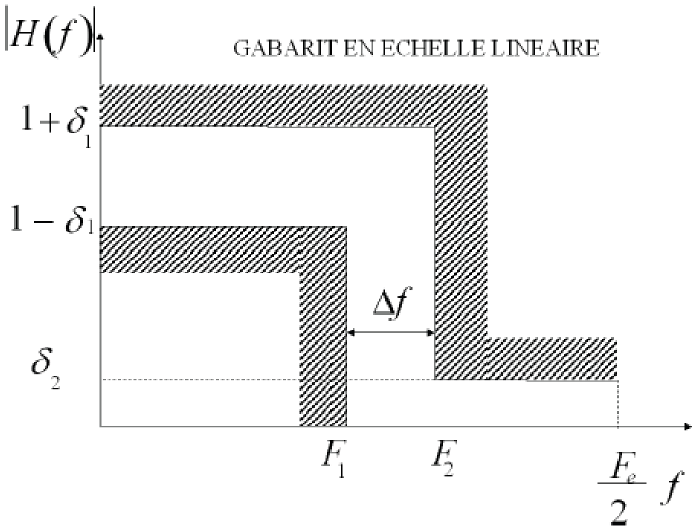


FIG. 2 – Caractéristiques d'un gabarit fréquentiel de filtre (passe-bas).

Evidemment, ce gabarit va dépendre du type du filtre à réaliser passe-bas, passe-haut, passe-bande ou coupe-bande.

3. Synthèse d'un RIF par la méthode de la fenêtre

Supposons que la réponse fréquentielle désirée est celle d'un passe-bas idéal. A l'aide de la TFD (Transformée de Fourier Discrète) inverse nous obtenons la réponse impulsionnelle idéale. Il s'agit dans ce cas d'un sinus cardinal échantillonné.
Il y'a dans ce cas deux inconvénients :

- La durée, ou nombre d'échantillons, du sinus cardinal discret est infini donc contradiction avec un RIF
- Le sinus cardinal discret est non causal ce qui est contradictoire avec le principe d'un filtre réalisable.

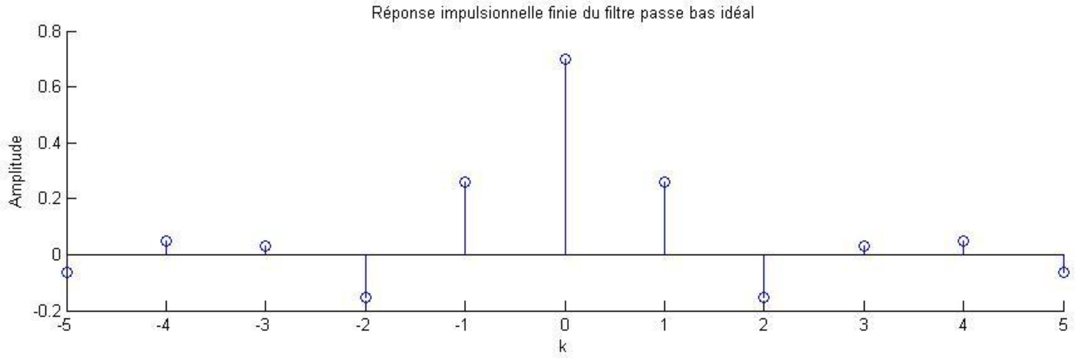
Pour limiter le nombre de coefficients de ce filtre, on multiplie cette réponse impulsionnelle par une fenêtre temporelle (opération de troncature) d'une durée finie égale à N échantillons et on effectue ensuite un décalage de (N-1)/2 échantillons pour rendre le résultat causal.

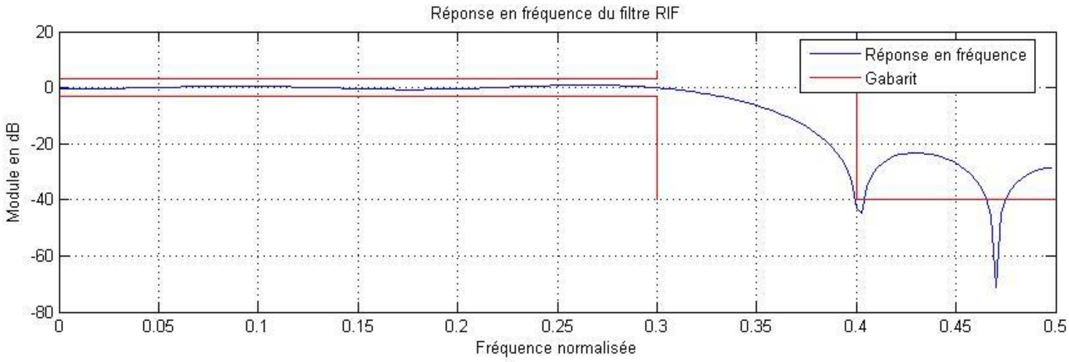
Exemple dans le cas de N=11

Si la fenêtre utilisée est de type rectangulaire composée de 11 échantillons le résultat est donné ci-dessous

h = [-0.0637 0.0468 0.0328 -0.1514 0.2575 0.7000 0.2575 -0.1514 0.0328 0.0468 -0.0637]

Les figures ci-dessous représentent respectivement la réponse impulsionnelle discrète de 11 échantillons et le gabarit (module de la réponse fréquentielle) en dB.

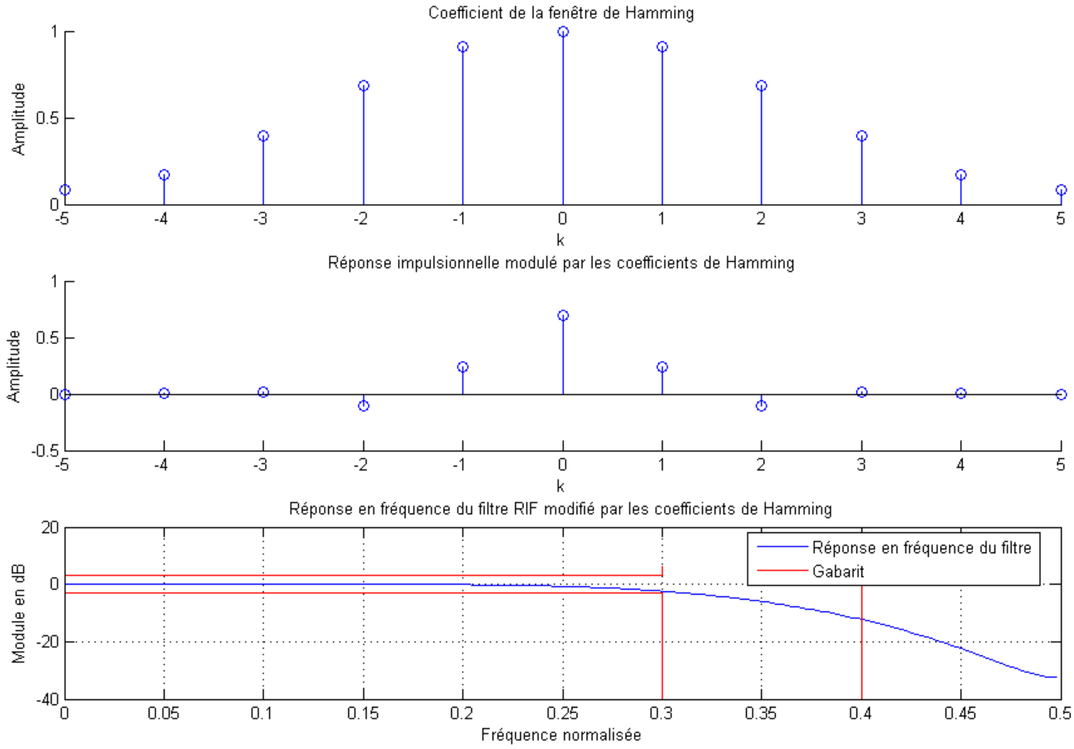




On constate de faibles ondulations en bande passante qui pourraient êtres améliorées afin d'obtenir une réponse plus plane. Dans la zone de transition, la réponse plonge convenablement, mais ensuite des ondulations importantes apparaissent dans la bande coupée, dépassant même le gabarit. Ces ondulations sont dues à l'utilisation de la fenêtre rectangulaire qui a pour effet d'accentuer ces lobes secondaires.
Pour réduire ces oscillations nous pouvons augmenter la taille de la fenêtre (augmenter N) mais surtout utilisez d’autres fenêtres aux angles moins abruptes que celle de la fenêtre rectangulaire.

3.1 Fenêtrage de Hamming

L’une des fenêtres les plus utilisées est la fenêtre de Hamming. Il s’agit de pondérer les coefficients de la réponse impulsionnelle obtenue avec les coefficients de cette fenêtre. On constate que les coefficients de Hamming tendent de manière continue vers zéro en bord de fenêtre. Ceci a pour effet de quasiment annuler les coefficients de la réponse impulsionnelle du filtre les plus excentrés. Au final dans le domaine fréquentiel, l'opération a fait totalement disparaître les ondulations en bande passante et en bande coupée mais ce au détriment de la raideur de la réponse en bande de transition et en bande coupée. En effet, la réponse ne respecte plus du tout le gabarit de départ. Il y a donc un compromis à trouver au niveau de la fenêtre pour obtenir des ondulations pas trop importantes sans perdre en raideur dans les bandes d'atténuation et les bandes coupées et ce bien sur en respectant le gabarit du filtre.



Il existe d'autres types de fenêtre intéressantes comme par exemple

- Fenêtre de Hanning
- Fenêtre de Blackman
- …etc

3.2 Synthèse d'un RIF par MATLAB

A l'aide de la fonction ***fir1***, MATLAB propose la synthèse d'un filtre RIF d'ordre paramétrable que nous allons déterminer en première partie.

3.2.1 Calcul de l'ordre minimal du filtre passe bas

Calculer l'ordre du filtre RIF, ou bien le nombre d'échantillons N, nécessaire pour satisfaire le gabarit (caractéristiques spectrales désirées) n'est pas facile.
Il est sûr que plus l'ordre N'augmente, plus le filtre satisfait mieux le gabarit. Plusieurs formules ont été proposées dans la littérature. Possédant les caractéristiques du gabarit à respecter, il est possible de calculer quel devra être l'ordre N (très approximatif et en général sous-estimé) :

$$\widehat{N} = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{1}{10\delta_1\delta_2}\right)\frac{F_e}{\Delta f}$$

où Fe est la fréquence d'échantillonnage, Δf la largeur de la bande de transition, δ_1 l'amplitude des ondulations en bande passante et δ_2 l'amplitude des oscillations en bande atténuée.
Sous matlab, en utilisant cette formule et à l'aide de la fonction ceil qui effectue un arrondi à l'entier supérieur, on obtient directement l'ordre N minimal du filtre passe bas.

N=ceil (2/3*log10 (1/(10*delta1*delta2))*fe/(f2-f1))

On obtiendra alors une approximation de N en fonction des paramètres souhaités.

3.2.2 Réalisation par MATLAB du filtre

La fonction fir1 en matlab synthétise un filtre RIF simple (défini par une seule bande passante ou coupée) par troncature et fenêtrage de la réponse impulsionnelle du filtre numérique idéal :

h = fir1(n,fn,type,window) ;

- n est l'ordre du filtre (longueur de la RI moins un).
- Les fréquences fn sont normalisées par rapport à la fréquence de Nyquist (fn=f/(fe/2),0≤fn≤1). fn indique la fréquence de coupure pour les passe-bas et passe-haut,et les fréquences de coupures basse et haute pour les passe-bande et coupe-bande.
- La chaîne de caractère type précise le type de filtre. 'high' pour passe-haut, 'stop' pour coupe-bande, type omis pour les passe-bas et passe-bande.
- Le vecteur window de longueur n+1, correspond à la fenêtre prise en compte (par défaut fenêtre de Hamming).

Les fonctions Matlab, disponibles pour créer des fenêtres sont :
bartlett, blackman, boxcar (rectangulaire), chebwin (chebychev), Hamming, hanning,
kaiser, triang (triangulaire).

Fenêtre	*Observation de la réponse en fréquence*
Rectangulaire	Elle fait apparaître le plus d'ondulation, mais donne une bonne raideur de coupure malgré les quelques dépassements en bande coupée
Hamming	Elle fait apparaître le moins d'ondulation, mais sa raideur de coupure est très mauvaise puisque la réponse en fréquence n'atteint pas l'atténuation minimum requise en bande coupée
Blackman	Elle fait apparaître une légère diminution continue du gain en fonction de la fréquence en bande passante, ce qui peut être gênant. D'autre part, la raideur de coupure obtenue est déplorable puisque c'est avec cette fenêtre qu'on obtient l'atténuation minimum en bande coupée.
Hanning	Elle a les mêmes qualités et défaut que la fenêtre de Hamming mais fait apparaître des ondulations en bande coupée plus rapidement que cette dernière

On voit donc que le choix de la fenêtre a une grande influence sur la réponse en fréquence du filtre. L'atténuation en bande coupée que l'on souhaite obtenir nous permet de choisir la fenêtre adéquate.

4. travail à faire

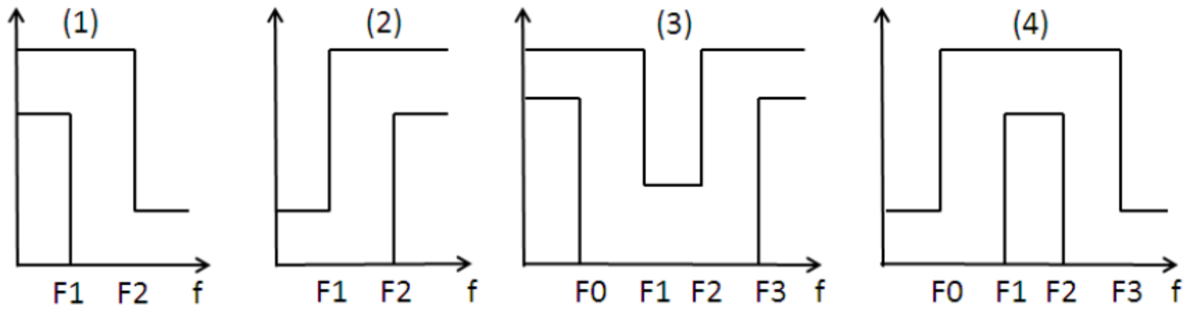
On souhaite faire la synthèse de filtres RIF par les quatre fenêtres citées dans le tableau ci-dessus et en utilisant les paramètres suivants (tableau ci-dessous) :

n°	Type	F_e (Hz)	F_0 (Hz)	F_1 (Hz)	F_2 (Hz)	F_3 (Hz)	dp (dB)	da (dB)
1	Passe-Bas	8000	-	1000	1500	-	3	30
2	Passe-Haut	8000	-	2500	3000	-	3	30
3	Coupe-Bande	8000	1000	1500	2500	3000	3	30
4	Passe-Bande	8000	1000	1500	2500	3000	3	30

Notons que dp et da sont respectievement les ondulations en bande passante et bande atténuée exprimée en dB :

$$dp = 20\log_{10}\left(\frac{1+\delta_1}{1-\delta_1}\right) \text{ et } da = 20\log_{10}\frac{1}{\delta_2}.$$

F_0, F_1, F_2 et F_3 sont les fréquences limites des bandes de transitions selon le type du filtre (figure ci-dessous)



1. Déterminer le nombre d’échantillons N

2. Synthétiser chacun des filtres proposés dans le tableau ci-dessous en utilisant respectivement les quatre fenêtres.

3. Représenter pour chaque type de filtre sur la même figure les quatre réponses fréquentielles obtenues par les quatre fenêtres utilisées. Conclusions

4. Dans chaque cas déterminer les zéros du filtre à l’aide de la fonction roots.

5. Créer un signal constitué de deux sinusoïdes respectivement d’amplitudes 3 et 2, de fréquences 500Hz et 800Hz. Le nombre d’échantillon du signal est de 300 échantillons. Ajouter du bruit avec l’instruction rand. Appliquez sur ce signal les filtre passe-bas obtenus respectivement avec les quatre fenêtres, en utilisant l’instruction ***conv***, et discuter les résultats obtenus.