Université Badji Mokhtar Annaba
Faculté des sciences de l'ingéniorat
Département d'électronique

TP1 MASTER 1 SYSTEMES DE TELECOMMUNICATIONS FILTRAGE ANALOGIQUE

1. INTRODUCTION

Dans ce TP nous allons nous familiariser avec l'étude, l'analyse et l'utilisation des filtres analogiques. La Transformée de Laplace est l'outil mathématique par excellence utilisé, entre autres, pour résoudre des équations différentielles ordinaires et par conséquence l'analyse spectrale des filtres analogiques. Nombreuses sont les applications qui associent des signaux sous forme exponentielle dans le domaine temporel et rationnelle dans le domaine fréquentiel. MATLAB nous propose un bon nombre d'instructions et d'outils permettant de prendre en charge cette classe de signaux. L'objectif principal de ce travail pratique est de comprendre et maîtriser ces outils et de commencer à s'adapter avec les filtres analogiques classiques comme les filtres de Butterworth et Chebychev.

2. INSTRUCTIONS MATLAB A UTILISER

Les filtres analogiques possèdent généralement des fonctions de transfert en p (ou s) sous forme de fonctions rationnelles Le numérateur et le dénominateur de ces fonctions de transfert en p (ou en s) sont des polynômes en p d'un certain ordre.

$$H(p) = TL(h(t)) = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + ... + b_M p^M}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + ... + a_N p^N} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

Ou s (noté aussi p) est l'opérateur de Laplace avec $p = \sigma + j\omega$

TL : Transformée de Laplace

N≥M est l'ordre du filtre

Les racines N(p) sont les zéros de H(p) et les racines de D(p) sont les pôles de H(p)

$$H(p) = TL(h(t)) = \int_0^{+\infty} h(t)\exp(-pt)dt$$

Nous allons donc apprendre à utiliser certaines instructions de Matlab nécessaires dans l'étude et l'analyse des filtres analogiques dans le domaine spectral mais aussi dans le domaine temporel.

2.1 Instruction *roots :*

Elle permet de calculer les racines d'un polynôme. A titre d'exemple prenons un vecteur a constitué des coefficients d'un polynôme en s. Le vecteur ligne a contient donc les coefficients du polynôme suivant
$A(p) = p^4 + 10p^3 + 35p^2 + 50p + 24 = (p+1)(p+2)(p+3)(p+4)$.

Soit:

»a=[1 10 35 50 24];
»r=roots(a)
r =
-4.0000
-3.0000
-2.0000
-1.0000

Les résultats seront donc les racines de a soit : -4 -3 -2 -1

Un autre exemple ou les racines sont imaginaires purs:
»roots([1 0 1])

ans =0 + 1.0000i
0 - 1.0000i
En d'autre mots $p^2 + 1 = (p + j)(p - j)$,

2.2 Instruction *conv*

Cette instruction effectue la convolution entre deux vecteurs a et b par exemple. A titre d'exemple prenons deux vecteurs lignes a et b donnés par :
a=[1 2 1] b=[1 4 3]
c=conv(a,b)
donne c=[1 6 12 10 3]
En d'autre mots nous aurons $(p^2 + 2p + 1)(p^2 + 4p + 3) = p^4 + 6p^3 + 12p^2 + 10p + 3$.

Appliquer roots(a), roots(b), et roots(c) et voir ce qui se passe ?

2.3 Instruction *freqs*

Cette instruction nous donne la réponse fréquentielle d'un système analogique ayant un polynôme b dans son numérateur et un autre a dans son dénominateur
En effet la fonction rationnelle H (p) = B (p) / A (p) nécessite deux polynômes en p pour décrire le numérateur et le dénominateur. Nous avons donc besoin de deux vecteurs lignes pour représenter les coefficients de ces deux polynômes. Le dénominateur devrait être normalisé. Autrement dit, le premier coefficient devrait être un.
Prenons l'exemple suivant :

$$H(p) = \frac{p^2 + 1}{4p^3 + 4p^2 + 2p + 1} = \frac{0.25p^2 + 0.25}{p^3 + p^2 + 0.5p + 0.25}$$

Ainsi, la représentation normalisée de H(s) sera formée de deux polynomes en s dans le numérateur et le dénominateur dont les coefficients seront respectivement b=[.25, 0, .25], et a=[1, 1, .5, .25]. A l'aide de Matlab nous pouvons utiliser des instructions telles que ***'residue', 'freqs', 'tf', 'bode', 'nyquist', pzmap, et 'rlocus'***. Nous allons surtout nous intéresser dans ce TP aux instructions ***freqs, tf, bode, pzmap.***

Après avoir introduit les deux vecteurs a et b sous Matlab nous allons utiliser

»**H=freqs(b,a);**

H est donc la réponse en fréquence du filtre à 200 pulsations.

Ou bien

»**H=freqs(b,a,w);**

H est donc la réponse en fréquence du filtre aux pulsations dé finies dans le vecteur w.
H est bien sur une fonction complexe. Nous donc calculer son module et sa phase en utilisant respectivement:
y1=abs(H);
y2=angle(H);
Dès lors nous pouvons aussi tracer le module et la phase en dB en utilisant par exemple le script suivant :

```
subplot(2,1,1)
semilogx(w,20*log10(y1))
grid on
ylabel('Magnitude (dB)')
title('Bode Diagram')

subplot(2,1,2)
semilogx(w,y2*(180/pi))
grid on
ylabel('Phase (deg))')
xlabel('Frequency (Rad/s)')
```

A noter que le module de H en dB est le diagramme de Bode.

2.3 Les instruction *tf et bode*

Alors que l'instruction freqs détermine la réponse fréquentielle d'un filtre analogique ou plus généralement un système linéaire analogique, l'instruction tf détermine la fonction de transfert d'un filtre analogique (ou système analogique).

Prenons l'exemple précédent soit :

$$H(p) = \frac{p^2 + 1}{4p^3 + 4p^2 + 2p + 1} = \frac{0.25p^2 + 0.25}{p^3 + p^2 + 0.5p + 0.25}$$

Sous matlab sa fonction de transfert en s peut être calculée par :
H = tf([0.25 0 0.25],[1 1 0.5 0.25])

Pour tracer directement le module et la phase en dB en utilise

Bode(H).

2.4 L'instruction *pzmap*

Cette instruction permet de calculer et de placer les racines du numérateur et du dénominateur, à savoir les zéros et les pôles, de la fonction de transfert d'un filtre.

Exemple

H = tf([0.25 0 0.25],[1 1 0.5 0.25])
pzmap(H) ;

3. EXEMPLES DE FILTRES ANALOGIQUES

3.1 Filtres de Butterworth

Parmi les filtres analogiques les plus utilisés nous pouvons citer le filtre de Butterworth. Ces filtres ont plusieurs caractéristiques dont la bande passante la plus plate.
Sous Matlab nous pouvons déterminer les deux ensembles de coefficients, correspondants aux deux polynômes de la fonction de transfert en s du filtre de Butterworth passe-bas, en utilisant l'instruction suivante :
[b,a]=butter(10,2*pi*1,'s');
's' ici pour désigner qu'il s'agit d'un filtre analogique
Ensuite à l'aide des instructions ***tf*** et **bode** nous pouvons alors déterminer la fonction de transfert de ce filtre et aussi tracer son diagramme de Bode (module et phase en dB) :
H=tf(b,a)
Bode(H)

Pour réaliser un filtre de Butterworth analogique passe-haut, par exemple, nous pouvons utiliser:
[b,a]=butter(4,2*pi*1,'high','s');
H=tf(b,a)
Bode(H)

Pour réaliser un filtre de Butterworth passe-bande, par exemple avec une bande passante de 10Hz à 20Hz, nous pouvons utiliser:
[b,a]=butter(4,2*pi*[10,20],'s');
H=tf(b,a)
Bode(H).

3.2 Travail à faire avec filtres de Butterworth

Générer un vecteur x contenant une somme de deux sinusoids de fréquence, par exemple, 15Hz et 30Hz et d'amplitude1 pour les deux composantes. Ce vecteur x doit contenir 100 échantillons.
Tracer ce vecteur x.

Rajouter à ce vecteur un bruit avec l'instruction ***rand*** dont l'amplitude est entre 0 et 1.
Tracer de nouveau le vecteur résultat.
Appliquez sur ce vecteur résultat un filtre de Butterworth passe-bas, passe-haut et passe-bande en utilisant l'instruction ***conv***.
Tracer les résultats et commentez ce que vous obtenez.

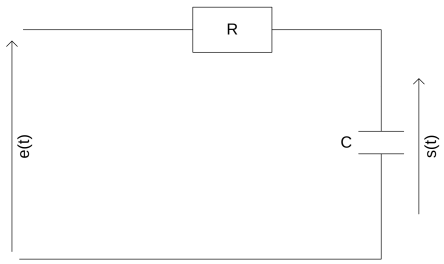
3.3 Travail à faire avec filtres de Chebychev 1 et 2

A l'aide du Help du Matlab cherchez les instructions nécessaires pour créer des filtres de Chebychev 1 et 2 analogiques et faire la même chose que pour Butterworth.
Dans votre compte rendu vous devez d'abord réaliser une étude théorique sur ces différents filtres analogiques (Butterworth et Chebychev).

3.4 Travail à faire avec filtres RC ett RL

a- **Filtre RC**

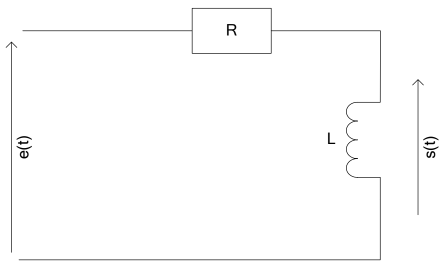
Le montage que l'on propose est un circuit RC :



- Déterminer sa fonction de transfert en s (ou bien en p)
- En utilisant R=10kOhm et C=1nF calculer la fréquence de coupure de ce filtre
- En déduire les vecteurs lignes b et a représentant les coefficients du numérateur et du dénominateur de la fonction de transfert
- Tracez la réponse en fréquence de ce filtre en utilisant les instructions sous Matlab suivant ***H=tf(b,a) et Bode(H)***
- Retracez la réponse en fréquence de ce filtre pour R=1kOhm et C=1nF
- Conclure.

b- **Filtre LC**

Même chose à faire avec ce filtre pour R=10kOhm et L=1mH



c-